

2010 Ağustos

www.guven-kutay.ch

MİLLER ve KİRİŞLER

06a

Özet

M. Güven KUTAY

İÇİNDEKİLER

1	Ortadan tek kuvvet etkisindeki klasik giriş	4
2	Asimetrik tek kuvvet etkisindeki klasik giriş	5
3	Simetrik iki kuvvet etkisindeki klasik giriş	7
4	Çift taraf çıkmalı, çıkmada simetrik iki kuvvet etkisindeki klasik giriş	9
5	Çıkma giriş ucundaki tek kuvvet etkisindeki klasik giriş	11
6	Asimetrik moment etkisindeki klasik giriş	13
7	Sabit mafsallı tarafta moment etkisindeki klasik giriş	15
8	Hareketli tarafta moment etkisindeki klasik giriş	17
9	Tam yayılı yük etkisindeki klasik giriş	19
10	Ortada simetrik yayılı yük etkisindeki klasik giriş	21
11	Tam yayılı üçken yük etkisindeki klasik giriş, taban hareketli yatak tarafında	23
12	Tam yayılı simetrik üçken yük etkisindeki klasik giriş	25
13	Çıkmalı klasik giriş, çıkma tarafındaki yayılı yük etkisinde	27
14	Çift taraflı çıkmalı klasik giriş, tam yayılı yük etkisinde	29
15	Tek kuvvet etkisindeki çıkma giriş	31
16	Serbest uçta moment etkili çıkma giriş	32
17	Düzgün yayılı yük etkisindeki çıkma giriş	33
18	Üçken yayılı yük etkisindeki çıkma giriş (üçken tabanı sabit tarafta)	34
19	Üçken yayılı yük etkisindeki çıkma giriş (üçken tabanı boş tarafta)	35
20	Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli ortadan tek yük etkisindeki giriş	36
21	Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli asimetrik tek yük etkisindeki giriş	38
22	Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli tam yayılı yük etkisindeki giriş	40
23	Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli üçken yayılı yük etkisindeki giriş	42
24	Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli üçken yayılı yük etkisindeki giriş	44
25	Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli moment etkisindeki giriş	46
26	Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli, çıkma ucunda tek kuvvet etkisindeki giriş	48
27	Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli, çıkma ucunda moment etkisindeki giriş	50
28	Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli, çıkmalı tam yayılı yük etkisindeki giriş	52
29	İki tarafı sabit, ortadan tek kuvvet etkisindeki giriş	54
30	İki tarafı sabit, asimetrik tek kuvvet etkisindeki giriş	56
31	İki tarafı sabit, tam yayılı yük etkisindeki giriş	58
32	İki tarafı sabit, üçken yayılı yük etkisindeki giriş	60
33	İki tarafı sabit, bağlantı yerinde tek kuvvet etkisindeki giriş	62
34	İki tarafı sabit, asimetrik moment etkisindeki giriş	63

Miller ve akslarda (kirişlerde) moment, kuvvet ve sehim, eğim tabloları

Aşağıdaki formüllerde verilen sembollerin birimleri şu anlamdadır:

Sembol	Birimler *)1			Tanım
	m	cm	mm	
L	m	cm	mm	Destek veya yataklama arası, veya kiriş boyu
x, y	m	cm	mm	Elastik eğri üzerinde herhangi bir noktanın koordinatları
f	m	cm	mm	Sehim
f_m	m	cm	mm	Maksimum sehim
α	-	-	-	Herhangi bir noktadaki teğetin x-ekseni ile yaptığı açı
F	N	kp	N	Kuvvet
q	N/m	kp/cm	N/mm	Yayıllı kuvvetin birim değeri
M	Nm	kpcm	Nmm	Eğilme momenti
I	m ⁴	cm ⁴	mm ⁴	Atalet momenti
W	m ³	cm ³	mm ³	Karşı koyma momenti

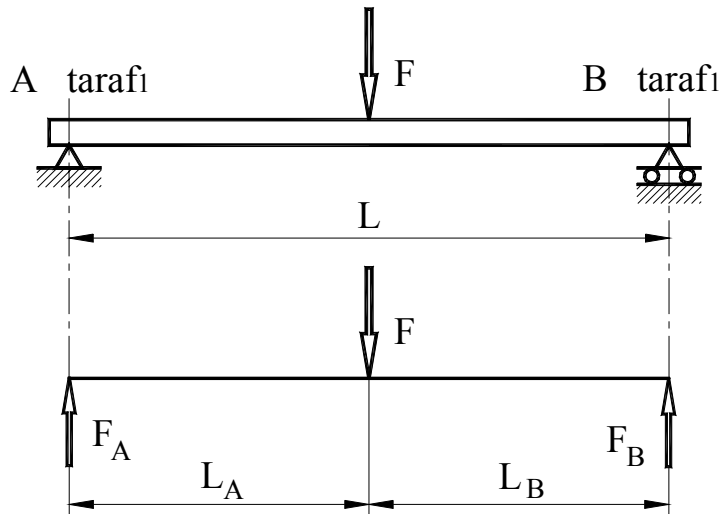
*)1 Hesaplama daima aynı sütundaki birimler kullanılmalıdır. Yoksa yapılan hesaplar karma karışık olur.

Temel konstrüksiyon ilkesi

Konstrüksiyonda dikkat edilecek en önemli ilke “**Klasik Kiriş**” Konstrüksiyonunun yapılmasıdır. Buda şu demektir:

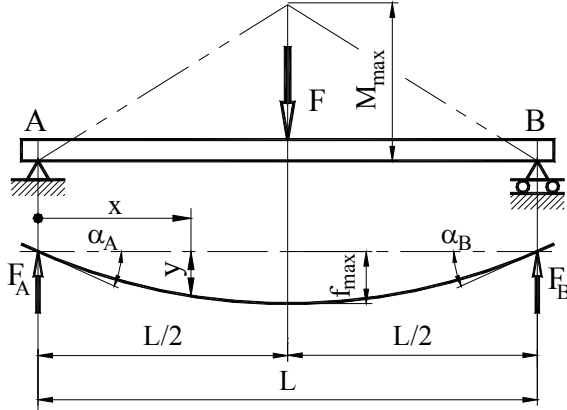
Klasik kiriş; Bir ucu mafsallı sabit diğer ucu hareketli destekli kiriştir. Bir rijit kiriş en fazla iki yerden yataklanmalıdır. Bu yataklardan bir tanesi her yönde sabit kalacak şekilde konstrüksiyonu yapılmalıdır. Diğer, yani ikinci yatak, diklemesine sabit fakat boylamasına hareketli olmalıdır. Böylece hesaplarda mekaniğin altın teorisi denilen üç teori sakıncasız uygulanabilir.

Bu şekilde konstrüksiyonu yapılmayan kirişler durumlarına göre, birinci veya ikinci dereceden belirsiz kirişler olur. Belirsiz kirişlerin hesapları bundan sonra verilen formüllerle değil, özel hesaplama usülleri ile yapılmış elektronik hesap programlarıyla yapılır.



Klasik kiriş

1 Ortadan tek kuvvet etkisindeki klasik kiriş



Şekil 1

$$\text{A ve B kuvveti} \quad F_A = F_B = F/2$$

$$\text{Eğilme momenti} \quad M = F \cdot x/2 \quad *)1$$

$$M_{\max} = F \cdot L/4$$

$$\text{max. Sehimi} \quad f_{\max} = f = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y}$$

Elastik eğrinin $x \leq L/2$ için formülü;

$$y = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{3 \cdot x}{L} - \frac{4 \cdot x^3}{L^3} \right) \quad *)1$$

$$\text{Eğim açısı} \quad \alpha_A = \alpha_B = \frac{F \cdot L^2}{16 \cdot E \cdot I_y}$$

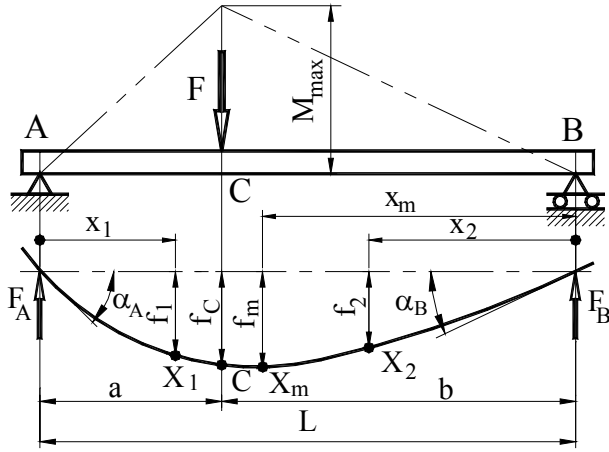
Şekil 1 için örnek;

Kuvvet	F =	2'000	N
Kiriş boyu	L =	1'000	mm
Elastiklik modülü	E =	210'000	N/mm ²
Atalet momenti	I _y =	333'333	mm ⁴
x in A ya mesafesi	x =	300	mm

Yatak kuvveti A	$F_A = F/2 = 2'000 / 2$	$F_A =$	1'000	N
Yatak kuvveti B	$F_B = F/2 = 2'000 / 2$	$F_B =$	1'000	N
max. Moment *)1	$M_X = \frac{F \cdot L}{4}$	$M_{\max} =$	500	Nm
X noktasında moment	$M_X = \frac{F \cdot x}{2}$	$M_x =$	300	Nm
max. Sehimi	$f_{\max} = f = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y}$	$f_{\max} =$	0,60	mm
X noktasında sehimi *)1	$y = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{3 \cdot x}{L} - \frac{4 \cdot x^3}{L^3} \right)$	$f_x =$	0,47	mm
Eğim açısı	$\alpha_A = \frac{F \cdot L^2}{16 \cdot E \cdot I_y}$	$\alpha_A =$	0,0018	Rad
$\alpha_A = \alpha_B$		$\alpha_A^\circ =$	0,1023	°
	$\alpha_B = \frac{F \cdot L^2}{16 \cdot E \cdot I_y}$	$\alpha_B =$	0,0018	Rad
		$\alpha_B^\circ =$	0,1023	°

*)1 Dikkat: Bu formüller $x \leq L/2$ için geçerlidir. Hesaplarda $x > L/2$ değeri olduğunda x için $x = (L - x)$ değerini veriniz.

2 Asimetrik tek kuvvet etkisindeki klasik kiriş



Şekil 2

Yatak kuvvetleri:

$$\text{A yatağı kuvveti; } F_A = \frac{F \cdot b}{L}$$

$$\text{B yatağı kuvveti; } F_B = \frac{F \cdot a}{L}$$

Eğilme momentleri:

$$\text{max Moment; } M_{\max} = \frac{F \cdot a \cdot b}{L}$$

 X_A noktasında moment $0 \leq x_a \leq a$;

$$M_{Xa} = \frac{F \cdot b}{L} \cdot x_a \quad *)1$$

 X_B noktasında moment $0 \leq x_b \leq b$;

$$M_{Xb} = \frac{F \cdot a}{L} \cdot x_b \quad *)2$$

 X_m noktasında moment

$$M_{Xm} = \frac{F \cdot a}{L} \cdot x_m \quad *)2$$

max. Sehim

$$f_{\max} = \frac{F \cdot a \cdot \sqrt{(L^2 - a^2)^3}}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I_y \cdot L}$$

max. Sehim mesafesi

$$x_m = L - \sqrt{(L^2 - a^2)/3}$$

C noktasında sehim ;

$$f_C = \frac{F \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot E \cdot I_y \cdot L}$$

Elastik eğri:

 X_A noktasında sehim $0 \leq x_a \leq a$;

$$y_a = \frac{F \cdot a \cdot b^2 \cdot x_a}{6 \cdot E \cdot I_y \cdot L} \cdot \left(1 + \frac{L}{b} - \frac{x_a^2}{a \cdot b} \right) \quad *)1$$

 X_B noktasında sehim $0 \leq x_b \leq b$;

$$y_b = \frac{F \cdot a^2 \cdot b \cdot x_b}{6 \cdot E \cdot I_y \cdot L} \cdot \left(1 + \frac{L}{a} - \frac{x_b^2}{a \cdot b} \right) \quad *)2$$

A yatağında eğim açısı

$$\alpha_A = \frac{F \cdot a \cdot b \cdot (L + b)}{6 \cdot E \cdot I_y \cdot L}$$

B yatağında eğim açısı

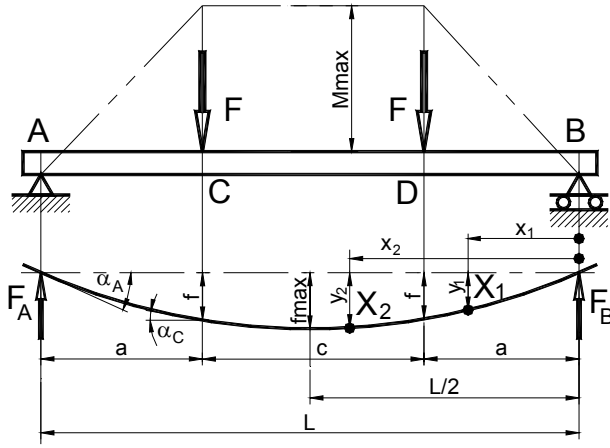
$$\alpha_B = \frac{F \cdot a \cdot b \cdot (L + a)}{6 \cdot E \cdot I_y \cdot L}$$

Dikkat: Burada $a < b$ dir, eğer $a > b$ ise, a ile b vede x_a ve x_b yer değiştirir.*)1 $0 \leq x_a \leq a$ büyüklüğünde alınmalıdır.*)2 $0 \leq x_b \leq b$ büyüklüğünde alınmalıdır.

Şekil 2 için örnek;

Kuvvet	$F =$	2'000 N	
Kiriş boyu	$L =$	1'000 mm	
Kirişin a boyu	$a =$	300 mm	
Kirişin b boyu	$b =$	700 mm	$b = L - a$
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
x in A ya mesafesi	$x_a =$	200 mm	
x in B ye mesafesi	$x_b =$	500 mm	
Yatak kuvveti A	$F_A = \frac{F \cdot b}{L}$		$F_A = 1'400$ N
Yatak kuvveti B	$F_B = \frac{F \cdot a}{L}$		$F_B = 600$ N
max. Moment	$M_{\max} = \frac{F \cdot a \cdot b}{L}$		$M_{\max} = 420$ Nm
X _a noktasında moment	$M_{X_a} = \frac{F \cdot b}{L} \cdot x_a$		$M_{X_a} = 280$ Nm
X _b noktasında moment	$M_{X_b} = \frac{F \cdot a}{L} \cdot x_b$		$M_{X_b} = 300$ Nm
X _m noktasında moment	$M_{X_m} = \frac{F \cdot a}{L} \cdot x_m$		$M_{X_m} = 270$ Nm
max. Sehim	$f_{\max} = \frac{F \cdot a \cdot \sqrt{(L^2 - a^2)^3}}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I_y \cdot L}$		$f_{\max} = 0,48$ mm
x _m mesafesi	$x_m = L - \sqrt{(L^2 - a^2)}/3$		$x_m = 449,2$ mm
C noktasında sehim	$f_C = \frac{F \cdot a^2 \cdot b^2}{3 \cdot E \cdot I_y \cdot L}$		$f_C = 0,42$ mm
X _a noktasında sehim	$y_a = \frac{F \cdot a \cdot b^2 \cdot x_a}{6 \cdot E \cdot I_y \cdot L} \cdot \left(1 + \frac{L}{b} - \frac{x_a^2}{a \cdot b}\right)$		$y_a = 0,31$ mm
X _b noktasında sehim	$y_b = \frac{F \cdot a^2 \cdot b \cdot x_b}{6 \cdot E \cdot I_y \cdot L} \cdot \left(1 + \frac{L}{a} - \frac{x_b^2}{a \cdot b}\right)$		$y_b = 0,47$ mm
A yatağında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{F \cdot a \cdot b \cdot (L + b)}{6 \cdot E \cdot I_y \cdot L}$		$\alpha_A = 0,0017$ Rad
			$\alpha_A^\circ = 0,0974$ °
B yatağında eğim açısı	$\alpha_B = \frac{F \cdot a \cdot b \cdot (L + a)}{6 \cdot E \cdot I_y \cdot L}$		$\alpha_B = 0,0013$ Rad
			$\alpha_B^\circ = 0,0745$ °

3 Simetrik iki kuvvet etkisindeki klasik kiriş



Şekil 3

Yatak kuvvetleri:

$$A \text{ yatağı kuvveti} \quad F_A = F$$

$$B \text{ yatağı kuvveti} \quad F_B = F$$

Eğilme momentleri:

$$\text{max Moment} \quad M_{\max} = F \cdot a$$

C ile D arası moment sabittir.

$$M_{C;D} = M_{\max} = F \cdot a$$

D ve B arasında moment $0 \leq x \leq a$

$$M_x = F_A \cdot x = F \cdot x$$

C ile D arası çemberin yarı çapı

$$\rho = E \cdot I_y / M$$

max. Sehim

$$f_{\max} = \frac{F \cdot L^2 \cdot a}{8 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{4 \cdot a^2}{3 \cdot L^2}\right)$$

Kuvvet noktalarında sehim

$$f_{C;D} = \frac{F \cdot L \cdot a^2}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{4 \cdot a}{3 \cdot L}\right)$$

X_1 noktasında sehim

$$x_1 \leq a \leq 0,5 \cdot L$$

$$y_1 = \frac{F \cdot L^2 \cdot x_1}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{a}{L} \cdot \left(1 - \frac{a}{L}\right) - \frac{x_1^2}{3 \cdot L^2} \right]$$

X_2 noktasında sehim

$$a \leq x_2 \leq 0,5 \cdot L$$

$$y_2 = \frac{F \cdot L^2 \cdot a}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{x_2}{L} \cdot \left(1 - \frac{x_2}{L}\right) - \frac{a^2}{3 \cdot L^2} \right]$$

Eğim açısı

A ve B yataklarında

$$\alpha_A = \alpha_B = \frac{F \cdot a \cdot (a + c)}{2 \cdot E \cdot I_y}$$

Eğim açısı

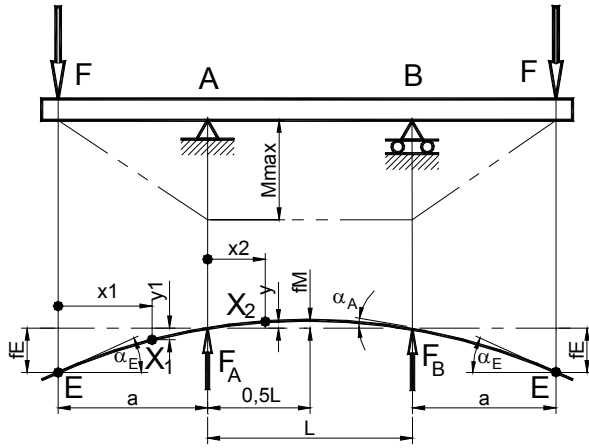
C ile D noktalarında

$$\alpha_C = \alpha_D = \frac{F \cdot a \cdot c}{2 \cdot E \cdot I_y}$$

Şekil 3 için örnek;

Kuvvet	$F =$	2'000 N	
Kiriş boyu	$L =$	1'000 mm	
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
Kirişin a boyu	$a =$	350 mm	
Kirişin b boyu	$c =$	300 mm	$c = L - 2 \cdot a$
x in A ya mesafesi	$x =$	250 mm	
x_1 in A ya mesafesi	$x_1 =$	400 mm	
Yatak kuvveti A	$F_A = F$	$F_A =$	2'000 N
Yatak kuvveti B	$F_B = F$	$F_B =$	2'000 N
max. Moment	$M_{\max} = F \cdot a$	$M_{\max} =$	700 Nm
C ile D arası moment	$M_{C;D} = M_{\max} = F \cdot a$	$M_{C;D} =$	700 Nm
D ve B arasında moment	$M_x = F_A \cdot x = F \cdot x$	$M_x =$	500 Nm
C ile D arası çemberin yarı çapı	$\rho = E \cdot I_y / M$	$\rho =$	100,00 m
max. Sehim	$f_{\max} = \frac{F \cdot L^2 \cdot a}{8 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{4 \cdot a^2}{3 \cdot L^2}\right)$	$f_{\max} =$	1,05 mm
C ve D noktalarında sehim	$f = \frac{F \cdot L \cdot a^2}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{4 \cdot a}{3 \cdot L}\right)$	$f =$	0,93 mm
X_1 noktasında sehim $x_1=200 \leq a \leq 0,5 \cdot L$	$y_1 = \frac{F \cdot L^2 \cdot x_1}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{a}{L} \cdot \left(1 - \frac{a}{L}\right) - \frac{x_1^2}{3 \cdot L^2}\right]$	$y_1 =$	0,74 mm
X_2 noktasında sehim $a \leq x_2=400 \leq 0,5 \cdot L$	$y_2 = \frac{F \cdot L^2 \cdot a}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{x_2}{L} \cdot \left(1 - \frac{x_2}{L}\right) - \frac{a^2}{3 \cdot L^2}\right]$	$y_2 =$	1,00 mm
A yatağında eğim açısı	$\alpha_A = \alpha_B = \frac{F \cdot a \cdot (a + c)}{2 \cdot E \cdot I_y}$	$\alpha_A =$	0,0033 Rad
		$\alpha_A^\circ =$	0,1862 °
B yatağında eğim açısı	$\alpha_A = \alpha_B = \frac{F \cdot a \cdot (a + c)}{2 \cdot E \cdot I_y}$	$\alpha_B =$	0,0033 Rad
		$\alpha_B^\circ =$	0,1862 °
C ile D noktalarında eğim açısı	$\alpha_C = \alpha_D = \frac{F \cdot a \cdot c}{2 \cdot E \cdot I_y}$	$\alpha_C =$	0,0015 Rad
		$\alpha_C^\circ =$	0,0859 °

4 Çift taraf çıkmalı, çıkmada simetrik iki kuvvet etkisindeki klasik kiriş



Şekil 4

Yatak kuvvetleri:

A yatağı kuvveti $F_A = F$

B yatağı kuvveti $F_B = F$

Eğilme momentleri:

max Moment $M_{\max} = F \cdot a$

A ile B arası moment sabittir.

$M_{A;B} = M_{\max} = F \cdot a$

E ile B arasındaki moment $0 \leq x \leq a$

$M_x = F \cdot x$

A ile B arası çemberin yarı çapı

$\rho = E \cdot I_y / M$

Orta noktada sehim

$f_M = \frac{F \cdot L^2 \cdot a}{8 \cdot E \cdot I_y}$

Uç noktalarında sehim

$f_E = \frac{F \cdot L \cdot a^2}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot a}{3 \cdot L}\right)$

 X_1 noktasında sehim

$x_1 \leq a$

$y_1 = \frac{F \cdot L^3}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{x_1^3}{3 \cdot L^3} - \frac{a \cdot x_1}{L^2} \cdot \left(1 - \frac{a}{L}\right) + \frac{a^2}{L^2} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot a}{3 \cdot L}\right) \right]$

 X_2 noktasında sehim

$x_2 \leq L$

$y_2 = \frac{F \cdot L \cdot a \cdot x_2}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x_2}{L}\right)$

Eğim açısı

A ve B yataklarında

$\alpha_A = \alpha_B = \frac{4 \cdot f_M}{L}$

Eğim açısı

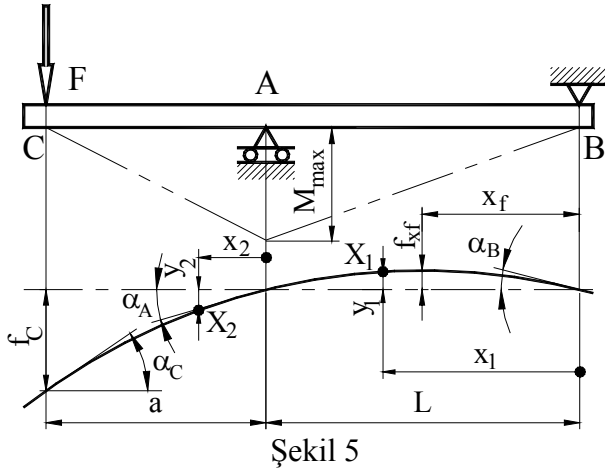
E noktalarında

$\alpha_E = \frac{4 \cdot f_M}{L} \cdot \left(1 + \frac{a}{L}\right)$

Şekil 4 için örnek;

Kuvvet	$F =$	2'000 N	
Kiriş boyu	$L =$	1'000 mm	
Kirişin a boyu	$a =$	300 mm	
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
x in A ya mesafesi	$x =$	200 mm	
x_1 in A ya mesafesi	$x_1 =$	250 mm	
Yatak kuvveti A	$F_A = F$		$F_A =$ 2'000 N
Yatak kuvveti B	$F_B = F$		$F_B =$ 2'000 N
max. Moment	$M_{\max} = F \cdot a$		$M_{\max} =$ 600 Nm
A ile B arası moment	$M_{A;B} = M_{\max} = F \cdot a$		$M_{C;D} =$ 600 Nm
A ile B arası çemberin yarı çapı	$\rho = E \cdot I_y / M$		$\rho =$ 116,67 m
E ve B arasında moment	$M_x = F \cdot x$		$M_x =$ 500 Nm
Orta noktada sehim L/2 noktası	$f_M = \frac{F \cdot L^2 \cdot a}{8 \cdot E \cdot I_y}$		$f_M =$ 1,07 mm
E noktalarında sehim	$f_E = \frac{F \cdot L \cdot a^2}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 + \frac{2a}{3L}\right)$		$f_E =$ 1,54 mm
X_1 noktasında sehim $x_1 = 200 \leq a \leq 0,5 \cdot L$	$y_1 = \frac{F \cdot L^3}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{x_1^3}{3 \cdot L^3} - \frac{a \cdot x_1}{L^2} \cdot \left(1 - \frac{a}{L}\right) + \frac{a^2}{L^2} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot a}{3 \cdot L}\right) \right]$		$y_1 =$ 0,22 mm
X_2 noktasında sehim $x_2 = 250 \leq 0,5 \cdot L$	$y_2 = \frac{F \cdot L \cdot a \cdot x_2}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x_2}{L}\right)$		$y_2 =$ 0,90 mm
A yatağında eğim açısı	$\alpha_A = \alpha_B = \frac{4 \cdot f_M}{L}$		$\alpha_A =$ 0,0043 Rad $\alpha_A^\circ =$ 0,2456 °
B yatağında eğim açısı	$\alpha_A = \alpha_B = \frac{4 \cdot f_M}{L}$		$\alpha_B =$ 0,0043 Rad $\alpha_B^\circ =$ 0,2456 °
E noktalarında eğim açısı	$\alpha_E = \frac{4 \cdot f_M}{L} \cdot \left(1 + \frac{a}{L}\right)$		$\alpha_C =$ 0,0056 Rad $\alpha_C^\circ =$ 0,3192 °

5 Çıkma kiriş ucundaki tek kuvvet etkisindeki klasik kiriş



Yatak kuvvetleri:

$$\text{A yatağı kuvveti; } F_A = F \cdot \left(1 + \frac{a}{L}\right)$$

$$\text{B yatağı kuvveti; } F_B = F \cdot \frac{a}{L}$$

Eğilme momentleri:

$$\text{max Moment; } M_{\max} = M_A = F \cdot a$$

A ile B arası moment $0 \leq x_1 \leq L$.

$$M_{x1} = F_B \cdot x_1 = F \cdot \frac{a \cdot x_1}{L}$$

$$\text{A ile C arasındaki moment } 0 \leq x_2 \leq a \quad M_{x2} = F \cdot (a - x_2)$$

$$\text{xf noktasındaki max. sehım} \quad f_{xf} = \frac{F \cdot L^2 \cdot a}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I_y}$$

$$\text{xf mesafesi} \quad x_f = L / \sqrt{3} \quad x_f = 0,57735 \cdot L$$

$$\text{C noktasında sehım} \quad f_C = \frac{F \cdot L \cdot a^2}{3 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 + \frac{a}{L}\right)$$

$$\text{X1 noktasında sehım} \quad y_1 = \frac{F \cdot L \cdot a \cdot x_1}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x_1^2}{L^2}\right)$$

$$x_1 \leq L$$

$$\text{X2 noktasında sehım} \quad y_2 = \frac{F \cdot L^2 \cdot x_2}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{2 \cdot a}{L} + \frac{3 \cdot a \cdot x_2}{L^2} - \frac{x_2^2}{L^2}\right)$$

$$x_2 \leq a$$

$$\text{Eğim açısı} \quad \alpha_A = \frac{F \cdot a \cdot L}{3 \cdot E \cdot I_y}$$

$$\text{A yatağında}$$

$$\text{Eğim açısı} \quad \alpha_B = \frac{F \cdot a \cdot L}{6 \cdot E \cdot I_y}$$

$$\text{B yatağında}$$

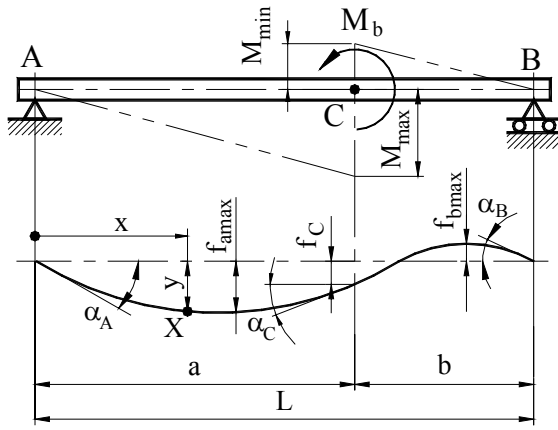
$$\text{Eğim açısı} \quad \alpha_C = \frac{F \cdot a \cdot (2 \cdot L + 3 \cdot a)}{6 \cdot E \cdot I_y}$$

$$\text{C noktalarında}$$

Şekil 5 için örnek;

Kuvvet	$F =$	2'000 N	
Kiriş boyu	$L =$	1'000 mm	
Kirişin a boyu	$a =$	300 mm	
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
X ₁ in B ye mesafesi	$x_1 =$	300 mm	
X ₂ nin A ya mesafesi	$x_2 =$	100 mm	
Yatak kuvveti A	$F_A = F \cdot \left(1 + \frac{a}{L}\right)$		$F_A = 2'600$ N
Yatak kuvveti B	$F_B = F \cdot \frac{a}{L}$		$F_B = 600$ N
max. Moment	$M_{\max} = F \cdot a$		$M_{\max} = 600$ Nm
B ile A arasındaki X ₁ noktasında moment	$M_{x_1} = F_B \cdot x_1 = F \cdot \frac{a \cdot x_1}{L}$		$M_{x_1} = 180$ Nm
B ile A arasındaki x _f noktasında moment	$M_{x_f} = F_B \cdot x_f = F \cdot \frac{a \cdot x_f}{L}$		$M_{x_f} = 346,2$ Nm
A ile C arasındaki X ₂ noktasında moment	$M_{x_2} = F \cdot (a - x_2)$		$M_{x_2} = 400$ Nm
x _f noktasında max. sehim	$f_{x_f} = \frac{F \cdot L^2 \cdot a}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I_y}$		$f_{x_f} = 0,550$ mm
x _f mesafesi	$x_f = L / \sqrt{3} \quad x_f = 0,57735 \cdot L$		$x_f = 577,35$ mm
C noktasında sehim	$f_C = \frac{F \cdot L \cdot a^2}{3 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 + \frac{a}{L}\right)$		$f_C = 1,114$ mm
X ₁ noktasında sehim x ₁ = 250 ≤ L	$y_1 = \frac{F \cdot L \cdot a \cdot x_1}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x_1^2}{L^2}\right)$		$y_1 = 0,390$ mm
X noktasında sehim x ₂ = 100 ≤ a	$y_2 = \frac{F \cdot L^2 \cdot x_2}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{2 \cdot a}{L} + \frac{3 \cdot a \cdot x_2}{L^2} - \frac{x_2^2}{L^2}\right)$		$y_2 = 0,324$ mm
A yatağında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{F \cdot a \cdot L}{3 \cdot E \cdot I_y}$		$\alpha_A = 0,0029$ Rad
			$\alpha_A^\circ = 0,1637$ °
B yatağında eğim açısı	$\alpha_B = \frac{F \cdot a \cdot L}{6 \cdot E \cdot I_y}$		$\alpha_B = 0,0014$ Rad
			$\alpha_B^\circ = 0,0819$ °
C noktalarında eğim açısı	$\alpha_C = \frac{F \cdot a \cdot (2 \cdot L + 3 \cdot a)}{6 \cdot E \cdot I_y}$		$\alpha_C = 0,0041$ Rad
			$\alpha_C^\circ = 0,2374$ °

6 Asimetrik moment etkisindeki klasik kiriş



Şekil 6

Yatak kuvvetleri:

$$\text{A yatağı kuvveti; } F_A = \frac{M_b}{L}$$

$$\text{B yatağı kuvveti; } F_B = \frac{M_b}{L}$$

Eğilme momentleri: eğer $a > b$ ise

$$\text{max Moment } M_{\max A} = F_A \cdot a$$

$$\text{Sistemde max moment } M_{\max} = M_b$$

$$\text{A ile C arasındaki moment } 0 \leq x_1 \leq a \quad M_{X1} = F_A \cdot x_1$$

$$\text{C ile B arasındaki moment } b \leq x_2 \leq L \quad M_{X2} = F_B \cdot (L - x_2)$$

a kısmında max. sehim

$$f_{a \max} = \frac{M_b \cdot L^2}{3 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{3} - \frac{b^2}{L^2}} \right)^3$$

b kısmında max. sehim

$$f_{b \max} = \frac{M_b \cdot L^2}{3 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{3} - \frac{a^2}{L^2}} \right)^3$$

C noktasında sehim

$$f_C = \frac{M_b \cdot a \cdot b}{3 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{a}{L} - \frac{b}{L} \right)$$

 X_1 noktasında sehim

$$x_1 \leq a$$

$$y_1 = \frac{M_b \cdot L \cdot x_1}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot b^2}{L^2} - \frac{x_1^2}{L^2} \right)$$

 X_2 noktasında sehim

$$a \leq x_2 \leq L$$

$$y_2 = \frac{M_b \cdot L}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x_2}{L} \right) \cdot \left(\frac{3 \cdot a^2}{L^2} - \frac{2 \cdot x_2}{L} + \frac{x_2^2}{L^2} \right)$$

Eğim açısı

A yatağında

$$\alpha_A = \frac{M_b \cdot L}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot b^2}{L^2} \right)$$

Eğim açısı

B yatağında

$$\alpha_B = \frac{M_b \cdot L}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot a^2}{L^2} \right)$$

Eğim açısı

C noktasında

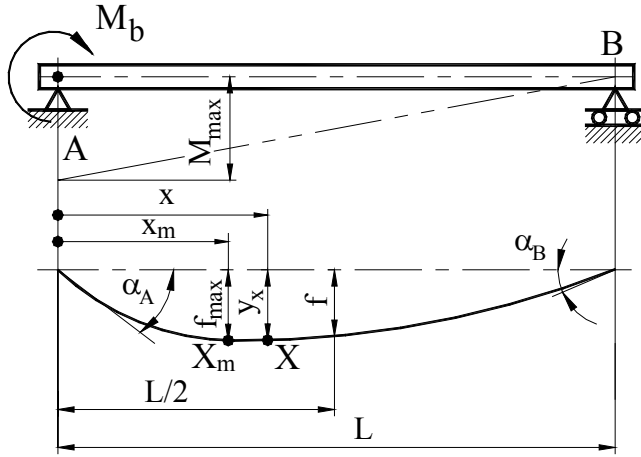
$$\alpha_C = \frac{M_b \cdot L}{3 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot a \cdot b}{L^2} \right)$$

Dikkat! Burada formüller $a > b$ ise geçerlidir. Eğer $a < b$ ise a ve b değerleri yer değiştirir.

Şekil 6 için örnek;

Moment	$M_b =$	1'500 Nm	
Kiriş boyu	$L =$	1'000 mm	
Kirişin a boyu	$a =$	700 mm	
Kirişin b boyu	$b =$	300 mm	$b = L - a$
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
X ₁ in A ya mesafesi	$x_1 =$	400 mm	
X ₂ nin A ya mesafesi	$x_2 =$	800 mm	
Yatak kuvveti A	$F_A = \frac{M_b}{L}$		$F_A = 1'500 \text{ N}$
Yatak kuvveti B	$F_B = F_A = \frac{M_b}{L}$		$F_B = 1'500 \text{ N}$
max. Moment	$M_{\max} = F_A \cdot a$		$M_{\max} = 1'050 \text{ Nm}$
C noktasında moment	$M_{C\max} = F_A \cdot a$ $M_{C\min} = F_B \cdot b$		$M_{C\max} = 1'050 \text{ Nm}$ $M_{C\min} = 450 \text{ Nm}$
a kısmında sehim	$f_{a\max} = \frac{M_b \cdot L^2}{3 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{3} - \frac{b^2}{L^2}} \right)^3$		$f_{a\max} = 0,86 \text{ mm}$
b kısmında sehim	$f_{b\max} = \frac{M_b \cdot L^2}{3 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\sqrt{\frac{1}{3} - \frac{a^2}{L^2}} \right)^3$		$f_{b\max} = -0,44i \text{ mm}$
C noktasında sehim	$f_C = \frac{M_b \cdot a \cdot b}{3 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{a}{L} - \frac{b}{L} \right)$		$f_C = 0,60 \text{ mm}$
X noktasında sehim $x_1 = 400 \leq a$	$y_1 = \frac{M_b \cdot L \cdot x_1}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot b^2}{L^2} - \frac{x_1^2}{L^2} \right)$		$y_1 = 0,81 \text{ mm}$
X noktasında sehim $x_2 = 800 \leq L$	$y_2 = \frac{M_b \cdot L}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x_2}{L} \right) \cdot \left(\frac{3 \cdot a^2}{L^2} - \frac{2 \cdot x_2}{L} + \frac{x_2^2}{L^2} \right)$		$y_2 = 0,36 \text{ mm}$
A yatağında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{M_b \cdot L}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot b^2}{L^2} \right)$		$\alpha_A = 0,0026 \text{ Rad}$ $\alpha_A^\circ = 0,1494^\circ$
B yatağında eğim açısı	$\alpha_B = \frac{M_b \cdot L}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot a^2}{L^2} \right)$		$\alpha_B = -0,0017 \text{ Rad}$ $\alpha_B^\circ = -0,0962^\circ$
C noktalarında eğim açısı	$\alpha_C = \frac{M_b \cdot L}{3 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot a \cdot b}{L^2} \right)$		$\alpha_C = 0,0026 \text{ Rad}$ $\alpha_C^\circ = 0,1494^\circ$

7 Sabit mafsallı tarafta moment etkisindeki klasik kiriş



Yatak kuvvetleri:

$$\text{A yatağı kuvveti; } F_A = \frac{M_b}{L}$$

$$\text{B yatağı kuvveti; } F_B = \frac{M_b}{L}$$

Eğilme momentleri:

$$\text{max Moment } M_{\max} = F_B \cdot L$$

$$\text{Sistemde max moment } M_b = M_{\max}$$

Şekil 7

X noktasında moment

$$M_X = F_B \cdot (L - x)$$

max. sehim

$$f_{\max} = f_m = \frac{M_b \cdot L^2}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I_y}$$

 x_m mesafesi

$$x_m = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot L \quad 1 - \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,42265$$

 $L/2$ noktasında sehim

$$f = \frac{M_b \cdot L^2}{16 \cdot E \cdot I_y}$$

X noktasında sehim

$$y_x = \frac{M_b \cdot L^2}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{2 \cdot x}{L} - \frac{3 \cdot x^2}{L^2} + \frac{x^3}{L^3} \right)$$

Eğim açısı
A yatağında

$$\alpha_A = \frac{M_b \cdot L}{3 \cdot E \cdot I_y}$$

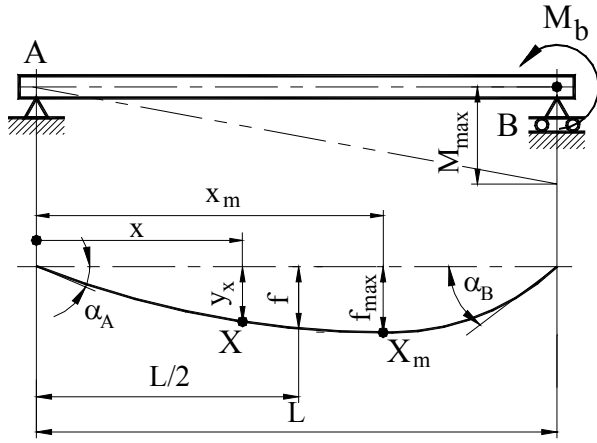
Eğim açısı
B yatağında

$$\alpha_B = \frac{M_b \cdot L}{6 \cdot E \cdot I_y}$$

Şekil 7 için örnek;

Moment	$M_b =$	1'500 Nm	
Kiriş boyu	$L =$	1'000 mm	
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
X in A ya mesafesi	$x =$	200 mm	
Yatak kuvveti A	$F_A = \frac{M_b}{L}$		$F_A = 1'500 \text{ N}$
Yatak kuvveti B	$F_B = F_A = \frac{M_b}{L}$		$F_B = 1'500 \text{ N}$
max. Moment	$M_{\max} = F_B \cdot L$		$M_{\max} = 1'500 \text{ Nm}$
Sistemde max moment	$M_b = M_{\max}$		$M_b = 1'500 \text{ Nm}$
X noktasında moment	$M_X = F_B \cdot (L - x)$		$M_X = 1'200 \text{ Nm}$
max Sehim	$f_{\max} = f_m = \frac{M_b \cdot L^2}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I_y}$		$f_{\max} = 1,375 \text{ mm}$
x_m mesafesi	$x_m = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot L$	$1 - \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,42265$	$x_m = 422,65 \text{ mm}$
L/2 noktasında sehim	$f = \frac{M_b \cdot L^2}{16 \cdot E \cdot I_y}$		$f = 1,339 \text{ mm}$
X noktasında sehim	$y_x = \frac{M_b \cdot L^2}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{2 \cdot x}{L} - \frac{3 \cdot x^2}{L^2} + \frac{x^3}{L^3}\right)$		$y_x = 1,029 \text{ mm}$
A yatağında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{M_b \cdot L}{3 \cdot E \cdot I_y}$		$\alpha_A = 0,0071 \text{ Rad}$
			$\alpha_A^\circ = 0,4093^\circ$
B yatağında eğim açısı	$\alpha_B = \frac{M_b \cdot L}{6 \cdot E \cdot I_y}$		$\alpha_B = 0,0036 \text{ Rad}$
			$\alpha_B^\circ = 0,2046^\circ$

8 Hareketli tarafta moment etkisindeki klasik kiriş



Yatak kuvvetleri:

$$\text{A yatağı kuvveti; } F_A = \frac{M_b}{L}$$

$$\text{B yatağı kuvveti; } F_B = \frac{M_b}{L}$$

Eğilme momentleri:

$$\text{max Moment } M_{\max} = F_B \cdot L$$

$$\text{Sistemde max moment } M_b = M_{\max}$$

Şekil 8

X noktasında moment

$$M_X = F_A \cdot x$$

max. sehim

$$f_{\max} = f_m = \frac{M_b \cdot L^2}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I_y}$$

 x_m mesafesi

$$x_m = \frac{L}{\sqrt{3}} \quad \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,57735$$

L/2 noktasında sehim

$$f = \frac{M_b \cdot L^2}{16 \cdot E \cdot I_y}$$

X noktasında sehim

$$y_x = \frac{M_b \cdot L^2}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{x}{L} - \frac{x^3}{L^3} \right)$$

Eğim açısı
A yatağında

$$\alpha_A = \frac{M_b \cdot L}{6 \cdot E \cdot I_y}$$

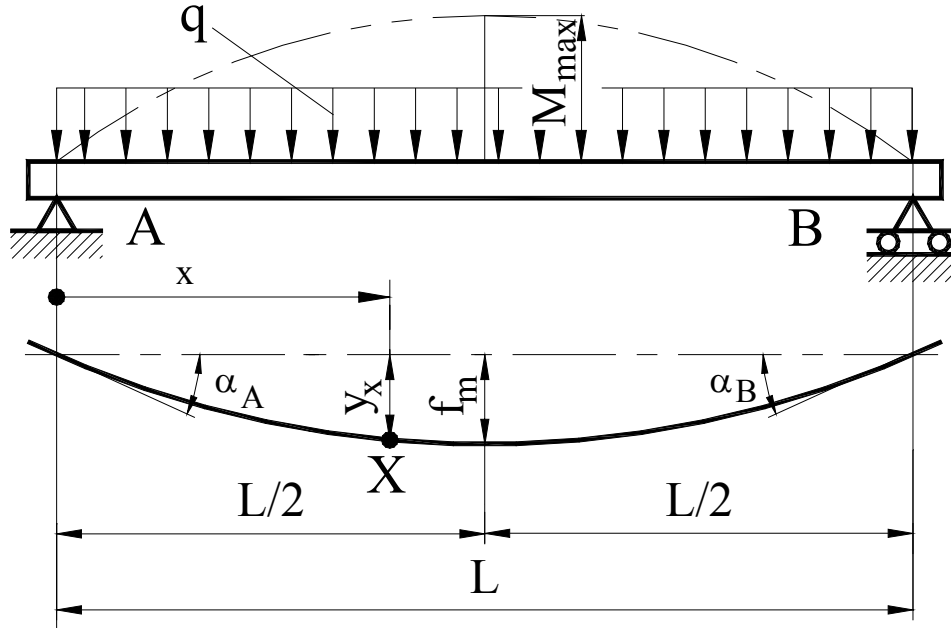
Eğim açısı
B yatağında

$$\alpha_B = \frac{M_b \cdot L}{3 \cdot E \cdot I_y}$$

Şekil 8 için örnek;

Moment	$M_b =$	1'500 Nm	
Kiriş boyu	$L =$	1'000 mm	
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
X in A ya mesafesi	$x =$	200 mm	
Yatak kuvveti A	$F_A = \frac{M_b}{L}$		$F_A = 1'500 \text{ N}$
Yatak kuvveti B	$F_B = F_A = \frac{M_b}{L}$		$F_B = 1'500 \text{ N}$
max. Moment	$M_{\max} = F_B \cdot L$		$M_{\max} = 1'500 \text{ Nm}$
Sistemde max moment	$M_b = M_{\max}$		$M_b = 1'500 \text{ Nm}$
X noktasında moment	$M_X = F_A \cdot x$		$M_X = 300 \text{ Nm}$
max Sehim	$f_{\max} = f_m = \frac{M_b \cdot L^2}{9 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I_y}$		$f_{\max} = 1,375 \text{ mm}$
x_m mesafesi	$x_m = \frac{L}{\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = 0,57735$		$x_m = 577,35 \text{ mm}$
L/2 noktasında sehim	$f = \frac{M_b \cdot L^2}{16 \cdot E \cdot I_y}$		$f = 1,339 \text{ mm}$
X noktasında sehim	$y_x = \frac{M_b \cdot L^2}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{x}{L} - \frac{x^3}{L^3} \right)$		$y_x = 0,686 \text{ mm}$
A yatağında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{M_b \cdot L}{6 \cdot E \cdot I_y}$		$\alpha_A = 0,0036 \text{ Rad}$ $\alpha_A^\circ = 0,2046^\circ$
B yatağında eğim açısı	$\alpha_B = \frac{M_b \cdot L}{3 \cdot E \cdot I_y}$		$\alpha_B = 0,0071 \text{ Rad}$ $\alpha_B^\circ = 0,4093^\circ$

9 Tam yayılı yük etkisindeki klasik kiriş



Şekil 9

A yatağı kuvveti

$$F_A = \frac{q \cdot L}{2}$$

B yatağı kuvveti

$$F_B = \frac{q \cdot L}{2}$$

max Moment

$$M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{8}$$

X noktasında moment

$$M_X = \frac{q \cdot x}{2} \cdot (L - x)$$

max. sehim

$$f_{\max} = f_m = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y}$$

X noktasında sehim

$$y_x = \frac{q \cdot L^4}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{x}{L} - \frac{2 \cdot x^3}{L^3} + \frac{x^4}{L^4} \right)$$

Eğim açısı
A yatağında

$$\alpha_A = \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I_y}$$

Eğim açısı
B yatağında

$$\alpha_B = \alpha_A = \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I_y}$$

Şekil 9 için örnek;

Yayıllı yük $q = 10 \text{ N/mm}$

Kiriş boyu $L = 1'000 \text{ mm}$

Elastiklik modülü $E = 210'000 \text{ N/mm}^2$

Atalet momenti $I_y = 333'333 \text{ mm}^4$

X in A ya mesafesi $x = 200 \text{ mm}$

Yatak kuvveti A $F_A = \frac{q \cdot L}{2}$ $F_A = 5'000 \text{ N}$

Yatak kuvveti B $F_B = \frac{q \cdot L}{2}$ $F_B = 5'000 \text{ N}$

max. Moment $M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{8}$ $M_{\max} = 1'250 \text{ Nm}$

X noktasında moment $M_X = \frac{q \cdot x}{2} \cdot (L - x)$ $M_X = 800 \text{ Nm}$

max Sehim $f_{\max} = f_m = \frac{5 \cdot q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y}$ $f_{\max} = 1,860 \text{ mm}$

x_m mesafesi $x_m = \frac{L}{2}$ $x_m = 500 \text{ mm}$

X noktasında sehim $y_x = \frac{q \cdot L^4}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{x}{L} - \frac{2 \cdot x^3}{L^3} + \frac{x^4}{L^4} \right)$ $y_x = 1,105 \text{ mm}$

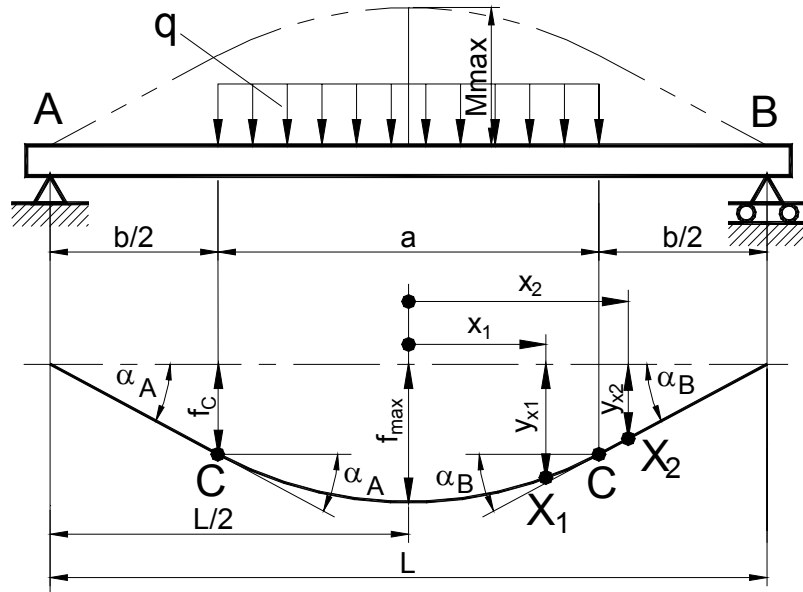
A yatağında eğim açısı $\alpha_A = \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I_y}$ $\alpha_A = 0,0060 \text{ Rad}$

$\alpha_A^\circ = 0,3410^\circ$

B yatağında eğim açısı $\alpha_B = \alpha_A = \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I_y}$ $\alpha_B = 0,0060 \text{ Rad}$

$\alpha_B^\circ = 0,3410^\circ$

10 Ortada simetrik yayılı yük etkisindeki klasik kiriş



Şekil 10

A yatağı kuvveti

$$F_A = \frac{q \cdot a}{2}$$

B yatağı kuvveti

$$F_B = F_A = \frac{q \cdot a}{2}$$

max Moment

$$x_{M_{\max}} = 0,5 \cdot L$$

$$M_{\max} = 0,25 \cdot q \cdot a \cdot (L - 0,5 \cdot a)$$

X noktasında moment

$$x \leq a/2$$

$$M_x = 0,5 \cdot q \cdot \left[a \cdot \left(\frac{L}{2} - x \right) - \left(\frac{a}{2} - x \right)^2 \right]$$

X noktasında moment

$$x > a/2$$

$$M_x = 0,5 \cdot q \cdot a \cdot (0,5 \cdot L - x)$$

C noktalarında moment

$$M_C = 0,25 \cdot q \cdot a \cdot b$$

max. Sehim

$$x_m = 0,5 \cdot L$$

$$f_m = \frac{q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{b^2}{L^2} \right) \cdot \left(5 - \frac{b^2}{L^2} \right)$$

C noktalarında sehim

$$x_C = 0,5 \cdot b$$

$$f_C = \frac{q \cdot a \cdot b \cdot L^2}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 + \frac{a \cdot b}{L^2} \right)$$

X noktasında sehim

$$x \leq a/2 \text{ için}$$

$$y = \frac{q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\left(1 - \frac{b^2}{L^2} \right) \cdot \left(5 - \frac{b^2}{L^2} - \frac{24 \cdot x^2}{L^2} \right) + \frac{16 \cdot x^4}{L^4} \right]$$

X noktasında sehim

$$x > a/2 \text{ için}$$

$$y = \frac{q \cdot a \cdot L^3}{96 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot x}{L} \right) \cdot \left[\frac{4 \cdot x}{L} \cdot \left(1 - \frac{x}{L} \right) + 2 - \frac{a^2}{L^2} \right]$$

Eğim açısı

A ve B noktalarında

$$\alpha_A = \alpha_B = \frac{q \cdot a \cdot L^2}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(3 - \frac{a^2}{L^2} \right)$$

Eğim açısı

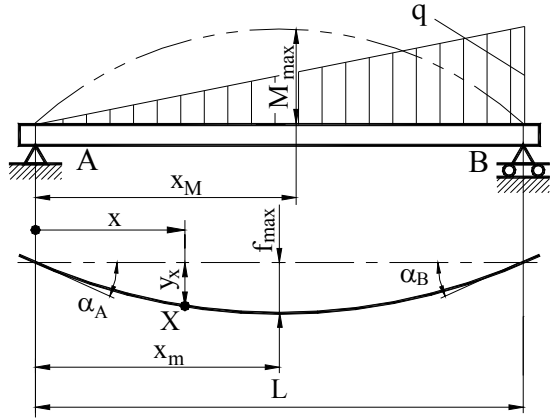
C ve D noktalarında

$$\alpha_C = \alpha_D = \frac{q \cdot a^2 \cdot L}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(3 - \frac{2 \cdot a}{L} \right)$$

Şekil 10 için örnek;

Yayıllı yük	$q =$	10 N/mm	
Kiriş boyu	$L =$	1'000 mm	
Yayıllı yük boyu	$a =$	600 mm	
Yayıllı yüksüz boy	$b =$	400	$b = L - a$
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
X_1 in A ya mesafesi	$x_1 =$	200 mm	
X_2 nin A ya mesafesi	$x_2 =$	400 mm	
Yatak kuvveti A	$F_A = \frac{q \cdot a}{2}$		$F_A = 3'000$ N
Yatak kuvveti B	$F_B = F_A = \frac{q \cdot a}{2}$		$F_B = 3'000$ N
max. Moment	$M_{\max} = 0,25 \cdot q \cdot a \cdot (L - 0,5 \cdot a)$		$M_{\max} = 1'050$ Nm
X_1 noktasında moment $x \leq a/2$	$M_x = 0,5 \cdot q \cdot \left[a \cdot \left(\frac{L}{2} - x \right) - \left(\frac{a}{2} - x \right)^2 \right]$		$M_{X1} = 850$ Nm
X_2 noktasında moment $x > a/2$	$M_x = 0,5 \cdot q \cdot a \cdot (0,5 \cdot L - x)$		$M_{X2} = 300$ Nm
C noktasında moment	$M_C = 0,25 \cdot q \cdot a \cdot b$		$M_C = 600$ Nm
max Sehim	$f_m = \frac{q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{b^2}{L^2} \right) \cdot \left(5 - \frac{b^2}{L^2} \right)$		$f_{\max} = 1,513$ mm
x_m mesafesi	$x_m = 0,5 \cdot L$		$x_m = 500$ mm
C noktasında sehim	$f_C = \frac{q \cdot a \cdot b \cdot L^2}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 + \frac{a \cdot b}{L^2} \right)$		$f_C = 0,886$ mm
X_1 noktasında sehim	$y = \frac{q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\left(1 - \frac{b^2}{L^2} \right) \cdot \left(5 - \frac{b^2}{L^2} - \frac{24 \cdot x^2}{L^2} \right) + \frac{16 \cdot x^4}{L^4} \right]$		$y_{x1} = 1,222$ mm
X_2 noktasında sehim	$y = \frac{q \cdot a \cdot L^3}{96 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot x}{L} \right) \cdot \left[\frac{4 \cdot x}{L} \cdot \left(1 - \frac{x}{L} \right) + 2 - \frac{a^2}{L^2} \right]$		$y_{x2} = 0,464$ mm
A ve B noktalarında eğim açısı	$\alpha_A = \alpha_B = \frac{q \cdot a \cdot L^2}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(3 - \frac{a^2}{L^2} \right)$		$\alpha_A = 0,0047$ Rad
B yatağında eğim açısı			$\alpha_A^\circ = 0,2701$ °
			$\alpha_B = 0,0047$ Rad
			$\alpha_B^\circ = 0,2701$ °
C noktalarında eğim açısı	$\alpha_C = \alpha_D = \frac{q \cdot a^2 \cdot L}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(3 - \frac{2 \cdot a}{L} \right)$		$\alpha_C = 0,0039$ Rad
			$\alpha_C^\circ = 0,2210$ °
D noktasında eğim açısı			$\alpha_D = 0,0039$ Rad
			$\alpha_D^\circ = 0,2210$ °

11 Tam yayılı üçken yük etkisindeki klasik kiriş, taban hareketli yatak tarafında



Şekil 11

Yatak kuvvetleri:

$$\text{A yatağı kuvveti; } F_A = \frac{q \cdot L}{6}$$

$$\text{B yatağı kuvveti; } F_B = \frac{q \cdot L}{3}$$

$$\text{Yayıllı yük kuvveti } F = \frac{q \cdot L}{2}$$

Eğilme momentleri

max Moment

$$M_{\max} = 0,1284 \cdot F \cdot L = 0,06415 \cdot q \cdot L^2$$

$x_{M_{\max}}$ mesafesi

$$x_{M_{\max}} = L / \sqrt{3} \quad 1 / \sqrt{3} = 0,57735$$

X noktasında moment

$$M_x = \frac{q \cdot L \cdot x}{6} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{L^2} \right)$$

max. Sehim

$$f_{\max} = \frac{q \cdot L^4}{(153,3) \cdot E \cdot I_y}$$

x_m mesafesi

$$x_{f_{\max}} = 0,5193296 \cdot L \quad \sqrt{1 - \sqrt{\frac{8}{15}}} = 0,5193296$$

X noktasında sehim

$$y_x = \frac{q \cdot L^3 \cdot x}{360 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(3 \cdot \frac{x^4}{L^4} - 10 \cdot \frac{x^2}{L^2} + 7 \right)$$

Eğim açısı
A yatağında

$$\alpha_A = \frac{7 \cdot q \cdot L^3}{360 \cdot E \cdot I_y}$$

Eğim açısı
B yatağında

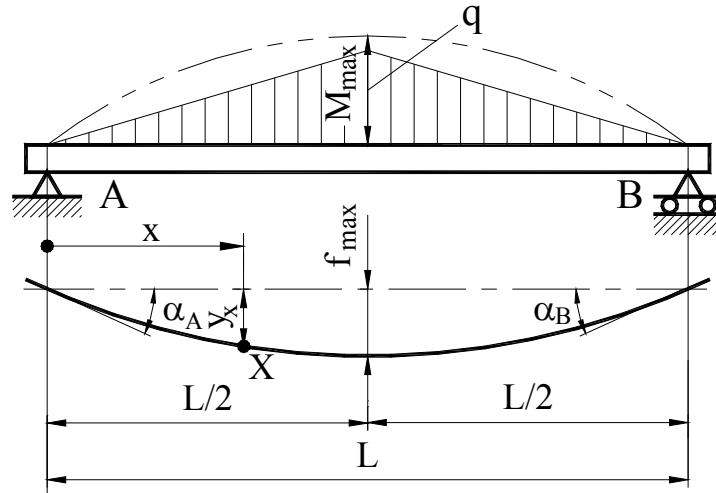
$$\alpha_B = \frac{8 \cdot q \cdot L^3}{360 \cdot E \cdot I_y}$$

Şekil 11 için örnek;

Yayıllı yükün max değeri	$q =$	30	N/mm
Kiriş boyu	$L =$	1'000	mm
Elastiklik modülü	$E =$	210'000	N/mm ²
Atalet momenti	$I_y =$	333'333	mm ⁴
x in A ya mesafesi	$x =$	300	mm

Yatak kuvveti A	$F_A = \frac{q \cdot L}{6}$	$F_A =$	5'000	N
Yatak kuvveti B	$F_B = \frac{q \cdot L}{3}$	$F_B =$	10'000	N
Yayıllı yük kuvveti	$F_q = \frac{q \cdot L}{2}$	$F_q =$	15'000	N
max. Moment	$M_{\max} = 0,1284 \cdot F \cdot L = 0,06415 \cdot q \cdot L^2$	$M_{\max} =$	1'925	Nm
$x_{M_{\max}}$ mesafesi	$x_{M_{\max}} = L / \sqrt{3} \quad 1 / \sqrt{3} = 0,57735$	$x_{f_{\max}} =$	577,35	mm
X noktasında moment	$M_x = \frac{q \cdot L \cdot x}{6} \cdot \left(1 - \frac{x^2}{L^2} \right)$	$M_x =$	1'365	Nm
max Sehim	$f_{\max} = \frac{q \cdot L^4}{(153,3) \cdot E \cdot I_y}$	$f_{\max} =$	2,80	mm
$x_{f_{\max}}$ mesafesi	$x_{f_{\max}} = 0,5193 \cdot L \cdot \sqrt{1 - \sqrt{\frac{8}{15}}} = 0,5193$	$x_{f_{\max}} =$	519,33	mm
X noktasında sehim	$y_x = \frac{q \cdot L^3 \cdot x}{360 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(3 \cdot \frac{x^4}{L^4} - 10 \cdot \frac{x^2}{L^2} + 7 \right)$	$y_x =$	2,19	mm
A yatağında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{7 \cdot q \cdot L^3}{360 \cdot E \cdot I_y}$	$\alpha_A =$	0,0083	Rad
		$\alpha_A^\circ =$	0,4775	°
B yatağında eğim açısı	$\alpha_B = \frac{8 \cdot q \cdot L^3}{360 \cdot E \cdot I_y}$	$\alpha_B =$	0,0095	Rad
		$\alpha_B^\circ =$	0,5457	°

12 Tam yayılı simetrik üçgen yük etkisindeki klasik kiriş



Şekil 12

A yatağı kuvveti

$$F_A = \frac{q \cdot L}{4}$$

$$F_A = F_B$$

B yatağı kuvveti

$$F_B = \frac{q \cdot L}{4}$$

Yayıllı yük kuvveti

$$F = \frac{q \cdot L}{2}$$

max Moment

 $x \leq L/2$

$$M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{12}$$

X noktasında moment

 $x \leq L/2$

$$M_x = \frac{q \cdot x}{L} \cdot \left(\frac{L^2}{4} - \frac{x^2}{3} \right)$$

max. Sehim

$$f_{\max} = \frac{q \cdot L^4}{120 \cdot E \cdot I_y}$$

$$x_{f_{\max}} = 0,5 \cdot L$$

Eğim açısı
A yatağında

$$\alpha_A = \frac{q_2 \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y}$$

$$\alpha_A = \alpha_B$$

Eğim açısı
B yatağında

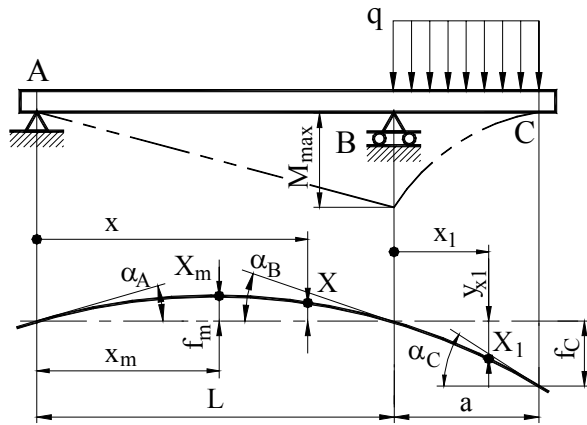
$$\alpha_B = \frac{q_2 \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y}$$

Şekil 12 için örnek;

Yayıllı yükün max değeri	$q =$	30	N/mm
Kiriş boyu	$L =$	1'000	mm
Elastiklik modülü	$E =$	210'000	N/mm ²
Atalet momenti	$I_y =$	333'333	mm ⁴
x in A ya mesafesi	$x =$	300	mm

Yatak kuvveti A	$F_A = \frac{q \cdot L}{4}$	$F_A =$	7'500	N
Yatak kuvveti B	$F_B = \frac{q \cdot L}{4}$	$F_B =$	7'500	N
Yayıllı yük kuvveti	$F_q = \frac{q \cdot L}{2}$	$F_q =$	15'000	N
max. Moment	$M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{12}$	$M_{\max} =$	2'500	Nm
X noktasında moment $x \leq L/2$	$M_x = \frac{q \cdot x}{L} \cdot \left(\frac{L^2}{4} - \frac{x^2}{3} \right)$	$M_x =$	1'980	Nm
max Sehim	$f_{\max} = \frac{q \cdot L^4}{120 \cdot E \cdot I_y}$	$f_{\max} =$	3,57	mm
$x_{f \max}$ mesafesi	$x_{f \max} = 0,5 \cdot L$	$x_{f \max} =$	500	mm
A yatağında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{q_2 \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y}$	$\alpha_A =$	0,0089	Rad
		$\alpha_A^\circ =$	0,5116	°
B yatağında eğim açısı	$\alpha_B = \frac{q_2 \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y}$	$\alpha_B =$	0,0089	Rad
		$\alpha_B^\circ =$	0,5116	°

13 Çıkmalı klasik kiriş, çıkma tarafındaki yayılı yük etkisinde



Şekil 13

Yatak kuvvetleri:

$$\text{A yatağı kuvveti; } F_A = \frac{q \cdot a^2}{2 \cdot L}$$

$$\text{B yatağı kuvveti; } F_B = q \cdot a \cdot \left(1 + \frac{a}{2 \cdot L}\right)$$

Eğilme momentleri

$$\text{max Moment } M_{\max} = 0,5 \cdot q \cdot a^2$$

X noktasında moment
 $x \leq L$

$$M_x = \frac{q \cdot a^2}{2 \cdot L} \cdot x$$

X_1 noktasında moment
 $x_1 \leq a$

$$M_{x_1} = 0,5 \cdot q \cdot (a - x_1)^2$$

X_m noktasında Sehim

$$f_m = \frac{q \cdot a^2 \cdot L^2}{18 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I_y}$$

x_m mesafesi

$$x_m = L / \sqrt{3} \quad 1 / \sqrt{3} = 0,57735$$

C noktasında Sehim

$$f_C = \frac{q \cdot a^3 \cdot (4 \cdot L + 3 \cdot a)}{24 \cdot E \cdot I_y}$$

X noktasında Sehim
 $0 \leq x \leq L$

$$y = \frac{q \cdot a^2 \cdot L^2}{12 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{x}{L} - \frac{x^3}{L^3} \right)$$

X_1 noktasında Sehim
 $0 \leq x_1 \leq a$

$$y_1 = \frac{q \cdot a^4}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{4 \cdot L \cdot x_1}{a^2} + \frac{6 \cdot x_1^2}{a^2} - \frac{4 \cdot x_1^3}{a^3} + \frac{x_1^4}{a^4} \right)$$

Eğim açısı
A yatağında

$$\alpha_A = \frac{q \cdot a^2 \cdot L}{12 \cdot E \cdot I_y}$$

Eğim açısı
B yatağında

$$\alpha_B = \frac{q \cdot a^2 \cdot L}{6 \cdot E \cdot I_y}$$

Eğim açısı
C noktasında

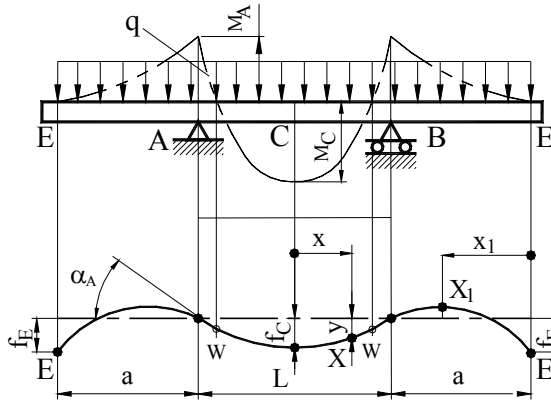
$$\alpha_C = \frac{q \cdot a^2 \cdot (L + a)}{6 \cdot E \cdot I_y}$$

Şekil 13 için örnek;

Yayıllı yükün max değeri	$q =$	10 N/mm
Kiriş boyu	$L =$	1'000 mm
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴
X in A ya mesafesi	$x =$	300 mm
X ₁ in B ye mesafesi	$x_1 =$	100 mm

Yatak kuvveti A	$F_A = \frac{q \cdot a^2}{2 \cdot L}$	$F_A =$	450 N
Yatak kuvveti B	$F_B = q \cdot a \cdot \left(1 + \frac{a}{2 \cdot L}\right)$	$F_B =$	3'450 N
max. Moment	$M_{\max} = 0,5 \cdot q \cdot a^2$	$M_{\max} =$	450 Nm
X noktasında moment	$M_x = \frac{q \cdot a^2}{2 \cdot L} \cdot x$	$M_x =$	135 Nm
X ₁ noktasında moment	$M_{x_1} = 0,5 \cdot q \cdot (a - x)^2$	$M_{x_1} =$	200 Nm
X _m noktasında Sehim	$f_m = \frac{q \cdot a^2 \cdot L^2}{18 \cdot \sqrt{3} \cdot E \cdot I_y}$	$f_m =$	0,412 mm
x _m mesafesi	$x_m = L / \sqrt{3} \quad 1 / \sqrt{3} = 0,57735$	$x_m =$	577,35 mm
C noktasında sehim	$f_C = \frac{q \cdot a^3 \cdot (4 \cdot L + 3 \cdot a)}{24 \cdot E \cdot I_y}$	$f_C =$	0,788 mm
X noktasında sehim $0 \leq x \leq L$	$y = \frac{q \cdot a^2 \cdot L^2}{12 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{x}{L} - \frac{x^3}{L^3}\right)$	$y_x =$	0,293 mm
X ₁ noktasında sehim $0 \leq x_1 \leq a$	$y_1 = \frac{q \cdot a^4}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{4 \cdot L \cdot x_1}{a^2} + \frac{6 \cdot x_1^2}{a^2} - \frac{4 \cdot x_1^3}{a^3} + \frac{x_1^4}{a^4}\right)$	$y_{x_1} =$	0,240 mm
A yatağında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{q \cdot a^2 \cdot L}{12 \cdot E \cdot I_y}$	$\alpha_A =$	0,0011 Rad
		$\alpha_A^\circ =$	0,0614 °
B yatağında eğim açısı	$\alpha_B = \frac{q \cdot a^2 \cdot L}{6 \cdot E \cdot I_y}$	$\alpha_B =$	0,0021 Rad
		$\alpha_B^\circ =$	0,1228 °
C noktasında eğim açısı	$\alpha_C = \frac{q \cdot a^2 (L + a)}{6 \cdot E \cdot I_y}$	$\alpha_C =$	0,0028 Rad
		$\alpha_C^\circ =$	0,1596 °

14 Çift taraflı çıkmalı klasik kiriş, tam yayılı yük etkisinde



Şekil 14

Yatak kuvvetleri:

$$A \text{ yatağı kuvveti; } F_A = 0,5 \cdot q \cdot (L + 2 \cdot a)$$

$$F_B = F_A$$

$$B \text{ yatağı kuvveti; } F_B = 0,5 \cdot q \cdot (L + 2 \cdot a)$$

$$\text{Dönüm noktası: } x_W = 0,5 \cdot L \cdot \sqrt{1 - 4 \cdot a^2 \cdot L^{-2}}$$

$$M_{A,B} \text{ maksimum, eğer } a \geq \sqrt{8} \cdot L = 0,35355 \cdot L \text{ ise}$$

$$M_C \text{ maksimum, eğer } a \leq \sqrt{8} \cdot L = 0,35355 \cdot L \text{ ise}$$

$$M_C = 0, \text{ eğer } a = 0,5 L \text{ ise.}$$

$$\sqrt{8} = 0,35355$$

Moment

A veya B noktasında

$$M_{A,B} = \frac{-q \cdot a^2}{2}$$

Moment

A ve B arasında $x \leq 0,5L$

$$M_{AB} = \frac{q \cdot L^2}{8} \cdot \left[\left(1 - \frac{4 \cdot a^2}{L^2} \right) - \frac{4 \cdot x^2}{L^2} \right]$$

Moment

C noktasında, $x = 0$

$$M_C = \frac{q \cdot L^2}{8} \cdot \left(1 - \frac{4 \cdot a^2}{L^2} \right)$$

Moment

 X_1 noktasında

$$M_{X_1} = \frac{-q \cdot x_1^2}{2}$$

E noktalarında Sehim

eğer $a = 0,3747 \cdot L$ ise $f_E = 0$ olur.

$$f_E = \frac{q \cdot L^3 \cdot a}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{3 \cdot a^3}{L^3} + \frac{6 \cdot a^2}{L^2} - 1 \right)$$

C noktasında Sehim

eğer $a = 0,4564 \cdot L$ ise $f_C = 0$ olur. $\sqrt{5/24} = 0,4564$

$$f_C = \frac{q \cdot L^4}{16 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{5}{24} - \frac{a^2}{L^2} \right)$$

X noktasında Sehim

 $0 \leq x \leq 0,5L$

$$y = \frac{q \cdot L^4}{16 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{4 \cdot x^2}{L^2} \right) \cdot \left[\left(\frac{5}{24} - \frac{a^2}{L^2} \right) - \frac{x^2}{6 \cdot L^2} \right]$$

Eğim açısı

A yatağında

 $\alpha_A = \alpha_B$

$$\alpha_A = \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{6 \cdot a^2}{L^2} \right)$$

Eğim açısı

B yatağında

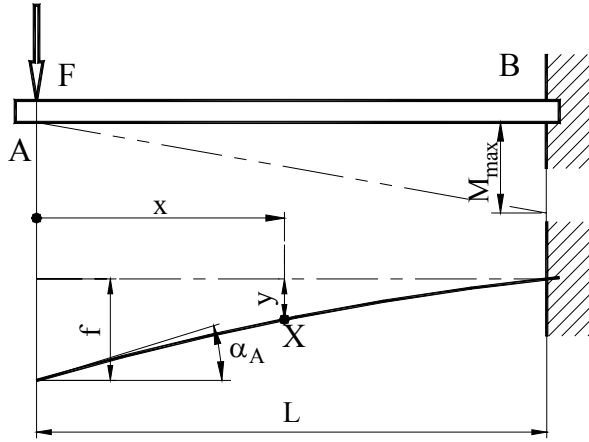
$$\alpha_B = \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{6 \cdot a^2}{L^2} \right)$$

Şekil 14 için örnek;

Yayıllı yükün max değeri	$q =$	10 N/mm
Kirişin L boyu	$L =$	1'000 mm
Kirişin a boyu	$a =$	300 mm
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴
x in C ye mesafesi	$x =$	250 mm
x in B ye mesafesi	$x_1 =$	200 mm

Yatak kuvveti A	$F_A = 0,5 \cdot q \cdot (L + 2 \cdot a)$	$F_A =$	8'000 N
Yatak kuvveti B	$F_B = 0,5 \cdot q \cdot (L + 2 \cdot a)$	$F_B =$	8'000 N
Dönüm noktası:	$x_W = 0,5 \cdot L \cdot \sqrt{1 - 4 \cdot a^2 \cdot L^{-2}}$	$x_W =$	400 mm
A veya B noktasında Moment	$M_{A;B} = \frac{-q \cdot a^2}{2}$	$M_{\max} =$	-450 Nm
A ve B arasında Moment	$M_{AB} = \frac{q \cdot L^2}{8} \cdot \left[\left(1 - \frac{4 \cdot a^2}{L^2} \right) - \frac{4 \cdot x^2}{L^2} \right]$	$M_{\max} =$	-487,5 Nm
C noktasında moment	$M_C = \frac{q \cdot L^2}{8} \cdot \left(1 - \frac{4 \cdot a^2}{L^2} \right)$	$M_C =$	800 Nm
X ₁ noktasında moment	$M_{X_1} = \frac{-q \cdot x_1^2}{2}$	$M_{X_1} =$	200 Nm
E noktasında sehim	$f_E = \frac{q \cdot L^3 \cdot a}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{3 \cdot a^3}{L^3} + \frac{6 \cdot a^2}{L^2} - 1 \right)$	$f_E =$	-0,677 mm
C noktasında sehim	$f_C = \frac{q \cdot L^4}{16 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{5}{24} - \frac{a^2}{L^2} \right)$	$f_C =$	1,057 mm
X noktasında sehim $x \leq 0,5 \cdot L$	$y = \frac{q \cdot L^4}{16 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{4 \cdot x^2}{L^2} \right) \cdot \left[\left(\frac{5}{24} - \frac{a^2}{L^2} \right) - \frac{x^2}{6 \cdot L^2} \right]$	$y_x =$	0,723 mm
A yatağında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{6 \cdot a^2}{L^2} \right)$	$\alpha_A =$	0,0027 Rad
		$\alpha_A^\circ =$	0,1569 °
B yatağında eğim açısı	$\alpha_B = \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{6 \cdot a^2}{L^2} \right)$	$\alpha_B =$	0,0027 Rad
		$\alpha_B^\circ =$	0,1569 °

15 Tek kuvvet etkisindeki çıkma kiriş



Şekil 15

$$\text{B kuvveti} \quad F_B = F$$

$$\text{Eğilme momenti} \quad M = F \cdot x$$

$$M_{\max} = F \cdot L$$

$$\text{max. Sehim} \quad f_{\max} = f = \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I_y}$$

Elastik eğri:

$$y = \frac{F \cdot L^3}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(2 - \frac{3 \cdot x}{L} + \frac{x^3}{L^3} \right)$$

$$\text{Eğim açısı} \quad \alpha_A = \frac{F \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I_y} = \frac{3 \cdot f}{2 \cdot L}$$

$$\alpha_X = \frac{3 \cdot y}{2 \cdot L}$$

Şekil 15 için örnek;

$$\text{Tek yük} \quad F = 2'000 \text{ N}$$

$$\text{Kirişin L boyu} \quad L = 1'000 \text{ mm}$$

$$\text{Elastiklik modülü} \quad E = 210'000 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Atalet momenti} \quad I_y = 333'333 \text{ mm}^4$$

$$x \text{ in A ya mesafesi} \quad x = 300 \text{ mm}$$

$$\text{Yatak kuvveti B} \quad F_B = F \quad F_B = 2'000 \text{ N}$$

$$\text{B noktasında Moment, max moment} \quad M_{\max} = F \cdot L \quad M_{\max} = 2'000 \text{ Nm}$$

$$\text{X noktasında moment} \quad M = F \cdot x \quad M_X = 600 \text{ Nm}$$

$$\text{A noktasında sehim max sehim} \quad f_{\max} = f = \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I_y} \quad f_{\max} = 9,524 \text{ mm}$$

$$\text{X noktasında sehim} \quad y = \frac{F \cdot L^3}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(2 - \frac{3 \cdot x}{L} + \frac{x^3}{L^3} \right) \quad y = 5,367 \text{ mm}$$

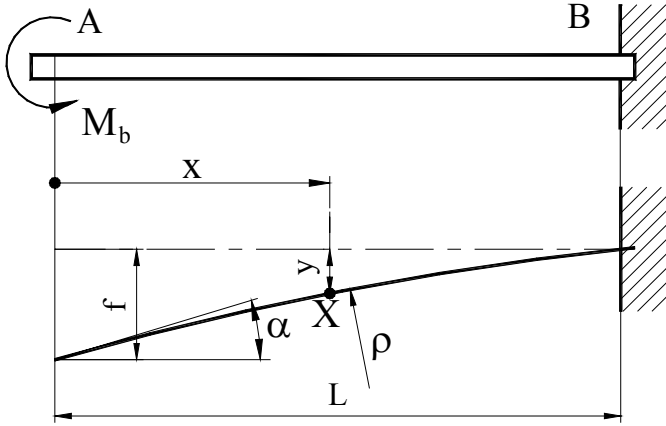
$$\text{A noktasında eğim açısı} \quad \alpha_A = \frac{F \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I_y} = \frac{3 \cdot f}{2 \cdot L} \quad \alpha_A = 0,0143 \text{ Rad}$$

$$\alpha_A^\circ = 0,8185^\circ$$

$$\text{X noktasında eğim açısı} \quad \alpha_X = \frac{3 \cdot y}{2 \cdot L} \quad \alpha_X = 0,0081 \text{ Rad}$$

$$\alpha_X^\circ = 0,4612^\circ$$

16 Serbest uçta moment etkili çıkma kiriş



Şekil 16

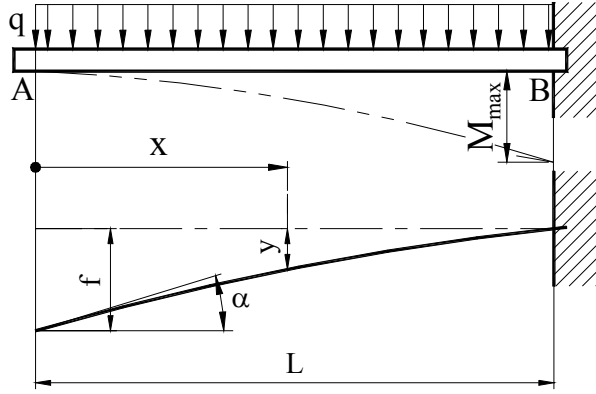
B kuvveti	$F_B = 0$
Eğilme momenti	$M = \text{sabit}$
Çemberin yarı çapı	$\rho = E \cdot I_y / M$
Sehim	$f_{\max} = f = \frac{M_b \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I_y}$
Elastik eğri:	$y = \frac{M_b \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2$
Eğim açısı	$\alpha_A = \frac{M_b \cdot L}{E \cdot I_y} = \frac{2 \cdot f}{L}$
	$\alpha_X = \frac{2 \cdot y}{L}$

Şekil 16 için örnek;

Moment	$M_b =$	1'500	Nm
Kirişin L boyu	$L =$	1'000	mm
Elastiklik modülü	$E =$	210'000	N/mm ²
Atalet momenti	$I_y =$	333'333	mm ⁴
x in A ya mesafesi	$x =$	500	mm

Yatak kuvveti B	$F_B = 0$	$F_B =$	0	kN
Çemberin yarı çapı	$\rho = E \cdot I_y / M$	$\rho =$	46'667	m
A noktasında sehim max sehim	$f_{\max} = f = \frac{M_b \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I_y}$	$f_{\max} =$	10,714	mm
X noktasında sehim	$y = \frac{M_b \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2$	$y =$	5,357	mm
A noktasında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{M_b \cdot L}{E \cdot I_y} = \frac{2 \cdot f}{L}$	$\alpha_A =$	0,0214	Rad
		$\alpha_A^\circ =$	1,2278	°
X noktasında eğim açısı	$\alpha_X = \frac{2 \cdot y}{L}$	$\alpha_X =$	0,0107	Rad
		$\alpha_X^\circ =$	0,6150	°

17 Düzgün yayılı yük etkisindeki çıkma kiriş



Şekil 17

B kuvveti

$$F_B = q \cdot L$$

Eğilme momenti

$$M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{2}$$

$$M_X = \frac{q \cdot x^2}{2}$$

Max. Sehim

$$f_{\max} = f = \frac{q \cdot L^4}{8 \cdot E \cdot I_y}$$

Elastik eğri:

$$y = \frac{q \cdot L^4}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(3 - \frac{4 \cdot x}{L} + \frac{x^4}{L^4} \right)$$

Eğim açısı

$$\alpha_A = \frac{q \cdot L^3}{6 \cdot E \cdot I_y} = \frac{4 \cdot f}{3 \cdot L}$$

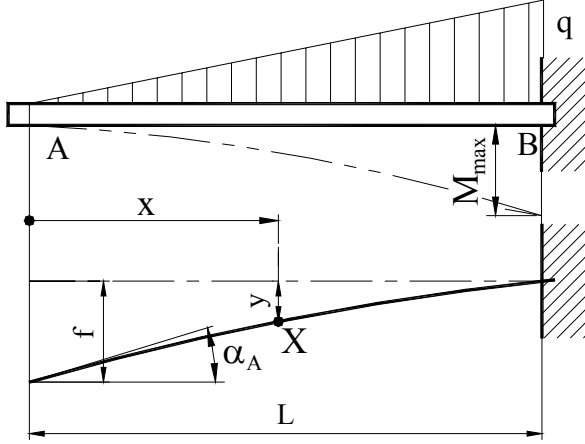
$$\alpha_x = \frac{4 \cdot y}{3 \cdot L}$$

Şekil 17 için örnek;

Yayılı yük	F =	10	N/mm
Kirişin L boyu	L =	1'000	mm
Elastiklik modülü	E =	210'000	N/mm ²
Atalet momenti	I _y =	333'333	mm ⁴
x in A ya mesafesi	x =	300	mm

Yatak kuvveti B	$F_B = q \cdot L$	$F_B =$	10'000	N
B noktasında moment, max moment	$M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{2}$	$M_{\max} =$	5'000	Nm
X noktasında moment	$M_X = \frac{q \cdot x^2}{2}$	$M_X =$	450	Nm
A noktasında sehim max sehim	$f_{\max} = f = \frac{q \cdot L^4}{8 \cdot E \cdot I_y}$	$f_{\max} =$	17,857	mm
X noktasında sehim	$y = \frac{q \cdot L^4}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(3 - \frac{4 \cdot x}{L} + \frac{x^4}{L^4} \right)$	$y =$	10,666	mm
A noktasında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{q \cdot L^3}{6 \cdot E \cdot I_y} = \frac{4 \cdot f}{3 \cdot L}$	$\alpha_A =$	0,0238	Rad
		$\alpha_A^\circ =$	1,3642	°
X noktasında eğim açısı	$\alpha_x = \frac{4 \cdot y}{3 \cdot L}$	$\alpha_x =$	0,0142	Rad
		$\alpha_x^\circ =$	0,8148	°

18 Üçken yayılı yük etkisindeki çıkma kiriş (üçken tabanı sabit tarafta)



Şekil 18

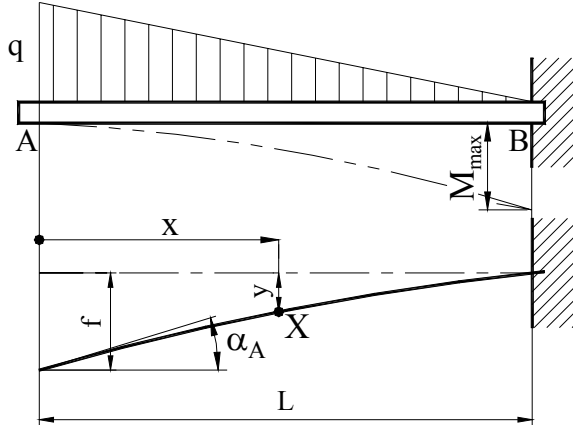
B kuvveti	$F_B = 0,5 \cdot q \cdot L$
Eğilme momenti	$M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{6}$
	$M_X = \frac{q \cdot x^3}{6 \cdot L}$
max. Sehim	$f_{\max} = f = \frac{q_1 \cdot L^4}{30 \cdot E \cdot I_y}$
Elastik eğri	$y = \frac{q_1 \cdot L^4}{120 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(4 - \frac{5 \cdot x}{L} + \frac{x^5}{L^5} \right)$
Eğim açısı	$\alpha_A = \frac{q_1 \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I_y} = \frac{5 \cdot f}{4 \cdot L}$
	$\alpha_X = \frac{5 \cdot y}{4 \cdot L}$

Şekil 18 için örnek;

Yayılı yük, B tarafı	$F =$	20	N/mm
Kirişin L boyu	$L =$	1'000	mm
Elastiklik modülü	$E =$	210'000	N/mm ²
Atalet momenti	$I_y =$	333'333	mm ⁴
x in A ya mesafesi	$x =$	300	mm

Yatak kuvveti B	$F_B = 0,5 \cdot q \cdot L$	$F_B =$	10'000	N
B noktasında Moment, max moment	$M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{6}$	$M_{\max} =$	3'333	Nm
X noktasında moment	$M_X = \frac{q \cdot x^3}{6 \cdot L}$	$M_X =$	90	Nm
A noktasında sehim max sehim	$f_{\max} = f = \frac{q_1 \cdot L^4}{30 \cdot E \cdot I_y}$	$f_{\max} =$	9,524	mm
X noktasında sehim	$y = \frac{q_1 \cdot L^4}{120 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(4 - \frac{5 \cdot x}{L} + \frac{x^5}{L^5} \right)$	$y =$	5,958	mm
A noktasında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{q_1 \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I_y} = \frac{5 \cdot f}{4 \cdot L}$	$\alpha_A =$	0,0119	Rad
		$\alpha_A^\circ =$	0,6821	°
X noktasında eğim açısı	$\alpha_X = \frac{5 \cdot y}{4 \cdot L}$	$\alpha_A =$	0,0074	Rad
		$\alpha_A^\circ =$	0,4267	°

19 Üçken yayılı yük etkisindeki çıkma kiriş (üçken tabanı boş tarafta)



Şekil 19

$$B \text{ kuvveti} \quad F_B = 0,5 \cdot q \cdot L$$

$$Eğilme momenti \quad M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{3}$$

$$M_X = \frac{q \cdot (L - x)^3}{3 \cdot L}$$

$$\text{max. Sehim} \quad f_{\max} = f = \frac{11 \cdot q \cdot L^4}{120 \cdot E \cdot I_y}$$

Elastik eğri

$$y = \frac{q_2 \cdot L^4}{120 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(11 - \frac{15 \cdot x}{L} + \frac{5 \cdot x^4}{L^4} - \frac{x^5}{L^5} \right)$$

$$Eğim açısı \quad \alpha = \frac{q_2 \cdot L^3}{8 \cdot E \cdot I_y}$$

Şekil 19 için örnek;

$$\text{Yayıllı yük, A tarafı} \quad F = 30 \text{ N/mm}$$

$$\text{Kirişin L boyu} \quad L = 1'000 \text{ mm}$$

$$\text{Elastiklik modülü} \quad E = 210'000 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Atalet momenti} \quad I_y = 333'333 \text{ mm}^4$$

$$x \text{ in A ya mesafesi} \quad x = 300 \text{ mm}$$

$$\text{Yatak kuvveti B} \quad F_B = 0,5 \cdot q \cdot L \quad F_B = 15'000 \text{ N}$$

$$\text{B noktasında moment, max moment} \quad M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{3} \quad M_{\max} = 10'000 \text{ Nm}$$

$$\text{X noktasında moment} \quad M_X = \frac{q \cdot (L - x)^3}{3 \cdot L} \quad M_X = 3'430 \text{ Nm}$$

$$\text{A noktasında sehim max sehim} \quad f_{\max} = f = \frac{11 \cdot q \cdot L^4}{120 \cdot E \cdot I_y} \quad f_{\max} = 39,286 \text{ mm}$$

$$\text{X noktasında sehim} \quad y = \frac{q_2 \cdot L^4}{120 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(11 - \frac{15 \cdot x}{L} + \frac{5 \cdot x^4}{L^4} - \frac{x^5}{L^5} \right) \quad y = 23,350 \text{ mm}$$

$$\text{A noktasında eğim açısı} \quad \alpha = \frac{q_2 \cdot L^3}{8 \cdot E \cdot I_y} \quad \alpha_A = 0,0536 \text{ Rad}$$

$$\alpha_A^\circ = 3,0694^\circ$$

Şekil 20 için örnek;

Tek yük	$F =$	2'000 N
Kirişin L boyu	$L =$	1'000 mm
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴
X in A ya mesafesi	$x =$	350 mm
X ₁ in B ye mesafesi	$x_1 =$	250 mm

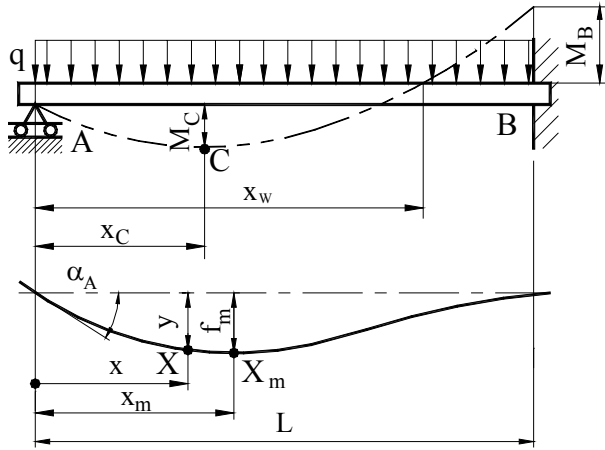
Yatak kuvveti A	$F_A = 5 \cdot F / 16$	$F_A =$	625 N
Yatak kuvveti B	$F_B = 11 \cdot F / 16$	$F_B =$	1'375 N
C noktasında moment	$M_C = 5 \cdot F \cdot L / 32$	$M_C =$	312,5 Nm
B noktasında moment	$M_B = 3 \cdot F \cdot L / 16$	$M_B =$	375,0 Nm
X noktasında moment $x \leq 0,5 \cdot L$	$M_X = 5 \cdot F \cdot x / 16$	$M_X =$	218,75 Nm
X noktasında moment $x_1 \leq 0,5 \cdot L$	$M_{x1} = \frac{F \cdot L}{16} \cdot \left(11 \cdot \frac{x_1}{L} - 3 \right)$	$M_X =$	31,25 Nm
Dönüm noktası	$x_W = 3 \cdot L / 11$	$x_W =$	272,7 mm
max sehim	$f_m = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot \sqrt{5} \cdot E \cdot I_y} \approx \frac{F \cdot L^3}{107 \cdot E \cdot I_y}$	$f_{max} =$	0,266 mm
x _m mesafesi	$x_m = 1 / \sqrt{5} \cdot L$ $1 / \sqrt{5} = 0,44721\dots$	$x_m =$	447,21 mm
L/2 noktasında sehim	$f = \frac{7 \cdot F \cdot L^3}{768 \cdot E \cdot I_y} \approx \frac{F \cdot L^3}{110 \cdot E \cdot I_y}$	$f =$	0,260 mm
X noktasında sehim	$y_x = \frac{F \cdot L^3}{96 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{3 \cdot x}{L} - \frac{5 \cdot x^3}{L^3} \right)$	$y_x =$	0,249 mm
X ₁ noktasında sehim	$y_{x1} = \frac{F \cdot L^3}{96 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{9 \cdot x_1^2}{L^2} - \frac{11 \cdot x_1^3}{L^3} \right)$	$y_{x1} =$	0,618 mm
A noktasında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{F \cdot L^2}{32 \cdot E \cdot I_y} = \frac{24 \cdot f}{7 \cdot L}$	$\alpha_A =$	0,0009 Rad
		$\alpha_A^\circ =$	0,0512 °
X noktasında eğim açısı	$\alpha_X = \frac{24 \cdot y_x}{7 \cdot L}$	$\alpha_X =$	0,0009 Rad
		$\alpha_X^\circ =$	0,0489 °
X ₁ noktasında eğim açısı	$\alpha_{X1} = \frac{24 \cdot y_{x1}}{7 \cdot L}$	$\alpha_{X1} =$	0,0021 Rad
		$\alpha_{X1}^\circ =$	0,1215 °

Şekil 21 için örnek;

Tek yük	F =	2'000	N	
Kirişin L boyu	L =	1'000	mm	
Kirişin a boyu	a =	300	mm	
Kirişin b boyu	b =	700	mm	b = L - a
Elastiklik modülü	E =	210'000	N/mm ²	
Atalet momenti	I _y =	333'333	mm ⁴	
X in A ya mesafesi	x =	250	mm	
X ₁ in B ye mesafesi	x ₁ =	200	mm	

Yatak kuvveti A	$F_A = \frac{F \cdot b^2}{L^2} \cdot \left(1 + \frac{a}{2 \cdot L}\right)$	F _A =	1'127	N
Yatak kuvveti B	F _B = F - F _A	F _B =	873	N
B noktasında Moment	$M_B = \frac{F \cdot a \cdot b}{L} \cdot \left(1 - \frac{b}{2 \cdot L}\right)$	M _B =	273	Nm
C noktasında Moment	$M_C = \frac{F \cdot a \cdot b^2}{L^2} \cdot \left(1 + \frac{a}{2 \cdot L}\right)$	M _C =	338,1	Nm
X noktasında moment	M _x = F _A · x	M _x =	281,7	Nm
X ₁ noktasında moment	M _{x₁} = F _B · x ₁	M _{x₁} =	174,6	Nm
Dönüm noktası	$x_W = L \cdot \frac{\eta}{1 + \eta} \quad \eta = \frac{b}{2 \cdot L} \cdot \left(1 + \frac{a}{L}\right)$	x _W =	285,1	mm
f _{max} mesafesi x _{max} için a ≥ 0,4142.L	$x_m = L \cdot \sqrt{\frac{a}{2 \cdot L \cdot a}}$	x _m =	361,16	mm
max. Sehim x _{max} için	$y = \frac{F \cdot L \cdot b^2}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{a \cdot x_m}{L^2} - \frac{2}{3} \cdot \left(1 + \frac{a}{2 \cdot L}\right) \cdot \left(\frac{x_m^3}{L^3}\right) \right]$	f _{x_{max}} =	0,253	mm
f _{max} mesafesi x _{1max} için a ≤ 0,4142.L	$x_{1m} = \frac{b \cdot (1 + L \cdot a^{-1})}{1 + 0,5 \cdot b \cdot L^{-1} \cdot (1 + L \cdot a^{-1})}$	x _{1m} =	625,43	mm
max. Sehim x _{1max} için	$y_1 = \frac{F \cdot L^2 \cdot a}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\left(1 - \frac{a^2}{L^2}\right) \cdot \left(\frac{x_{1m}^2}{L^2}\right) - \left(1 - \frac{a^2}{3 \cdot L^2}\right) \cdot \frac{x_{1m}^3}{L^2} \right]$	f _{x_{1max}} =	0,253	mm
C noktasında sehim	$f_C = \frac{F \cdot a^2 \cdot b^2}{4 \cdot E \cdot I_y \cdot L} \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot a}{3 \cdot L} - \frac{2 \cdot a^2}{6 \cdot L^2}\right)$	f _C =	0,243	mm
X noktasında sehim	$y = \frac{F \cdot L \cdot b^2}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{a \cdot x}{L^2} - \frac{2}{3} \cdot \left(1 + \frac{a}{2 \cdot L}\right) \cdot \left(\frac{x^3}{L^3}\right) \right]$	y _x =	0,221	mm
X ₁ noktasında sehim	$y_1 = \frac{F \cdot L^2 \cdot a}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\left(1 - \frac{a^2}{L^2}\right) \cdot \left(\frac{x_1^2}{L^2}\right) - \left(1 - \frac{a^2}{3 \cdot L^2}\right) \cdot \frac{x_1^3}{L^2} \right]$	y _{x₁} =	0,061	mm
A noktasında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{F \cdot a \cdot b^2}{4 \cdot E \cdot I_y \cdot L}$	α _A =	0,0011	Rad
		α _A ° =	0,0602	°

22 Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli tam yayılı yük etkisindeki kiriş



Şekil 22

Yatak kuvvetleri:

A yatağı kuvveti $F_A = 3 \cdot q \cdot L / 8$

B yatağı kuvveti $F_B = 5 \cdot q \cdot L / 8$

Dönüm noktası $x_W = 3 \cdot L / 4$

Eğilme momenti

B noktasında $M_B = M_{\max} = \frac{q \cdot L^2}{8}$

C noktasında $M_C = \frac{9 \cdot q \cdot L^2}{128}$

x_C mesafesi $x_C = \frac{3 \cdot L}{8}$

Moment

X noktasında, $x \leq L$

$$M_x = \frac{q \cdot L^2}{8} \cdot \left(\frac{3 \cdot x}{L} - \frac{4 \cdot x^2}{L^2} \right)$$

max. Sehim

$$f_{\max} = f_m = \frac{q \cdot L^4}{185 \cdot E \cdot I_y} \quad \frac{1}{185} = \frac{78 + 110 \cdot \sqrt{33}}{2 \cdot 16^4}$$

 x_{\max} mesafesi

$$x_m = \frac{1 + \sqrt{33}}{16} \cdot L \quad \frac{1 + \sqrt{33}}{16} = 0,421535..$$

C noktasında sehim

$$f_C \approx \frac{q \cdot L^4}{187 \cdot E \cdot I_y}$$

X noktasında Sehim

$$y = \frac{q \cdot L^4}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{x}{L} - \frac{3 \cdot x^3}{L^3} + \frac{2 \cdot x^4}{L^4} \right)$$

Eğim açısı

A yatağında

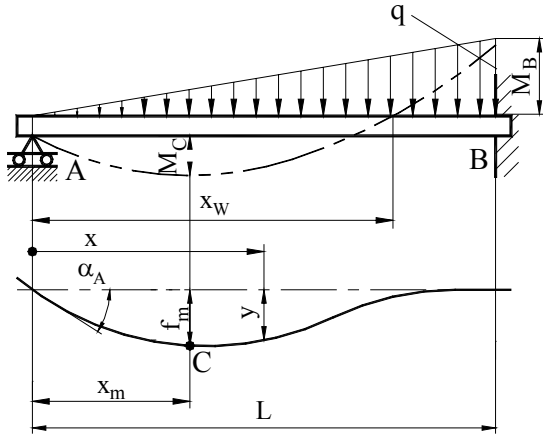
$$\alpha_A = \frac{q \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y}$$

Şekil 22 için örnek;

Yayılı yük	$F =$	2'000 N	
Kirişin L boyu	$L =$	1'000 mm	
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
X in A ya mesafesi	$x =$	300 mm	
Yatak kuvveti A	$F_A = 3 \cdot q \cdot L/8$		$F_A =$ 3'750 N
Yatak kuvveti B	$F_B = 5 \cdot q \cdot L/8$		$F_B =$ 6'250 N
Dönüm noktası x_w mesafesi	$x_w = \frac{3}{4} \cdot L$		$x_w =$ 750 mm
B noktasında Moment	$M_B = \frac{q \cdot L^2}{8}$		$M_B =$ 1'250 Nm
C noktasında Moment	$M_C = \frac{9 \cdot q \cdot L^2}{128}$		$M_C =$ 703 Nm
X noktasında moment	$M_x = \frac{q \cdot L^2}{8} \cdot \left(\frac{3 \cdot x}{L} - \frac{4 \cdot x^2}{L^2} \right)$		$M_x =$ 675 Nm
max sehim	$f_{\max} = f_m = \frac{q \cdot L^4}{185 \cdot E \cdot I_y}$		$f_{\max} =$ 0,772 mm
x_m mesafesi	$x_m = \frac{1 + \sqrt{33}}{16} \cdot L$		$x_m =$ 421,54 mm
C noktasında sehim	$f_C \approx \frac{q \cdot L^4}{187 \cdot E \cdot I_y}$		$f_C =$ 0,764 mm
X_C mesafesi	$x_C = \frac{3 \cdot L}{8}$		$x_C =$ 375 mm
X noktasında sehim	$y = \frac{q \cdot L^4}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{x}{L} - \frac{3 \cdot x^3}{L^3} + \frac{2 \cdot x^4}{L^4} \right)$		$y_x =$ 0,700 mm
A noktasında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{q \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y}$		$\alpha_A =$ 0,0030 Rad
			$\alpha_A^\circ =$ 0,1705 °

23 Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli uçken yayılı yük etkisindeki kiriş

Üçken tabanı sabit tarafta



Şekil 23

Yatak kuvvetleri:

$$A \text{ yatağı kuvveti } F_A = q \cdot L / 10$$

$$B \text{ yatağı kuvveti } F_B = 4 \cdot q \cdot L / 10$$

$$\text{Dönüm noktası } x_W = L \cdot \sqrt{3/5}$$

Eğilme momenti

$$B \text{ noktasında } M_B = q \cdot L^2 / 15$$

$$C \text{ noktasında } M_C = 0,0298 \cdot q \cdot L^2$$

$$x_C \text{ mesafesi } c_C = x_m = L / \sqrt{5}$$

Moment
X noktasında

$$M_x = \frac{q \cdot L^2}{6} \cdot \left(\frac{3 \cdot x}{5 \cdot L} - \frac{x^3}{L^3} \right)$$

max. Sehim
C noktasında sehim

$$f_{\max} = f_m = \frac{q \cdot L^4}{419 \cdot E \cdot I_y}$$

x_{\max} mesafesi

$$x_m = 1/\sqrt{5} \cdot L = 0,44721 \cdot L \quad 1/\sqrt{5} = 0,44721$$

X noktasında Sehim

$$y_x = \frac{q \cdot L^4}{120 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{x}{L} - \frac{2 \cdot x^3}{L^3} + \frac{x^5}{L^5} \right)$$

Eğim açısı
A yatağında

$$\alpha_A = \frac{q \cdot L^3}{120 \cdot E \cdot I_y} \approx \frac{7 \cdot f_m}{2 \cdot L}$$

Eğim açısı
X noktasında

$$\alpha_x \approx \frac{7 \cdot y_x}{2 \cdot L}$$

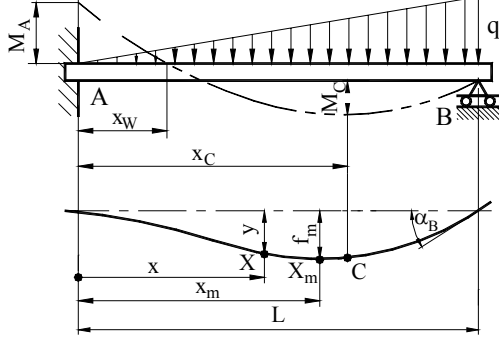
Şekil 23 için örnek;

Üçken yayılı yük	$q =$	20	N/mm
Kirişin L boyu	$L =$	1'000	mm
Elastiklik modülü	$E =$	210'000	N/mm ²
Atalet momenti	$I_y =$	333'333	mm ⁴
X in A ya mesafesi	$x =$	300	mm

Yatak kuvveti A	$F_A = q_2 \cdot L/10$	$F_A =$	2'000	N
Yatak kuvveti B	$F_B = 4 \cdot q_2 \cdot L/10$	$F_B =$	8'000	N
Dönüm noktası	$x_W = L \cdot \sqrt{3/5}$	$x_W =$	774,6	mm
B noktasında Moment	$M_B = q_2 \cdot L^2 /15$	$M_B =$	1'333	Nm
C noktasında Moment	$M_C = 0,0298 \cdot q_2 \cdot L^2$	$M_C =$	596	Nm
X noktasında moment	$M_x = \frac{q_2 \cdot L^2}{6} \cdot \left(\frac{3 \cdot x}{5 \cdot L} - \frac{x^3}{L^3} \right)$	$M_x =$	510	Nm
max sehim	$f_{\max} = f_m = \frac{q_2 \cdot L^4}{419 \cdot E \cdot I_y}$	$f_{\max} =$	0,682	mm
x_m mesafesi	$x_m = 1/\sqrt{5} \cdot L = 0,44721 \cdot L$	$x_m =$	447,2	mm
X noktasında sehim	$y = \frac{q_2 \cdot L^4}{120 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{x}{L} - \frac{2 \cdot x^3}{L^3} + \frac{x^5}{L^5} \right)$	$y_x =$	0,592	mm
A noktasında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{q_2 \cdot L^3}{120 \cdot E \cdot I_y}$	$\alpha_A =$	0,0024	Rad
		$\alpha_A^\circ =$	0,1364	°
X noktasında eğim açısı	$\alpha_x = \frac{7 \cdot y_x}{2 \cdot L}$	$\alpha_A =$	0,0021	Rad
		$\alpha_A^\circ =$	0,1186	°

24 Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli uçken yaylı yük etkisindeki kiriş

Üçken tabanı hareketli tarafta



Şekil 24

Yatak kuvvetleri:

$$\text{A yatağı kuvveti } F_A = 9 \cdot q \cdot L / 40$$

$$\text{B yatağı kuvveti } F_B = 11 \cdot q \cdot L / 40$$

$$\text{Dönüm noktası } x_W = L \cdot (\sqrt{3/5} - 0,5) \\ (\sqrt{3/5} - 0,5) = 0,2745$$

Eğilme momenti

$$\text{A noktasında } M_A = 7 \cdot q \cdot L^2 / 120$$

$$\text{C noktasında } M_C \approx 0,0423 \cdot q \cdot L^2$$

$$x_C \text{ mesafesi } x_C = L \cdot \sqrt{9/20} = 0,671 \cdot L$$

Moment
X noktasında

$$M_x = \frac{q_1 \cdot L^2}{6} \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right) \cdot \left(\frac{x^2}{L^2} + \frac{x}{L} - \frac{7}{20}\right)$$

max. Sehim

$$f_{\max} = f_m \approx \frac{q_1 \cdot L^4}{328 \cdot E \cdot I_y}$$

x_{\max} mesafesi

$$x_m = 0,5975 \cdot L$$

X noktasında Sehim

$$y_x = \frac{q_1 \cdot L^4}{240 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(2 \cdot \frac{x^5}{L^5} - 9 \cdot \frac{x^3}{L^3} + 7 \cdot \frac{x^2}{L^2} - \right)$$

Eğim açısı
A yatağında

$$\alpha_A = \frac{q_1 \cdot L^3}{80 \cdot E \cdot I_y} \approx \frac{4,1 \cdot f_m}{L}$$

Eğim açısı
X noktasında

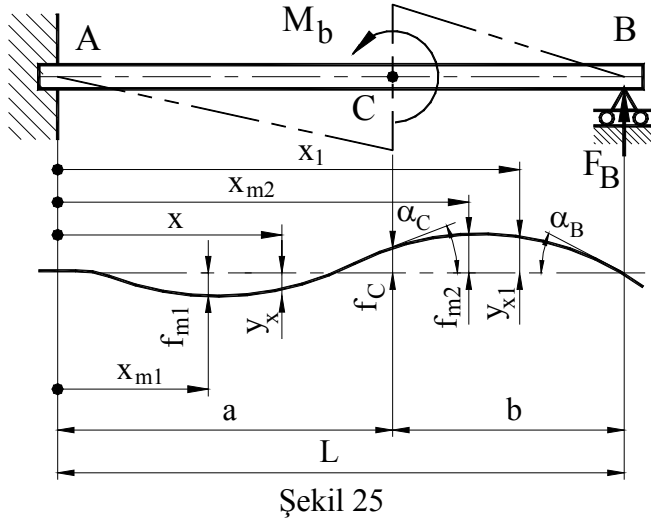
$$\alpha_x \approx \frac{4,1 \cdot y_x}{L}$$

Şekil 24 için örnek;

Üçken yayılı yük	$q =$	20	N/mm
Kirişin L boyu	$L =$	1'000	mm
Elastiklik modülü	$E =$	210'000	N/mm ²
Atalet momenti	$I_y =$	333'333	mm ⁴
X in A ya mesafesi	$x =$	300	mm

Yatak kuvveti A	$F_A = 9 \cdot q \cdot L / 40$	$F_A =$	4'500	N
Yatak kuvveti B	$F_B = 11 \cdot q \cdot L / 40$	$F_B =$	5'500	N
Dönüm noktası	$x_W = L \cdot (\sqrt{3/5} - 0,5)$ $(\sqrt{3/5} - 0,5) = 0,2745$	$x_W =$	274,6	mm
A noktasında Moment	$M_A = 7 \cdot q \cdot L^2 / 120$	$M_A =$	1'167	Nm
C noktasında Moment	$M_C \approx 0,0423 \cdot q \cdot L^2$	$M_C =$	846	Nm
X noktasında moment	$M_x = \frac{q_1 \cdot L^2}{6} \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right) \cdot \left(\frac{x^2}{L^2} + \frac{x}{L} - \frac{7}{20}\right)$	$M_x =$	93	Nm
max sehim	$f_{\max} = f_m \approx \frac{q_1 \cdot L^4}{328 \cdot E \cdot I_y}$	$f_{\max} =$	0,871	mm
x_m mesafesi	$x_m = 0,5975 \cdot L$	$x_m =$	597,5	mm
X noktasında sehim	$y_x = \frac{q_1 \cdot L^4}{240 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(2 \cdot \frac{x^5}{L^5} - 9 \cdot \frac{x^3}{L^3} + 7 \cdot \frac{x^2}{L^2} - \right)$	$y_x =$	0,467	mm
A noktasında eğim açısı	$\alpha_A = \frac{q_1 \cdot L^3}{80 \cdot E \cdot I_y} \approx \frac{4,1 \cdot f_m}{L}$	$\alpha_A =$	0,00357	Rad
		$\alpha_A^\circ =$	0,2046	°
X noktasında eğim açısı	$\alpha_x \approx \frac{4,1 \cdot y_x}{L}$	$\alpha_x =$	0,0019	Rad
		$\alpha_x^\circ =$	0,1096	°

25 Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli moment etkisindeki kiriş



B yatağı kuvveti

$$F_B = \frac{3 \cdot M_b}{2 \cdot L} \cdot \left(1 - \frac{b^2}{L^2}\right)$$

A yatağı kuvveti $F_A = F_B$

X noktasında moment

$$0 \leq x \leq a \quad M_x = F_A \cdot x$$

X1 noktasında moment

$$a \leq x_1 \leq L \quad M_{x_1} = F_B \cdot (L - x_1)$$

C noktasında Sehim

$$f_C = \frac{M_b \cdot a^2 \cdot b}{4 \cdot E \cdot I_y \cdot L} \cdot \left(\frac{a^2}{L^2} - \frac{4 \cdot a}{L} + 2\right)$$

X_{m1} noktasında Sehim

$$f_{m1} = \frac{M_b \cdot L^2}{9 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{b^2}{L^2}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{b^2}{L^2}\right)^{-2}$$

x_{m1} mesafesi

$$x_{m1} = \frac{2 \cdot L \cdot (L^2 - 3 \cdot b^2)}{3 \cdot (L^2 - b^2)}$$

X_{m2} noktasında Sehim

$$f_{m2} = \frac{M_b \cdot a \cdot L}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \sqrt{\left(\frac{b}{L} - \frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{b}{L} + 1\right)^{-1}}$$

x_{m2} mesafesi

$$x_{m2} = L \cdot \left[1 - \sqrt{\left(\frac{b}{L} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{b}{L} + 1\right)^{-1}}\right]$$

X noktasında Sehim
0 ≤ x ≤ a

$$y_x = \frac{M_b \cdot x^3}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[2 - \left(1 - \frac{b^2}{L^2}\right) \cdot \left(3 - \frac{x}{L}\right)\right]$$

X_{m1} noktasında Sehim
a ≤ x₁ ≤ L

$$y_{x_1} = \frac{M_b \cdot a \cdot L}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x_1}{L}\right) \cdot \left[\frac{x_1}{L} \cdot \left(2 - \frac{a}{L}\right) \cdot \left(2 - \frac{x_1}{L}\right) - \frac{2 \cdot a}{L}\right]$$

Eğim açısı
B yatağında

$$\alpha_B = \frac{M_b \cdot a}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{3 \cdot b}{L} - 1\right)$$

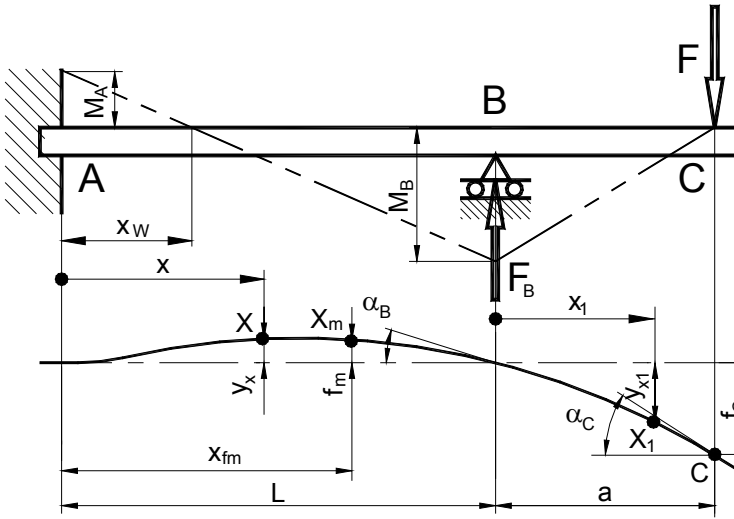
Eğim açısı
C noktasında

$$\alpha_C = \frac{M_b \cdot a}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{3 \cdot b^2}{L^2} - 1\right)$$

Şekil 25 için örnek;

Moment	$M_b =$	1'500 Nm	
Kirişin L boyu	$L =$	1'000 mm	
Kirişin a boyu	$a =$	400 mm	
Kirişin b boyu	$b =$	600 mm	$b = L - a$
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
X in A ya mesafesi	$x =$	200 mm	
X_1 in A ya mesafesi	$x_1 =$	500 mm	
Yatak kuvveti B	$F_B = \frac{3 \cdot M_b}{2 \cdot L} \cdot \left(1 - \frac{b^2}{L^2}\right)$		$F_B = 1'440 \text{ N}$
Yatak kuvveti A	$F_A = F_B$		$F_A = 1'440 \text{ N}$
X noktasında Moment $0 \leq x \leq a$	$M_x = F_A \cdot x$		$M_x = 288 \text{ Nm}$
X_1 noktasında moment $a \leq x_1 \leq L$	$M_{x1} = F_B \cdot (L - x_1)$		$M_{x1} = 720 \text{ Nm}$
C noktasında sehim	$f_C = \frac{M_b \cdot a^2 \cdot b}{4 \cdot E \cdot I_y \cdot L} \cdot \left(\frac{a^2}{L^2} - \frac{4 \cdot a}{L} + 2\right)$		$f_C = 0,288 \text{ mm}$
X_{m1} noktasında Sehim	$f_{m1} = \frac{M_b \cdot L^2}{9 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{b^2}{L^2}\right)^3 \cdot \left(1 - \frac{b^2}{L^2}\right)^{-2}$		$f_{m1} = -0,155 \text{ mm}$
x_{m1} mesafesi	$x_{m1} = \frac{2 \cdot L \cdot (L^2 - 3 \cdot b^2)}{3 \cdot (L^2 - b^2)}$		$x_{m1} = -83,33 \text{ mm}$
X_{m2} noktasında sehim	$f_{m2} = \frac{M_b \cdot a \cdot L}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \sqrt{\left(\frac{b}{L} - \frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{b}{L} + 1\right)^{-1}}$		$f_{m2} = 0,467 \text{ mm}$
x_{m2} mesafesi	$x_{m2} = L \cdot \left[1 - \sqrt{\left(\frac{b}{L} - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{b}{L} + 1\right)^{-1}}\right]$		$x_{m2} = 591,75 \text{ mm}$
X noktasında sehim $0 \leq x \leq a$	$y_x = \frac{M_b \cdot x^3}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[2 - \left(1 - \frac{b^2}{L^2}\right) \cdot \left(3 - \frac{x}{L}\right)\right]$		$y_x = 0,045 \text{ mm}$
X_1 noktasında sehim $a \leq x_1 \leq L$	$y_{x1} = \frac{M_b \cdot a \cdot L}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x_1}{L}\right) \cdot \left[\frac{x_1}{L} \cdot \left(2 - \frac{a}{L}\right) \cdot \left(2 - \frac{x_1}{L}\right) - \frac{2 \cdot a}{L}\right]$		$y_{x1} = 0,429 \text{ mm}$
B noktasında eğim açısı	$\alpha_B = \frac{M_b \cdot a}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{3 \cdot b}{L} - 1\right)$		$\alpha_B = 0,0017 \text{ Rad}$ $\alpha_B^\circ = 0,0982^\circ$
C noktasında eğim açısı	$\alpha_C = \frac{M_b \cdot a}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{3 \cdot b^2}{L^2} - 1\right)$		$\alpha_C = 0,0002 \text{ Rad}$ $\alpha_C^\circ = 0,0098^\circ$

26 Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli, çıkma ucunda tek kuvvet etkisindeki kiriş



Şekil 26

$$B \text{ kuvveti} \quad F_B = F \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot a}{2 \cdot L}\right)$$

$$A \text{ kuvveti} \quad F_A = F \cdot \frac{3 \cdot a}{2 \cdot L}$$

Eğilme momenti:

$$M_B = F \cdot a$$

$$M_A = -0,5 \cdot F \cdot a$$

$$Dönüm \text{ noktası} \quad x_w = L/3$$

$$M_x = F \cdot (L - x + a) - F_B \cdot (L - x)$$

$$M_{x1} = F \cdot (a - x_1)$$

$$C \text{ noktasında Sehim} \quad f_C = \frac{F \cdot a^2 \cdot L}{12 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(3 + \frac{a}{L}\right)$$

$$X_m \text{ noktasında Sehim} \quad f_m = \frac{F \cdot a \cdot L^2}{27 \cdot E \cdot I_y}$$

$$x_{fm} \text{ mesafesi} \quad x_{fm} = 2 \cdot L/3$$

$$X \text{ noktasında Sehim} \quad y_x = \frac{F \cdot a \cdot x^2}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right)$$

$$0 \leq x \leq L$$

$$X_1 \text{ noktasında Sehim} \quad y_{x1} = \frac{F \cdot L^2 \cdot x_1}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{6 \cdot a}{L} + \frac{3 \cdot a \cdot x_1}{L^2} - \frac{x_1^2}{L^2}\right)$$

$$0 \leq x_1 \leq a$$

$$B \text{ noktasında} \quad \alpha_B = \frac{F \cdot a \cdot L}{4 \cdot E \cdot I_y}$$

$$\text{eğim açısı}$$

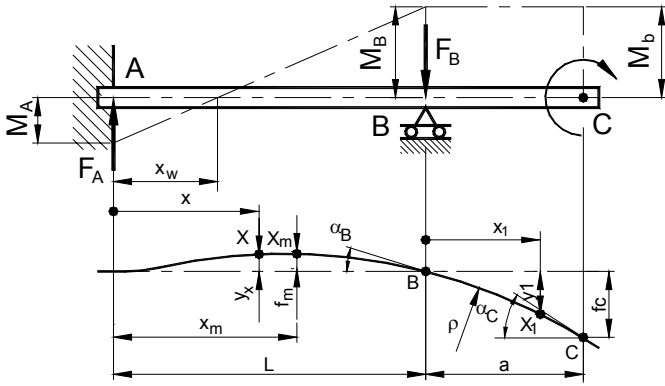
$$C \text{ noktasında} \quad \alpha_C = \frac{F \cdot a \cdot L}{8 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(2 + \frac{a}{L}\right)$$

$$\text{eğim açısı}$$

Şekil 26 için örnek;

Moment	$M_b =$	1'500 Nm	
Kirişin L boyu	$L =$	1'000 mm	
Kirişin a boyu	$a =$	400 mm	
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
X in A ya mesafesi	$x =$	200 mm	
X ₁ in B ye mesafesi	$x_1 =$	500 mm	
Yatak kuvveti B	$F_B = F \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot a}{2 \cdot L}\right)$	$F_B =$	1'450 N
Yatak kuvveti A	$F_A = F_B$	$F_A = F \cdot \frac{3 \cdot a}{2 \cdot L}$	$F_A =$ 450 N
B noktasında Moment	$M_B = F \cdot a$	$M_B =$	300 Nm
A noktasında Moment	$M_A = -0,5 \cdot F \cdot a$	$M_A =$	-150 Nm
X noktasında Moment $0 \leq x \leq L$	$M_x = F \cdot (L - x + a) - F_B \cdot (L - x)$	$M_x =$	30 Nm
X ₁ noktasında moment $0 \leq x_1 \leq a$	$M_{x1} = F_B \cdot (L - x_1)$	$M_{x1} =$	100 Nm
C noktasında Sehim	$f_C = \frac{F \cdot a^2 \cdot L}{12 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(3 + \frac{a}{L}\right)$	$f_C =$	0,354 mm
X _m noktasında Sehim	$f_m = \frac{F \cdot a \cdot L^2}{27 \cdot E \cdot I_y}$	$f_m =$	0,159 mm
x _{fm} mesafesi	$x_{fm} = 2 \cdot L / 3$	$x_{fm} =$	666,67 mm
X noktasında Sehim $0 \leq x \leq L$	$y_x = \frac{F \cdot a \cdot x^2}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right)$	$y_x =$	0,103 mm
X ₁ noktasında Sehim $0 \leq x_1 \leq a$	$y_{x1} = \frac{F \cdot L^2 \cdot x_1}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{6 \cdot a}{L} + \frac{3 \cdot a \cdot x_1}{L^2} - \frac{x_1^2}{L^2}\right)$	$y_{x1} =$	0,231 mm
B noktasında eğim açısı	$\alpha_B = \frac{F \cdot a \cdot L}{4 \cdot E \cdot I_y}$	$\alpha_B =$	0,00123 Rad
		$\alpha_B^\circ =$	0,07060 °
C noktasında eğim açısı	$\alpha_C = \frac{F \cdot a \cdot L}{8 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(2 + \frac{a}{L}\right)$	$\alpha_C =$	0,00107 Rad
		$\alpha_C^\circ =$	0,06139 °

27 Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli, çıkma ucunda moment etkisindeki kiriş



Şekil 27

A ve B kuvveti

$$F_B = \frac{3 \cdot M_b}{2 \cdot L} \quad F_A = F_B$$

$$F_A = \frac{3 \cdot M_b}{2 \cdot L}$$

Eğilme momenti:

$$M_B = M_b$$

$$M_A = -0,5 \cdot M_b$$

$$\text{Dönüm noktası} \quad x_w = L/3$$

$$M_x = M_b - F_B \cdot (L - x)$$

$$x_1 \text{ için} \quad M_b = \text{sabit}$$

C noktasında Sehim

$$f_C = \frac{M_b \cdot a \cdot L}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot a}{L}\right)$$

Xm noktasında Sehim

$$f_m = \frac{M_b \cdot L^2}{27 \cdot E \cdot I_y}$$

x_{fm} mesafesi

$$x_{fm} = \frac{2 \cdot L}{3}$$

B ile C arası çemberin yarı çapı

$$\rho = E \cdot I_y / M$$

X noktasında Sehim

$$0 \leq x \leq L$$

$$y_x = \frac{M_b \cdot x^2}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right)$$

X1 noktasında Sehim

$$0 \leq x_1 \leq a$$

$$y_{x1} = \frac{F \cdot L \cdot x_1}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot x_1}{L}\right)$$

B noktasında
eğim açısı

$$\alpha_B = \frac{M_b \cdot L}{4 \cdot E \cdot I_y}$$

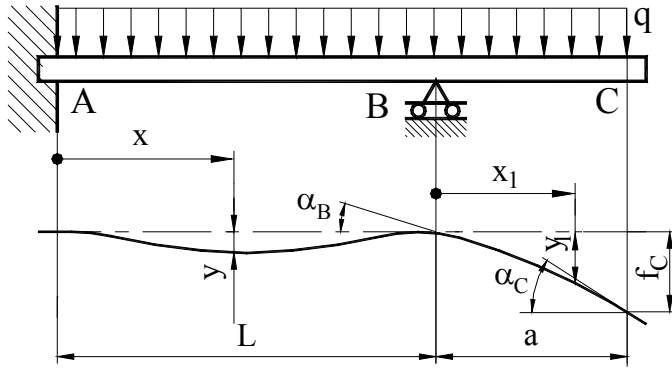
C noktasında
eğim açısı

$$\alpha_C = \frac{M_b \cdot L}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 + \frac{4 \cdot a}{L}\right)$$

Şekil 27 için örnek;

Moment	$M_b =$	1'500 Nm	
Kirişin L boyu	$L =$	1'000 mm	
Kirişin a boyu	$a =$	400 mm	
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
X in A ya mesafesi	$x =$	400 mm	
X ₁ in B ye mesafesi	$x_1 =$	100 mm	
Yatak kuvveti B	$F_B = \frac{3 \cdot M_b}{2 \cdot L}$		$F_B = 2'250$ N
Yatak kuvveti A	$F_A = \frac{3 \cdot M_b}{2 \cdot L}$		$F_A = 2'250$ N
B noktasında Moment	$M_B = M_b$		$M_B = 1'500$ Nm
A noktasında Moment	$M_A = -0,5 \cdot M_b$		$M_A = 750$ Nm
X noktasında Moment $0 \leq x \leq L$	$M_x = M_b - F_B \cdot (L - x)$		$M_x = 150$ Nm
B ile C arası çemberin yarı çapı	$\rho = E \cdot I_y / M$		$\rho = 46'667$ mm
C noktasında Sehim	$f_C = \frac{M_b \cdot a \cdot L}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot a}{L}\right)$		$f_C = 3,857$ mm
X _m noktasında Sehim	$f_m = \frac{M_b \cdot L^2}{27 \cdot E \cdot I_y}$		$f_m = 0,794$ mm
x _{fm} mesafesi	$x_{fm} = \frac{2 \cdot L}{3}$		$x_{fm} = 666,67$ mm
X noktasında Sehim $0 \leq x \leq L$	$y_x = \frac{M_b \cdot x^2}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right)$		$y_x = 0,514$ mm
X ₁ noktasında Sehim $0 \leq x_1 \leq a$	$y_{x1} = \frac{F \cdot L \cdot x_1}{24 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot x_1}{L}\right)$		$y_{x1} = 0,643$ mm
B noktasında eğim açısı	$\alpha_B = \frac{M_b \cdot L}{4 \cdot E \cdot I_y}$		$\alpha_B = 0,00536$ Rad $\alpha_B^\circ = 0,30694$ °
C noktasında eğim açısı	$\alpha_C = \frac{M_b \cdot L}{4 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 + \frac{4 \cdot a}{L}\right)$		$\alpha_C = 0,01393$ Rad $\alpha_C^\circ = 0,79805$ °

28 Bir tarafı sabit, diğer tarafı hareketli, çıkmalı tam yaylı yük etkisindeki kiriş



Şekil 28

$$\text{Yaylı yük kuvveti} \quad F_q = q \cdot (L + a)$$

$$\text{B kuvveti} \quad F_B = \frac{q \cdot L}{8} \cdot \left(3 + \frac{8 \cdot a}{L} + \frac{6 \cdot a^2}{L^2} \right)$$

$$\text{A kuvveti} \quad F_A = F_q - F_B$$

$$\text{B noktasında moment}$$

$$M_B = 0,5 \cdot a^2 \cdot q$$

$$\text{A noktasında moment}$$

$$M_A = 0,5 \cdot q \cdot (L + a)^2 - F_B \cdot L$$

$$\text{X noktasında moment}$$

$$M_x = 0,5 \cdot q \cdot (L + a - x)^2 - (L - x) \cdot F_B$$

$$\text{X}_1 \text{ noktasında moment}$$

$$M_{x_1} = 0,5 \cdot q \cdot (a - x_1)^2$$

$$\text{C noktasında Sehim}$$

$$f_C = \frac{q \cdot a \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{6 \cdot a^3}{L^3} + \frac{6 \cdot a^2}{L^2} - 1 \right)$$

$$\text{X noktasında Sehim}$$

$$0 \leq x \leq L$$

$$y_x = \frac{q \cdot L^2 \cdot x^2}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x}{L} \right) \cdot \left[3 \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot a^2}{L^2} \right) - \frac{2 \cdot x}{L} \right]$$

$$\text{X}_1 \text{ noktasında Sehim}$$

$$0 \leq x_1 \leq a$$

$$y_{x_1} = \frac{q \cdot L^3 \cdot x_1}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{6 \cdot a^2}{L^2} - 1 + \frac{2 \cdot x_1}{L} \cdot \left(\frac{6 \cdot a^2}{L^2} - \frac{4 \cdot a \cdot x_1}{L^2} + \frac{x_1^2}{L^2} \right) \right]$$

$$\text{A ve B arasında iki max Sehim yeri}$$

$$\text{Eğer } \sqrt{\frac{1}{6}} \cdot L \leq a \leq \sqrt{\frac{L}{2}} \text{ olursa.}$$

$$x_{m1} = L \cdot \frac{3 \cdot (2 + \lambda) + \sqrt{9 \cdot (2 + \lambda)^2 - 64 \cdot \lambda}}{16}$$

$$\text{B ve C arasında max Sehim yeri:}$$

$$\text{Eğer } 0,34 \cdot L \leq a \leq \sqrt{\frac{L}{6}} \text{ olursa.}$$

$$x_{m2} = L \cdot \frac{3 \cdot (2 + \lambda) - \sqrt{9 \cdot (2 + \lambda)^2 - 64 \cdot \lambda}}{16}$$

$$\text{Faktör } \lambda$$

$$\lambda = 3 \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot a^2}{L^2} \right)$$

$$\text{B noktasında eğim açısı}$$

$$\alpha_B = \frac{q \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{6 \cdot a^2}{L^2} - 1 \right)$$

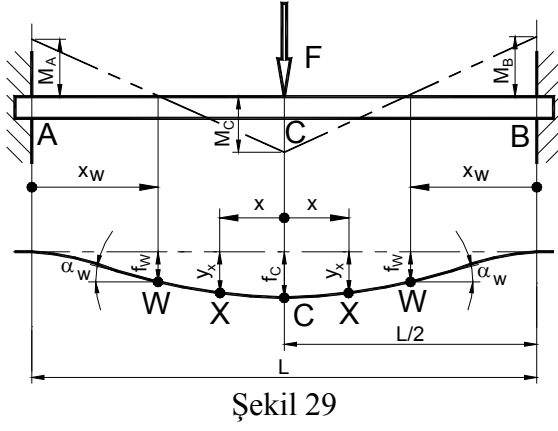
$$\text{C noktasında eğim açısı}$$

$$\alpha_C = \frac{q \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{8 \cdot a^3}{L^3} + \frac{6 \cdot a^2}{L^2} - 1 \right)$$

Şekil 28 için örnek;

Yayılı yük	$q =$	20 N/mm	
Kirişin L boyu	$L =$	1'000 mm	
Kirişin a boyu	$a =$	400 mm	
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
X in A ya mesafesi	$x =$	400 mm	
X ₁ in B ye mesafesi	$x_1 =$	200 mm	
Yayılı yükün kuvveti	$F_q = q \cdot (L + a)$		$F_q = 28'000$ N
Yatak kuvveti B	$F_B = \frac{q \cdot L}{8} \cdot \left(3 + \frac{8 \cdot a}{L} + \frac{6 \cdot a^2}{L^2} \right)$		$F_B = 10'100$ N
Yatak kuvveti A	$F_A = F_q - F_B$		$F_A = 17'900$ N
B noktasında Moment	$M_B = 0,5 \cdot a^2 \cdot q$		$M_B = 1'600$ Nm
A noktasında Moment	$M_A = 0,5 \cdot q \cdot (L + a)^2 - F_B \cdot L$		$M_A = 1'700$ Nm
X noktasında Moment $0 \leq x \leq L$	$M_x = 0,5 \cdot q \cdot (L + a - x)^2 - (L - x) \cdot F_B$		$M_x = -740$ Nm
X ₁ noktasında moment	$M_{x_1} = 0,5 \cdot q \cdot (a - x_1)^2$		$M_{x_1} = 400$ Nm
C noktasında Sehim	$f_C = \frac{q \cdot a \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{6 \cdot a^3}{L^3} + \frac{6 \cdot a^2}{L^2} - 1 \right)$		$f_C = 0,819$ mm
X noktasında Sehim $0 \leq x \leq L$	$y_x = \frac{q \cdot L^2 \cdot x^2}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x}{L} \right) \cdot \left[3 \cdot \left(1 - \frac{2 \cdot a^2}{L^2} \right) - \frac{2 \cdot x}{L} \right]$		$y_x = 0,709$ mm
X ₁ noktasında Sehim $0 \leq x_1 \leq a$	$y_{x_1} = \frac{q \cdot L^3 \cdot x_1}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{6 \cdot a^2}{L^2} - 1 + \frac{2 \cdot x_1}{L} \cdot \left(\frac{6 \cdot a^2}{L^2} - \frac{4 \cdot a \cdot x_1}{L^2} + \frac{x_1^2}{L^2} \right) \right]$		$y_{x_1} = 0,276$ mm
B noktasında eğim açısı	$\alpha_B = \frac{q \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{6 \cdot a^2}{L^2} - 1 \right)$		$\alpha_B = 0,00024$ Rad $\alpha_B^\circ = 0,01364$ °
C noktasında eğim açısı	$\alpha_C = \frac{q \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{8 \cdot a^3}{L^3} + \frac{6 \cdot a^2}{L^2} - 1 \right)$		$\alpha_C = 0,00281$ Rad $\alpha_C^\circ = 0,16097$ °

29 İki tarafı sabit, ortadan tek kuvvet etkisindeki kiriş



Şekil 29

$$A \text{ kuvveti} \quad F_A = \frac{F}{2}$$

$$B \text{ kuvveti} \quad F_B = F_A \quad F_B = \frac{F}{2}$$

Eğilme momenti:

$$M_{\max} = F \cdot L / 8$$

$$M_{\max} = M_A = M_B = M_C$$

Dönüm noktası mesafesi

$$x_{WM} = L/4$$

X noktasında moment
 $0 \leq x \leq 0,5 \cdot L$

$$M_B = \frac{F \cdot L}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{x}{L} \right)$$

max Sehim
 C noktasında

$$f_{\max} = f_C = \frac{F \cdot L^3}{192 \cdot E \cdot I_y}$$

W noktasında sehim
 Dönüm noktasında

$$f_W = \frac{F \cdot L^3}{384 \cdot E \cdot I_y} \quad f_W = 0,5 \cdot f_{\max}$$

Dönüm noktası mesafesi

$$x_W = \frac{L}{4}$$

X noktasında Sehim
 $0 \leq x \leq 0,5 \cdot L$

$$y = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{3 \cdot x^2}{L^2} - \frac{4 \cdot x^3}{L^3} \right)$$

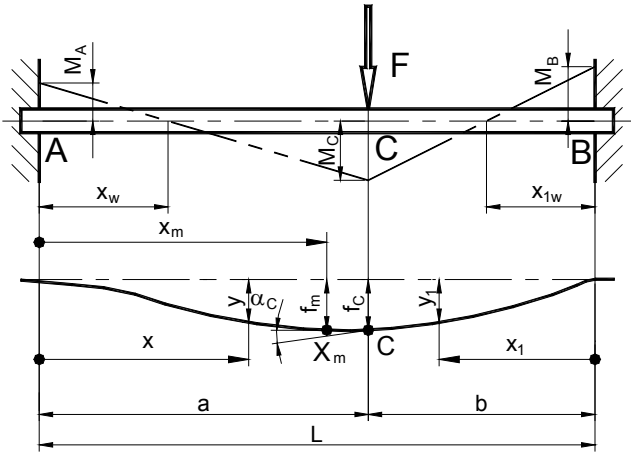
Eğim açısı
 Dönüm noktasında

$$\alpha_W = \frac{3 \cdot F \cdot L^2}{384 \cdot E \cdot I_y}$$

Şekil 29 için örnek;

Kuvvet	$F =$	2'000 N	
Kirişin L boyu	$L =$	1'000 mm	
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
X in ortaya mesafesi	$x =$	300 mm	
Yatak kuvveti A	$F_A = \frac{F}{2}$		$F_A =$ 1'000 N
Yatak kuvveti B	$F_B = \frac{F}{2}$		$F_B =$ 1'000 N
max Moment	$M_{\max} = F \cdot L / 8$		$M_B =$ 250 Nm
Dönüm noktası mesafesi	$x_w = \frac{L}{4}$		$x_w =$ 250 mm
X noktasında Moment $0 \leq x \leq 0,5.L$	$M_B = \frac{F \cdot L}{2} \cdot \left(\frac{1}{4} - \frac{x}{L} \right)$		$M_X =$ -50,0 Nm
max Sehim C noktasında sehim	$f_{\max} = f_C = \frac{F \cdot L^3}{192 \cdot E \cdot I_y}$		$f_C =$ 0,149 mm
W noktasında sehim Dönüm noktasında Sehim	$f_W = \frac{F \cdot L^3}{384 \cdot E \cdot I_y}$ $f_W = 0,5 \cdot f_{\max}$		$f_w =$ 0,0745 mm
X noktasında Sehim $0 \leq x \leq 0,5.L$	$y_x = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{3 \cdot x^2}{L^2} - \frac{4 \cdot x^3}{L^3} \right)$		$y_x =$ 0,052 mm
Dönüm noktasında eğim açısı	$\alpha_W = \frac{3 \cdot F \cdot L^2}{384 \cdot E \cdot I_y}$		$\alpha_B =$ 0,00022 Rad $\alpha_B^\circ =$ 0,01279 °

30 İki tarafı sabit, asimetrik tek kuvvet etkisindeki kiriş



Şekil 30

Yatak kuvvetleri:

$$A \text{ yatağı kuvveti } F_A = \frac{F \cdot b^2}{L^2} \cdot \left(1 + \frac{a}{2 \cdot L}\right)$$

$$B \text{ yatağı kuvveti } F_B = F - F_A$$

$$F_B = \frac{F \cdot a^2}{L^2} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot b}{L}\right)$$

$$A \text{ noktasında moment } M_A = \frac{-F \cdot a \cdot b^2}{L^2}$$

$$B \text{ noktasında moment } M_B = \frac{-F \cdot b \cdot a^2}{L^2}$$

$$\text{Dönüm noktası } x_w = \frac{a \cdot L}{2 \cdot a + L}$$

$$x_{1w} = \frac{b \cdot L}{2 \cdot b + L}$$

C noktasında moment

$$M_C = \frac{2 \cdot F \cdot a^2 \cdot b^2}{L^3}$$

X noktasında moment

$$M_x = \frac{F \cdot b^2}{L} \cdot \left[\left(1 + 2 \cdot \frac{a}{L}\right) \cdot \frac{x}{L} - \frac{a}{L} \right]$$

X1 noktasında moment

$$M_{x1} = \frac{F \cdot a^2}{L} \cdot \left[\left(1 + 2 \cdot \frac{b}{L}\right) \cdot \frac{x_1}{L} - \frac{b}{L} \right]$$

C noktasında Sehim

$$f_C = \frac{F \cdot a^3 \cdot b^3}{3 \cdot E \cdot I_y \cdot L^3}$$

X_m noktasında Sehim
ve x_m mesafesi

$$a > b \quad f_m = \frac{2 \cdot F \cdot a^3 \cdot b^2}{3 \cdot E \cdot I_y \cdot L^2} \cdot \left(\frac{L}{L + 2 \cdot a} \right) \quad x_m = \frac{2 \cdot a \cdot L}{2 \cdot a + L}$$

$$a < b \quad f_m = \frac{2 \cdot F \cdot a^2 \cdot b^3}{3 \cdot E \cdot I_y \cdot L^2} \cdot \left(\frac{L}{L + 2 \cdot b} \right) \quad x_m = \frac{2 \cdot b \cdot L}{2 \cdot b + L}$$

X noktasında Sehim
 $0 \leq x \leq a$

$$y_x = \frac{F \cdot L \cdot b^2}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{3 \cdot a \cdot x^2}{L^3} - \left(1 + \frac{2 \cdot a}{L}\right) \cdot \frac{x^3}{L^3} \right]$$

X1 noktasında Sehim
 $0 \leq x_1 \leq b$

$$y_{x1} = \frac{F \cdot L \cdot a^2}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{3 \cdot b \cdot x_1^2}{L^3} - \left(1 + \frac{2 \cdot b}{L}\right) \cdot \frac{x_1^3}{L^3} \right]$$

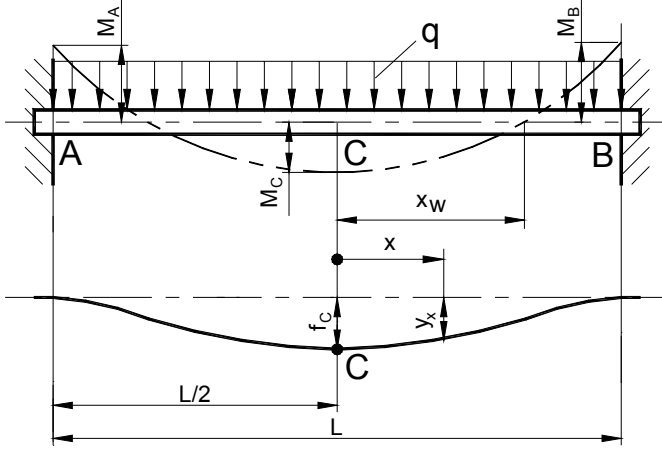
C noktasında
eğim açısı

$$\alpha_C = \frac{F \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot (b - a)}{2 \cdot E \cdot I_y \cdot L^4}$$

Şekil 30 için örnek;

Kuvvet	$F =$	2'000 N/mm	
Kirişin L boyu	$L =$	1'000 mm	
Kirişin a boyu	$a =$	600 mm	
Kirişin b boyu	$b =$	400 mm	$b = L - a$
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
X in A ya mesafesi	$x =$	200 mm	
X ₁ in B ye mesafesi	$x_1 =$	300 mm	
Yatak kuvveti A	$F_A = \frac{F \cdot b^2}{L^2} \cdot \left(1 + \frac{a}{2 \cdot L}\right)$		$F_A =$ 704 N
Yatak kuvveti B	$F_B = F - F_A \quad F_B = \frac{F \cdot a^2}{L^2} \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot b}{L}\right)$		$F_B =$ 1'296 N
A noktasında Moment	$M_A = \frac{-F \cdot a \cdot b^2}{L^2}$		$M_A =$ -192 Nm
B noktasında Moment	$M_B = \frac{-F \cdot b \cdot a^2}{L^2}$		$M_B =$ -288 Nm
C noktasında moment	$M_C = \frac{2 \cdot F \cdot a^2 \cdot b^2}{L^3}$		$M_C =$ 230,4 Nm
X noktasında Moment $0 \leq x \leq a$	$M_x = \frac{F \cdot b^2}{L} \cdot \left[\left(1 + 2 \cdot \frac{a}{L}\right) \cdot \frac{x}{L} - \frac{a}{L} \right]$		$M_x =$ -51,2 Nm
X ₁ noktasında moment $0 \leq x_1 \leq b$	$M_{x_1} = \frac{F \cdot a^2}{L} \cdot \left[\left(1 + 2 \cdot \frac{b}{L}\right) \cdot \frac{x_1}{L} - \frac{b}{L} \right]$		$M_{x_1} =$ 100,8 Nm
C noktasında Sehim	$f_C = \frac{F \cdot a^3 \cdot b^3}{3 \cdot E \cdot I_y \cdot L^3}$		$f_C =$ 0,132 mm
X _m noktasında Sehim	$f_m = \frac{2 \cdot F \cdot a^3 \cdot b^2}{3 \cdot E \cdot I_y \cdot L^2} \cdot \left(\frac{L}{L + 2 \cdot a}\right)$		$f_m =$ 0,136 mm
x _m mesafesi	$x_m = \frac{2 \cdot a \cdot L}{2 \cdot a + L}$		$x_m =$ 545,45 mm
X noktasında Sehim $0 \leq x \leq a$	$y_x = \frac{F \cdot L \cdot b^2}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{3 \cdot a \cdot x^2}{L^3} - \left(1 + \frac{2 \cdot a}{L}\right) \cdot \frac{x^3}{L^3} \right]$		$y_x =$ 0,041 mm
X ₁ noktasında Sehim $0 \leq x_1 \leq b$	$y_{x_1} = \frac{F \cdot L \cdot a^2}{6 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left[\frac{3 \cdot b \cdot x_1^2}{L^3} - \left(1 + \frac{2 \cdot b}{L}\right) \cdot \frac{x_1^3}{L^3} \right]$		$y_{x_1} =$ 0,102 mm
C noktasında eğim açısı	$\alpha_C = \frac{F \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot (b - a)}{2 \cdot E \cdot I_y \cdot L^4}$		$\alpha_C =$ 0,00016 Rad
C noktasında eğim açısı			$\alpha_B^\circ =$ 0,00016 Rad

31 İki tarafı sabit, tam yayılı yük etkisindeki kiriş



Şekil 31

Yayıllı yük kuvveti $F_q = q \cdot L$

A kuvveti $F_A = \frac{q \cdot L}{2}$

B kuvveti $F_A = F_B$
 $F_B = \frac{q \cdot L}{2}$

Eğilme momenti:

$$M_A = \frac{q \cdot L^2}{12}$$

$$M_A = M_B = 2 \cdot M_C$$

B noktasında moment

$$M_A = M_B \quad M_B = \frac{q \cdot L^2}{12}$$

C noktasında moment

$$M_C = \frac{q \cdot L^2}{24} = 0,5 \cdot M_A$$

Dönüm noktası

$$x_w = \frac{L}{2 \cdot \sqrt{3}}$$

X noktasında moment

$$M_x = \frac{q \cdot L^2}{24} \cdot \left(1 - 12 \cdot \frac{x^2}{L^2} \right)$$

C noktasında Sehim

$$f_C = \frac{q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y}$$

X noktasında Sehim
 $0 \leq x \leq 0,5 \cdot L$

$$y_x = \frac{q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - 4 \cdot \frac{x^2}{L^2} \right)^2$$

Şekil 31 için örnek;

Yayılı yük $q = 20 \text{ N/mm}$

Kirişin L boyu $L = 1'000 \text{ mm}$

Kirişin a boyu $a = 400 \text{ mm}$

Elastiklik modülü $E = 210'000 \text{ N/mm}^2$

Atalet momenti $I_y = 333'333 \text{ mm}^4$

X in ortaya mesafesi $x = 200 \text{ mm}$

Yayılı yükün kuvveti $F_q = q \cdot L$ $F_q = 20'000 \text{ N}$

Yatak kuvveti A $F_A = \frac{q \cdot L}{2}$ $F_A = 10'000 \text{ N}$

Yatak kuvveti B $F_B = \frac{q \cdot L}{2}$ $F_B = 10'000 \text{ N}$

A noktasında Moment $M_A = \frac{q \cdot L^2}{12}$ $M_A = 1'667 \text{ Nm}$

B noktasında Moment $M_B = \frac{q \cdot L^2}{12}$ $M_B = 1'667 \text{ Nm}$

C noktasında Moment $M_C = \frac{q \cdot L^2}{24} = 0,5 \cdot M_A$ $M_C = 833,3 \text{ Nm}$

Dönüm noktası $x_w = \frac{L}{2 \cdot \sqrt{3}}$ $x_w = 288,68 \text{ mm}$

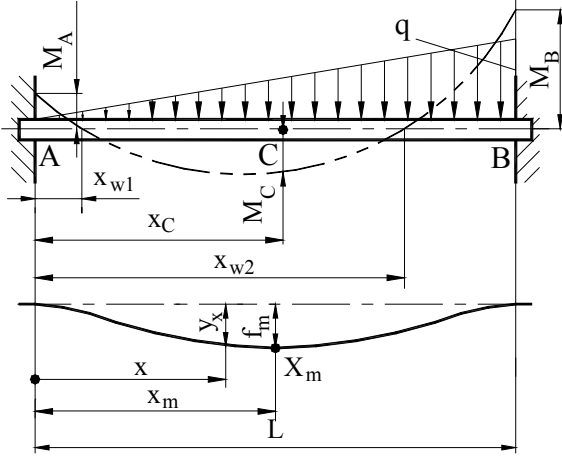
X noktasında Moment $0 \leq x \leq 0,5 \cdot L$ $M_x = \frac{q \cdot L^2}{24} \cdot \left(1 - 12 \cdot \frac{x^2}{L^2}\right)$ $M_x = 433,3 \text{ Nm}$

C noktasında Sehim $0,5 \cdot L$ $f_C = \frac{q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y}$ $f_C = 0,744 \text{ mm}$

X noktasında Sehim $0 \leq x \leq 0,5 \cdot L$ $y_x = \frac{q \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - 4 \cdot \frac{x^2}{L^2}\right)^2$ $y_x = 0,525 \text{ mm}$

32 İki tarafı sabit, üçgen yayılı yük etkisindeki kiriş

Üçgen tabanı herhangi sabit tarafta.



Şekil 32

Yayıllı yük kuvveti $F_q = 0,5 \cdot q \cdot L$

$$A \text{ kuvveti} \quad F_A = \frac{3 \cdot q_2 \cdot L}{20}$$

$$B \text{ kuvveti} \quad F_B = \frac{7 \cdot q_2 \cdot L}{20}$$

Eğilme momenti:

$$A \text{ noktasında} \quad M_A = \frac{q_2 \cdot L^2}{30}$$

$$B \text{ noktasında} \quad M_B = \frac{q_2 \cdot L^2}{20}$$

Dönüm noktası x_{w1}

$$x_{w1} = 0,237 \cdot L$$

Dönüm noktası x_{w2}

$$x_{w2} = 0,808 \cdot L$$

C noktasında moment

$$M_C = -0,0429 \cdot F_q \cdot L$$

x_C mesafesi

$$x_C = \sqrt{0,3} \cdot L$$

max Sehim

$$f_m = \frac{q_2 \cdot L^4}{764 \cdot E \cdot I_y}$$

x_m mesafesi

$$x_m = (\sqrt{21/20} - 0,5) \cdot L$$

X noktasında sehim

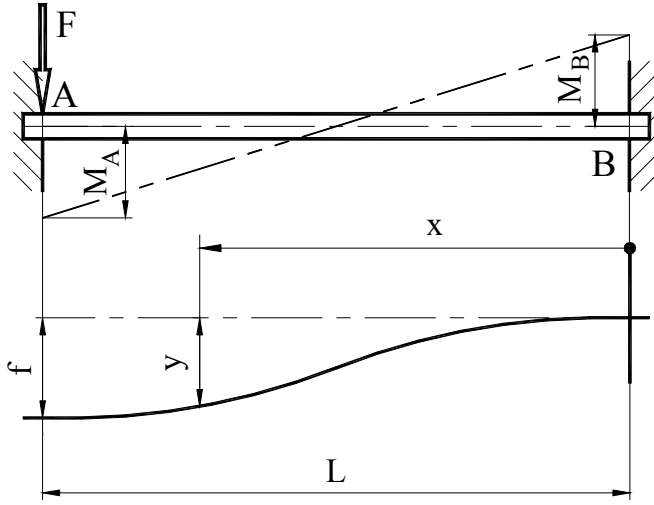
$$y = \frac{q_2 \cdot L^4}{120 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{2 \cdot x^2}{L^2} - \frac{3 \cdot x^3}{L^3} + \frac{x^5}{L^5} \right)$$

Şekil 32 için örnek;

Yayılı yük B tabanı	$q =$	20	N
Kirişin L boyu	$L =$	1'000	mm
Elastiklik modülü	$E =$	210'000	N/mm ²
Atalet momenti	$I_y =$	333'333	mm ⁴
X in A ya mesafesi	$x =$	400	mm

Yayılı yükün kuvveti	$F_q = 0,5 \cdot q \cdot L$	$F_q =$	10'000	N
A kuvveti	$F_A = \frac{3 \cdot q_2 \cdot L}{20}$	$F_A =$	3'000	N
B kuvveti	$F_B = \frac{7 \cdot q_2 \cdot L}{20}$	$F_B =$	7'000	N
A noktasında Moment	$M_A = \frac{q_2 \cdot L^2}{30}$	$M_A =$	666,67	Nm
B noktasında Moment	$M_B = \frac{q_2 \cdot L^2}{20}$	$M_B =$	1'000	Nm
Dönüm noktası x_{w1}	$x_{w1} = 0,237 \cdot L$	$x_{w1} =$	237	mm
Dönüm noktası x_{w2}	$x_{w2} = 0,808 \cdot L$	$x_{w2} =$	808	mm
C noktasında Moment	$M_C = -0,0429 \cdot F_q \cdot L$	$M_C =$	-429	Nm
x_C mesafesi	$x_C = \sqrt{0,3} \cdot L$	$x_C =$	547,72	mm
max Sehim	$f_m = \frac{q_2 \cdot L^4}{764 \cdot E \cdot I_y}$	$f_m =$	0,374	mm
x_m mesafesi	$x_m = (\sqrt{21/20} - 0,5) \cdot L$	$x_m =$	524,7	mm
X noktasında Sehim	$y = \frac{q_2 \cdot L^4}{120 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{2 \cdot x^2}{L^2} - \frac{3 \cdot x^3}{L^3} + \frac{x^5}{L^5} \right)$	$y_x =$	0,329	mm

33 İki tarafı sabit, bağlantı yerinde tek kuvvet etkisindeki kiriş



Şekil 33

$$A \text{ ve } B \text{ kuvveti : } F_A = 0 \quad F_B = F$$

$$\text{Eğilme momenti: } M_A = M_B = \frac{F \cdot L}{2}$$

$$\text{Sehim } f = \frac{F \cdot L^3}{12 \cdot E \cdot I_y}$$

$$\text{Elastik eğri: } y_x = \frac{F \cdot L^3}{12 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{3 \cdot x^2}{L^2} - \frac{2 \cdot x^3}{L^3} \right)$$

Şekil 33 için örnek;

Kuvvet	$F =$	2'000 N
Kirişin L boyu	$L =$	1'000 mm
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴
X in B ye mesafesi	$x =$	600 mm

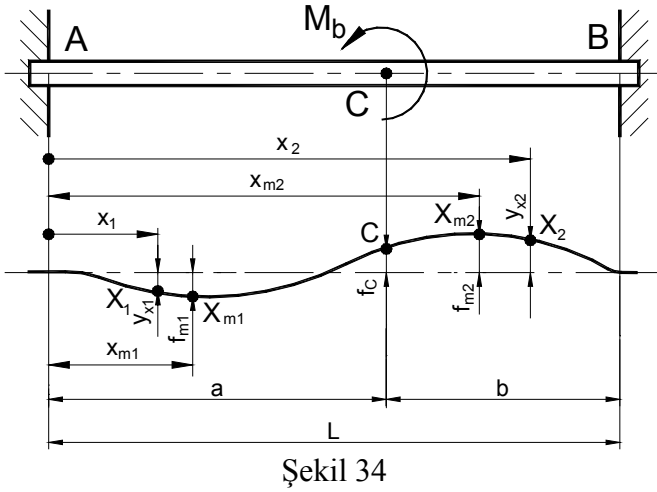
Yatak kuvveti B	$F_B = F$	$F_B =$	2'000 N
-----------------	-----------	---------	---------

A ve B noktalarında Moment	$M_A = M_B = \frac{F \cdot L}{2}$	$M_A = M_B =$	11'000 Nm
----------------------------	-----------------------------------	---------------	-----------

A noktasında Sehim	$f = \frac{F \cdot L^3}{12 \cdot E \cdot I_y}$	$f =$	2,381 mm
--------------------	--	-------	----------

X noktasında Sehim $0 \leq x \leq L$	$y_x = \frac{F \cdot L^3}{12 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(\frac{3 \cdot x^2}{L^2} - \frac{2 \cdot x^3}{L^3} \right)$	$y_x =$	1,543 mm
---	---	---------	----------

34 İki tarafı sabit, asimetrik moment etkisindeki kiriş



A kuvveti : $F_A = \frac{-6 \cdot a \cdot b \cdot M_b}{L^3}$

B kuvveti : $F_B = F_A$

$F_B = \frac{-6 \cdot a \cdot b \cdot M_b}{L^3}$

Eğilme momenti:

$M_B = \frac{M_b \cdot a}{L} \cdot \left(2 - \frac{3 \cdot a}{L}\right)$

C noktasında Sehim

$$f_C = \frac{M_b \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot (b-a)}{2 \cdot E \cdot I_y \cdot L^3}$$

X_{m1} noktasında Sehim
a bölgesinde max sehim

$$f_{m1} = \frac{M_b \cdot b \cdot L^3}{54 \cdot E \cdot I_y \cdot a^2} \cdot \left(\frac{3 \cdot a}{L} - 1\right)^3$$

x_{m1} mesafesi

$$x_{m1} = \frac{L^2}{a} \cdot \left(\frac{a}{L} - \frac{1}{3}\right)$$

X_{m2} noktasında Sehim
b bölgesinde max sehim

$$f_{m2} = \frac{M_b \cdot a \cdot L^3}{54 \cdot E \cdot I_y \cdot b^2} \cdot \left(\frac{3 \cdot b}{L} - 1\right)^3$$

x_{m2} mesafesi

$$x_{m2} = \frac{L^2}{3 \cdot b}$$

X_1 noktasında Sehim
 $0 \leq x \leq a$

$$y_{x1} = \frac{M_b \cdot b \cdot x^2}{2 \cdot E \cdot I_y \cdot L} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot a}{L} + \frac{2 \cdot a \cdot x}{L^2}\right)$$

X_2 noktasında Sehim
 $a \leq x \leq L$

$$y_{x2} = \frac{M_b \cdot a \cdot L}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot b \cdot x}{L^2} + \frac{a}{L}\right)$$

C noktasında
eğim açısı

$$\alpha_C = \frac{M_b \cdot a \cdot b}{E \cdot I_y \cdot L} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot a \cdot b}{L^2}\right)$$

Şekil 34 için örnek;

Moment	$M_b =$	1'500 Nm	
Kirişin L boyu	$L =$	1'000 mm	
Kirişin a boyu	$a =$	600 mm	
Kirişin b boyu	$b =$	400 mm	$b = L - a$
Elastiklik modülü	$E =$	210'000 N/mm ²	
Atalet momenti	$I_y =$	333'333 mm ⁴	
X in mesafesi	$x_1 =$	200 mm	
X in mesafesi	$x_2 =$	600 mm	
A kuvveti	$F_A = \frac{-6 \cdot a \cdot b \cdot M_b}{L^3}$		$F_A = -2'160 \text{ N}$
B kuvveti	$F_B = \frac{-6 \cdot a \cdot b \cdot M_b}{L^3}$		$F_B = -2'160 \text{ N}$
Eğilme momenti	$M_B = \frac{M_b \cdot a}{L} \cdot \left(2 - \frac{3 \cdot a}{L}\right)$		$M_B = 180 \text{ Nm}$
C noktasında Sehim	$f_C = \frac{M_b \cdot a^2 \cdot b^2 \cdot (b - a)}{2 \cdot E \cdot I_y \cdot L^3}$		$f_C = -0,123 \text{ mm}$
X_{m1} noktasında Sehim a bölgesinde max sehim	$f_{m1} = \frac{M_b \cdot b \cdot L^3}{54 \cdot E \cdot I_y \cdot a^2} \cdot \left(\frac{3 \cdot a}{L} - 1\right)^3$		$f_{m1} = 0,226 \text{ mm}$
x_{m1} mesafesi	$x_{m1} = \frac{L^2}{a} \cdot \left(\frac{a}{L} - \frac{1}{3}\right)$		$x_{m1} = 444,4 \text{ mm}$
X_{m2} noktasında Sehim b bölgesinde max sehim	$f_{m2} = \frac{M_b \cdot a \cdot L^3}{54 \cdot E \cdot I_y \cdot b^2} \cdot \left(\frac{3 \cdot b}{L} - 1\right)^3$		$f_{m2} = 0,012 \text{ mm}$
x_{m2} mesafesi	$x_{m2} = \frac{L^2}{3 \cdot b}$		$x_{m2} = 833,3 \text{ mm}$
X_1 noktasında Sehim $0 \leq x \leq a$	$y_{x1} = \frac{M_b \cdot b \cdot x^2}{2 \cdot E \cdot I_y \cdot L} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot a}{L} + \frac{2 \cdot a \cdot x}{L^2}\right)$		$y_{x1} = -0,096 \text{ mm}$
X_2 noktasında Sehim $a \leq x \leq L$	$y_{x2} = \frac{M_b \cdot a \cdot L}{2 \cdot E \cdot I_y} \cdot \left(1 - \frac{x}{L}\right)^2 \cdot \left(\frac{2 \cdot b \cdot x}{L^2} + \frac{a}{L}\right)$		$y_{x2} = 0,123 \text{ mm}$
C noktasında eğim açısı	$\alpha_C = \frac{M_b \cdot a \cdot b}{E \cdot I_y \cdot L} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot a \cdot b}{L^2}\right)$		$\alpha_C = 0,00144 \text{ Rad}$
	$\alpha_C^\circ = \alpha_C \cdot 180 / \pi$		$\alpha_C^\circ = 0,08251^\circ$