

2009 Kasım

www.guven-kutay.ch

MİLLER, AKSLAR
ve
MUYLULAR
06

Özet

M. Güven KUTAY
2010 Eylül

İÇİNDEKİLER

0.1	Malzeme	5
0.2	Hesaplamalar	6
0.3	Ağırlık kuvvetleri.....	6
1	Mukavemet hesapları.....	7
1.1	Akslarda mukavemet hesabı	7
1.1.1	Akslarda mukavemet hesabı	8
1.1.1.1	Toplam hesaplanan gerilmeler " σ_{Top} "	8
1.1.1.2	Zorlanma katsayısı " α_0 "	9
1.1.1.3	Malzemenin şekline göre mukavemeti " $\sigma_{\text{ŞK}}$ "	10
1.1.1.4	Emniyet faktörü "S"	10
1.1.2	Aksların boyutlanması	10
1.1.3	Akslar için mukavemet hesabı örneği.....	11
1.1.3.1	Örnek 1, Preste çalışan aks	11
1.1.3.2	Örnek 2, Kren arabası aksı.....	14
1.2	Miller	17
1.2.1	Millerde mukavemet hesabı.....	19
1.2.1.1	Toplam gerilmeler " σ_{Top} "	19
1.2.1.2	Zorlanma katsayısı " α_0 "	19
1.2.1.3	Malzemenin şekline göre mukavemeti " $\sigma_{\text{ŞK}}$ "	22
1.2.1.4	Emniyet faktörü "S"	22
1.2.2	Millerin boyutlanması.....	22
1.2.2.1	Bileşik moment " M_{Bi} " in bulunması.....	22
1.2.3	Millerin kabaca boyutlandırılması	23
1.2.4	Miller için mukavemet hesabı örneği	24
1.2.4.1	Örnek 1, Redüktör ara mili	24
2	Deformasyon hesapları	29
2.1	Millerde burulma deformasyonu	29
2.1.1	Sabit çaplı milde burulma deformasyonu	29
2.1.2	Ökçeli milde burulma deformasyonu	30
2.1.3	Çapın burulma açısına göre bulunması.....	31
2.1.4	Miller için burulma deformasyonu hesabı örneği.....	31
2.2	Millerde eğilme deformasyonu.....	33
2.2.1	Kavis ve kavis çapı	33
2.2.2	Portafo kirişte (mil veya aksta) sehim	34
2.2.3	Mil veya akslarda emniyetli sehim ve eğim	36
2.2.4	Ökçeli mil veya akslarda sehim ve eğim	37
2.2.4.1	Analitik hesaplama	37
2.2.4.2	Çizimsel sehim hesabı	42
2.2.5	Ökçeli milde sehim ve eğimlere örnekler	42
2.2.5.1	Örnek 1, Redüktör ara milinde hesaplanan milin, analitik olarak, sehim ve eğimleri	43
2.2.5.2	Örnek 1, Redüktör ara milinde hesaplanan milin, çizimsel olarak, sehim ve eğimleri	51
3	Titreşim hesapları (kritik devir sayıları)	54
3.1	Eğilme titreşimleri, eğilmede kritik devir sayıları	54
3.1.1	İki uçtan yataklanmış tek kütleli aks veya mil.....	54
3.1.1.1	Elastik kuvvet, geri tepme kuvveti " F_R "	57
3.1.1.2	Merkezkaç kuvveti " F_Z "	58

3.1.2	İki taraftan yataklanmış çok parçalı mil	59
3.1.3	Ek kütleli sabit çaplı miller, çubuklar.....	60
3.1.4	Eğilme titreşimi için hatırlatmalar	61
3.2	Burulma (torsiyon) titreşimleri, burulma kritik devir sayıları	62
3.2.1	Burulma pandülü, 1. Durum	62
3.2.1.1	Kritik açısal hız " ω_k "	63
3.2.1.2	Burulma yay sabitesi " c_t "	63
3.2.1.3	Tek kütleli milin burulma kritik devir sayısı	63
3.2.2	İki kütleli mil, 2. Durum	64
3.2.3	Çok kütleli (ikiden fazla) mil, 3. Durum	64
4	Birkaç basit konstruksiyon önerisi.....	65
5	Genel örnekler	68
5.1	Örnek 1, Kaldırma redüktörü, yükün kaldırılması.....	68
5.2	Örnek 2, Krende araba yürüyüş tahriki.....	70
5.3	Örnek 3, Krende kren yürüyüş tahriki ara mili.....	72
5.3.1	Mukavemet hesabı ve kontrolü.....	74
5.3.2	Burulma açısı hesabı ve kontrolü	77
5.3.3	Sehim hesabı ve kontrolü.....	78
5.3.4	Kritik devir sayıları hesabı ve kontrolü	78
5.3.4.1	Eğilmede kritik devir sayısı hesabı.....	78
5.3.4.2	Burulmada kritik devir sayısı hesabı	79
5.3.5	Yataklarda eğim açısı hesabı ve kontrolü.....	79
6	Kaynaklar.....	80
7	Konu İndeksi.....	81

Bir atasözü der ki:

*“ Bilmek önemli değildir.
Önemli olan, bilineni kullanabilmektir. “*

Genel giriş

Akslar, miller ve muylular; tekerlekler, makaralar, dişliler, kasnaklar, kavramalar, v.b. gibi diğer makina elemanlarını taşıyarak kuvvet ve moment ileten konstruksiyon elemanlarıdır.

Aksları, milleri ve muyluları şu şekilde tanımlayabiliriz:

Akslar: Radyal kuvvet etkisinde **eğilmeye** ve **kesmeye** zorlanırlar. Seyrek olarakta **çeki** veya **basıya** zorlanmalarına karşın **asla burulmaya** (torsiyona) zorlanmazlar.

Miller: **Burulmaya** (torsiyona) ve aynı anda radyal kuvvet ile **eğilmeye** ve **kesmeye** zorlanırlar. Seyrek olarakta bu zorlanmaların yanı sıra **çeki** ve/veya **basıyada** zorlanırlar.

Muylular: Aks ve millerin genelde uzantıları olup portofa çalışan kısımlarıdır.

Demek ki mil ile aks arasındaki fark millerin burulma dahil bütün zorlanmaların etkisinde olmaları, fakat aksların hiç bir zaman burulmaya zorlanmamalarıdır.

0.1 Malzeme

Akslar ve millerin malzeme seçimine; boyutları, zorlanmaları, çalışacağı yerler, imalat şekli ve üretilecek sayılarının büyük etkisi olur.

- Normal zorlanma ve işletme şartlarında çalışan redüktör, iş makineleri, kaldırma araçları ve benzeri yerlerde kullanılan akslar ve millerin malzemesi normal imalat çeliği St 42 ... St 70 olabilir.
- Normalin üstünde zorlanma ve işletme şartlarında çalışan; örneğin: Taşıtlar ve türbinlerde kullanılan akslar ve millerin malzemesi islah veya semantasyon çelikleri olabilir.
- Bu seçimler yapılırken akslar ve millerin kesit büyüklüğü değişikliğindeki geçişlerdeki çentik etkisine çok dikkat edilmelidir. Yüksek nitelikli ve alaşımli çeliklerde çentik etkilerinin yüksek olduğuda unutulmamalıdır.
- Elastik deformasyonlarda (sehim, burulma gibi) yüksek nitelikli ve alaşımli çeliklerin hiçbir avantajı olmadığı unutulmamalıdır. Çünkü bütün çeliklerde elastiklik modülü hemen hemen aynıdır.
- Semantasyon veya islah çeliklerinin yalnız aşınmaya maruz olan kısımlarını (yataklanan kısımlar, dişliler ve askılar gibi) sertleştirmek yeterlidir.
- Büyük parçaları özel şekilde dövmek, preslemek veya döküm yapmak daha ekonomik olabilir.
- Piyasadan hazır belirli toleranslarla haddelenmiş malzeme teminide mümkündür; örneğin;
 - ø 1...200 mm arası DIN 668 e göre h11 toleransıya,
 - DIN 670 e göre h8 toleransıya,
 - DIN 669/671 e göre h9 toleransıya,
 - ø 1...80 mm arası DIN 59360 a göre taşlanmış h7 toleransıya,
 - DIN 59361 e göre perdahlanmış h6 toleransıya.
- Ağırlıktan tasarruf etmek veya herhangi bir özel maksatla için kaval aks veya mil kullanılır. Dış çap ile delik çapı oranı 0,5 olan kaval milde ağırlık esas ağırlığın %75 i kadar olmasına rağmen eğilme ve burulma karşı koyma momenti %5 kayıp ile %95 dir.
- Malzemeyi en iyi şekilde tasarruf edebilmek için aks ve millerin taşıyacakları elemanların malzemesinden seçmek ekonomik ve konstruktif faydalar sağlar.

0.2 Hesaplamalar

Hesaplamalar "*Mekanik hesaplar*" dır ve üç grupta yapılır:

1. **Mukavemet hesapları**
Devamlımukavemet
2. **Deformasyon hesapları**
Elastik şekil değiştirme
3. **Titreşim hesapları**
Kritik devir sayıları

Hesaplara başlamadan önce sistemin tam ve eksiksiz çizilmesi kaçınılmaz şarttır. Bu eskizin çizilmesinden sonra tehlikeli kesitler belirlenir ve bu kesitlerdeki toplam gerilimler ve kesitin şekillendirme mukavemet değeri bulunur. Dıştan etki eden kuvvetler pratikte etki alanlarının ağırlık merkezi noktasında etki eden nokta etkili kuvvetler olarak kabul edilir. Hesaplamalar için geçerli bütün şart ve istekler anlaşılır şekilde not edilmelidir.

Hesaplar titiz, sistematik, belirli ve detaylı olarak yapılmalıdır. Bunun içinde şu yol önerilir:

En iyi şekilde fonksiyonunu gösterecek kordinat sistemi seçilip bütün kuvvetler (yatak kuvvetleri, aksel ve radyal kuvvetler) ve momentler ile kuvvet ve moment dağılımları bu sisteme göre yatay ve düşey düzlemlerde belirlenmelidir. Bu belirlemelerden sonra konstruktör tehlikeli kesitleri belirler.

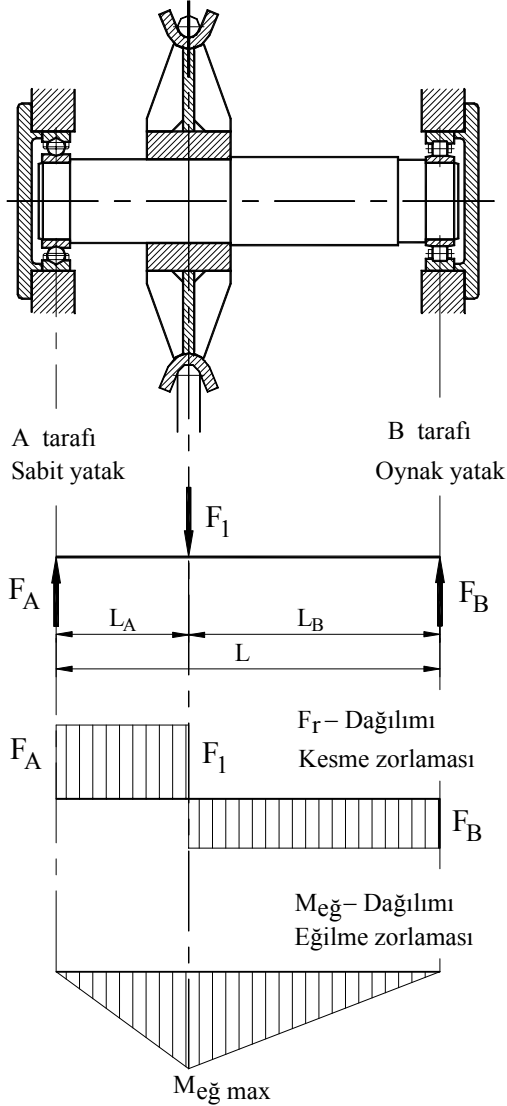
0.3 Ağırlık kuvvetleri

Hesaplarda ağırlık kuvvetleri şu şekilde kullanılır:

- Ağırlık kuvvetleri pratikte; "*mukavemet hesapları*" yapılırken pek dikkate alınmazlar. Fakat bunları tamamen unutmamak gerekir. Gerektiğinde bu kuvvetlerde hesaba katılmalıdır.
- Ağırlık kuvvetleri pratikte; "*deformasyon hesapları*" (elastik şekil değiştirme) yapılırken dış kuvvetlerle beraber dikkate alınır ve hesaplar beraber yapılır.
- Ağırlık kuvvetleri "*titreşim hesapları*" (kritik devir sayıları) yapılırken esas kuvvetler olarak kullanılır, fakat dış kuvvetler dikkate alınmaz ve hesaplar yalnız ağırlık kuvvetleri ile yapılır.

1 Mukavemet hesapları

1.1 Akslarda mukavemet hesabı



Şekil 1, Dönen aksda kuvvet ve moment dağılımları

Sabit akslar:

Aks tarafından taşınan elemanlar, aksa yataklanmış olup aksın etrafında dönerler. Dönen elemanlar ile yataklar arasında çok kısa mesafe vardır (bak Şekil 2, Şekil 3). Böylece aks ya statik veya dalgali zorlama ile yüklenecektir. Sabit aksların kesitleri değişken olabilir. Örneğin; yuvarlak, dörtköşe, üçköşeden çokgene kadar her çeşit form, hatta kutu veya I-profilide olabilir ve doğrudan şasiye kaynak veya sökölmez biçimde bağlanabilirler.

Dönen akslar:

Aks tarafından taşınan elemanlar aksa sabit bağlanmışlardır. Aksın dönmesiyle aksa bağlı olan elemanlarda döner (bak Şekil 4). Kesit formları genelde yuvarlak olur. Çok özel hallerde yataklanmış yerler yuvarlak orta kısım diğer şekillerde olabilir. Zorlanma şekli değişken zorlanma olup, döndüğünden ötürü statik veya dalgali zorlanma olamaz.

Akslar diğer tabiriyle dingiller sabit veya döner olarak kullanılır.

Akslar genelde radyal kuvvetler ve bunların doğurduğu eğilme momentleriyle zorlanırlar. Çok eñder olarakta bası veya çeki etkisinde olurlar.

Akslarda kuvvetler şu şekilde belirlenir:

$$\Sigma M_b = 0$$

$$F_1 \cdot L_A - F_A \cdot L = 0$$

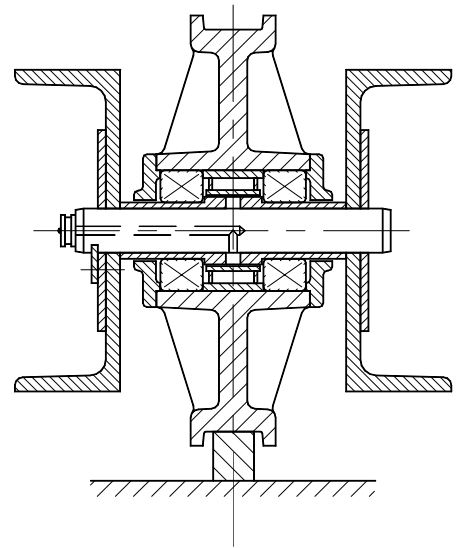
$$F_A = \frac{F_1 \cdot L_A}{L} \quad F(1)$$

$$\Sigma F_Y = 0$$

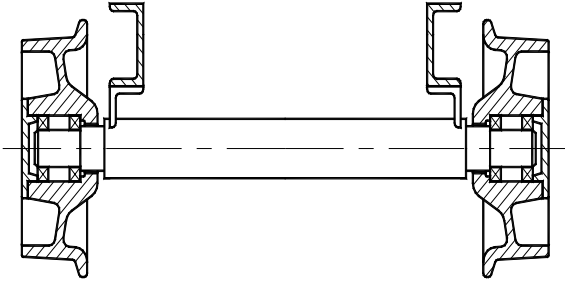
$$F_1 - F_A - F_B = 0$$

$$F_B = F_1 - F_A \quad F(2)$$

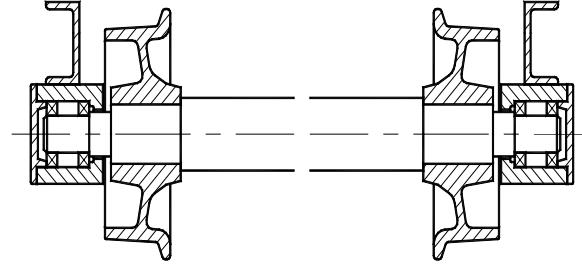
F_1	N	Bilinen makara kuvvetleri
L	m	Uzaklıklar
F_A	N	A yatağındaki kuvvet
F_B	N	B yatağındaki kuvvet



Şekil 2, Sabit aksda kren tekerleği



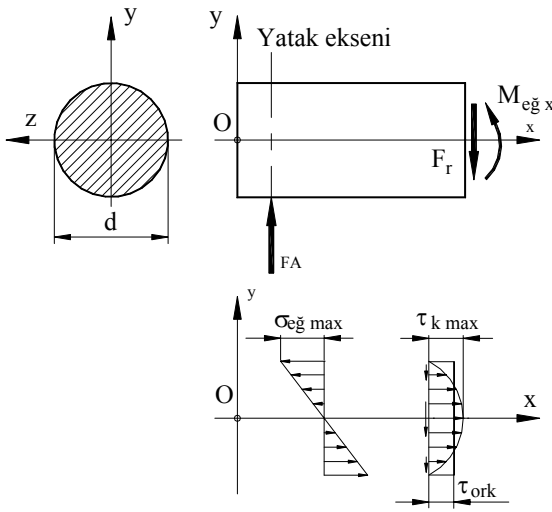
Şekil 3, Sabit aksla tekerlek yataklanması



Şekil 4, Dönen aksla tekerlek yataklanması

1.1.1 Akslarda mukavemet hesabı

Akslarda mukavemet hesapları (devamlı mukavemet) seçilen hesaplama kesitindeki toplam max gerilme ile o kesitin devamlı mukavemet değerinin kıyaslanması ile yapılır. Akslar ve millerin devamlı mukavemet değeri " Biçim değiştirme Enerjisi Hipotezi" ile belirlenir.



Şekil 5, Aksta gerilmelerin dağılımı

$$S_{he} = \frac{\sigma_{\text{ŞK}}}{\sigma_{\text{Top}}} \geq S_{ger} \quad F(3)$$

S_{he}	1	Hesaplanan emniyet katsayısı
$\sigma_{\text{ŞK}}$	N/mm ²	Malzemenin şekline göre mukavemet değeri
σ_{Top}	N/mm ²	Toplam gerilmeler
S_{ger}	1	Gerekli emniyet katsayısı

1.1.1.1 Toplam hesaplanan gerilmeler " σ_{Top} "

Pratikte en çok rastlanan aksların zorlanma şekli Şekil 5 de görülmektedir. Burada toplam hesaplanan gerilme, eğilme gerilmesi ile kesme gerilmesinin toplamıdır. Elastik eğilme teorisine göre max eğilme gerilmesi (eğilen kesitte lineer eğilme gerilmesinin dağılımı) kesit kenarındadır. Diğer taraftan aynı yerde, kesit kenarında, kesme gerilmesi sıfırdır. ($\tau_k = 0$, Şekil 5 de 90° çevrik olarak gösterilmiştir.).

Hesabın yapıldığı kesitteki ("X" kesiti) **BEH'** ye (**Biçim değiştirme Enerjisi Hipotezi**) göre, toplam hesaplanan gerilme teorik olarak:

$$\sigma_{\text{Top}} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau_{kx})^2} \quad F(4)$$

σ_{Top}	N/mm ²	Toplam gerilme
σ_x	N/mm ²	Toplam normal gerilmeler
α_0	1	Zorlanma katsayısı
τ_{kx}	N/mm ²	Toplam kayma gerilmeleri

Pratikte, eğer $L_F > 0,2 \cdot d$ ise toplam, gerilme yalnız eğilme gerilmesi olarak, eğer $L_F < 0,2 \cdot d$ ise toplam gerilme yalnız kayma gerilmesi olarak alınır ve aks buna göre boyutlandırılır. Bazı özel hallerde emniyet olarak kabaca toplam gerilme hesaplanıp kontrol edilir.

1.1.1.2 Zorlanma katsayısı " α_0 "

Normal (σ) ve kayma (τ) gerilmeleri çok kere değişik zorlanmalardan oluşurlar ve değişik yönlerde etki gösterirler. Bu iki ayrı çeşit gerilimi aynı çatı altında toplamak için bazı düzeltmelere gerek vardır. Bu düzeltmelerin başında " Prof. Bach " a göre kabul edilen zorlanma faktörü kullanılır. Genelde $\alpha_0 = 1$ olarak kabul edilir. Çünkü eğilme ve kesme aynı kuvvet ve zorlanma şeklinden oluşur.

"Biçim değiştirme Enerjisi Hipotezi" ile yapılan hesaplarda bulunan toplam gerilmenin yönü belli değildir. Eğer belirli yönde gerilmelere gerek varsa ana gerilmelerin hesaplanması önerilir; σ_1, σ_2 , gibi.

1.1.1.2.1 Toplam normal gerilmeler " σ "

Hesaplanan X-X kesitindeki toplam normal gerilmeler " σ " şu şekilde hesaplanır:

$$\sigma = \sigma_{eğ} + \sigma_{\phi,b} \quad F(5)$$

σ	N/mm ²	Toplam normal gerilmeler
$\sigma_{eğ}$	N/mm ²	Eğilme gerilmesi
$\sigma_{\phi,b}$	N/mm ²	Çeki veya bası gerilmesi

Eğilme gerilmesi " $\sigma_{eğ}$ "

Elastik eğilme teorisine göre bir kesitte max eğilme momenti, lineer gerilme dağılımı ile, o kesitin kenarında maksimum etkili olur ve şu şekilde hesaplanır:

$$\sigma_{eğ} = \frac{M_{eğ}}{W_{eğ}} \quad F(6)$$

$\sigma_{eğ}$	N/mm ²	Eğilme gerilmesi
$M_{eğ}$	Nmm	Eğilme momenti
$W_{eğ}$	mm ³	Eğilme karşı koyma momenti

Eğilme momenti (örnek A tarafı):

$$M_{eğ} = F_A \cdot L_A \quad F(7)$$

Hesaplanan kesitteki eğilme karşı koyma momenti "Steiner teoremi" ile hesaplanır veya hesaplanmış değer literatürdeki tablolardan alınır.

Örneğin dolu yuvarlak kesit:

$$W_{eğ} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \quad F(8)$$

Çeki veya bası gerilmesi " $\sigma_{\phi,b}$ "

Çeki veya bası gerilmesi şu şekilde hesaplanır:

$$\sigma_{\phi,b} = \frac{F_n}{A} \quad F(9)$$

F_n	N	Hesaplanan kesitteki normal kuvvet
A	mm ²	Hesaplanan kesitin alanı

Kesit alanı, örneğin dolu yuvarlak kesit:

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad F(10)$$

1.1.1.2.2 Kesme gerilmesi " τ_k "

Akslarda kesme gerilmesi ancak kısa akslarda dikkate alınır. Bu seçme için aksın kuvvet etkisindeki boyunun çapına oranı kullanılır.

Eğer oran 0,2 değerinden küçük ise akslar yalnız kesme gerilimine göre boyutlanır. Kesme gerilmesi hesabı yapılan yüzeyde lineer dağılmadığı için, pratikte kesme gerilimi düzeltilerek kullanılır. Kesme gerilmesi şu "**Kesme faktörü**" ile düzeltilerek hesaplanır:

$$\tau_k = k_\tau \cdot \frac{F_r}{A} \quad F(11)$$

τ_k	N/mm ²	Kesme gerilmesi
k_τ	11	Kesme faktörü
F_r	N	Radyal kuvvet
A	mm ²	Alan

Kesme faktörü " k_τ ":

$k_\tau = 1,33$	Daire alanı için,
$k_\tau = 1,50$	Dörtköşe alan için,
$k_\tau = 2,00$	Boru kesiti için.

Tecrübelerle göre kuvvetin hesaplanan kesite uzaklığı, kesit çapından büyükse kesme gerilimi hesaplarda dikkate alınmaz.

1.1.1.3 Malzemenin şekline göre mukavemeti " $\sigma_{\text{ŞK}}$ "

Malzemenin şekline göre mukavemeti " $\sigma_{\text{ŞK}}$ " hesaplanan kesitteki duruma göre hesaplanır (bak Mukavemet Değerleri, MMO/2004/353).

1.1.1.4 Emniyet faktörü " S "

Hesaplanan emniyet faktörü " S " şu şekilde bulunur, bak F(3).

$$S_{\text{hes}} = \frac{\sigma_{\text{ŞK}}}{\sigma_{\text{Top}}} \quad F(12)$$

Gerekli emniyet faktörü " S_{ger} " ya şartnameden veya Mukavemet Değerleri, MMO/2004/353 den hesaplanır.

Yukarıda verilen formüllerle aksların mukavemet hesaplarındaki kontrolü yapılır. Eğer aksların boyutlanması gerekiyorsa şu yol tutulur.

1.1.2 Aksların boyutlanması

Aksların boyutlanması için mukavemet hesabı temel formülünün F(3) yalnız sağ tarafı eşitlik olarak ele alınır ve hesaplanan toplam gerilmeler yerine emniyetli gerilim yerleştirilir. Unutulmaması gereken bir hususta kaba olarak yapılan bu boyutlama hesabı kritik yerlerde kontrolü yapılmadan kullanılmamalıdır.

$$\frac{\sigma_{\text{ŞK}}}{\sigma_{\text{Top}}} = S_{\text{ger}}$$

$$\sigma_{\text{Top}} = \frac{\sigma_{\text{ŞK}}}{S_{\text{ger}}} = \sigma_{\text{EM}}$$

Eğer boyutlanacak kesit daire ise: $\sigma_{he} \approx \sigma_{eğ} = M_{eğ} / W_{eğ}$

Daire veya boru kesitinde:

$$W_{eğ} = \pi \cdot d^3 / 32$$

$$W_{eğ} = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{d_d^4 - d_i^4}{d_d}$$

Burada boru kesitini normal ve dolu kesiti özel hal, yani $d_i = 0$ kabul edersek; çaplar oranı $d_i = k_d \cdot d_d$ veya $k_d = d_i/d_d$ olarak alınır:

$$M_{eğ} = \pi \cdot d_d^3 \cdot (1 - k_d^4) / 32$$

$$\frac{32 \cdot M_{bX}}{\pi \cdot d_d^3 \cdot (1 - k_d^4)} \leq \sigma_{EM}$$

bulunur ve buradan:

$$d_d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{eğ}}{\pi \cdot (1 - k_d^4) \cdot \sigma_{EM}}}$$

F(13)

d_d	mm	Dış çap
$M_{eğ}$	Nmm	Eğilme momenti
k_d	1	Çaplar oranı katsayısı
σ_{EM}	N/mm ²	Emniyetli mukavemet

Dikkat: Burada hesaplanan kesit çapı teorik çaptır. Kama yuvaları, ökçe yivleri ve benzeri etkenler dikkate alınmalıdır.

1.1.3 Akslar için mukavemet hesabı örneği

1.1.3.1 Örnek 1, Preste çalışan aks

Bir preste çalışan dönmeyen aks Şekil 6 de prensip eskizi olarak görülmektedir.

Bilinenler ve şartlar şöyledir:

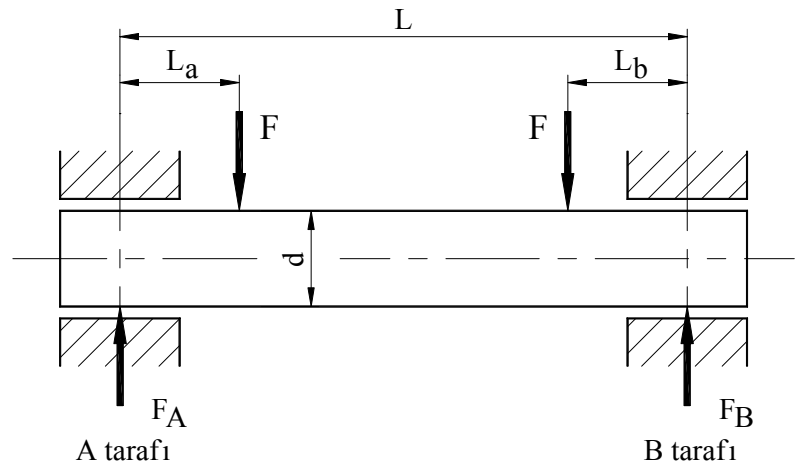
Malzeme: St 37-2, W.Nr.:
1.0037

Kuvvetler: $F_{İş \max} = + 1\,250 \text{ N}$
 $F_{İş \min} = 0$

Boyutlar: $L = 115 \text{ mm}$
 $L_a = L_b = 20 \text{ mm}$
 $d = 16 \text{ mm}$

İşletme şekli: Ağır ve kötü,

Yüzey: $N8 = R_z = 20 \mu\text{m}$



Şekil 6, Bir preste dönmeyen sabit aks

Çözüm:

İstenen iş veya ana cevap; aksın kontrolü.

Ana cevap: Hesaplanacak emniyet katsayısı, gerekli emniyet katsayısından büyük veya en azından eşit olmalıdır.

Hesaplanan emniyet katsayısı, kesitin şekline göre mukavemet değerinin kesitteki toplam gerilmeye oranıdır.

Kesitin şekline göre mukavemet değeri:

Kesitteki hesaplanan toplam gerilme eğilme momentinin eğilme karşı koyma momentine oranıdır. Akslarda burulma zorlaması yoktur.

Kesitteki eğilme momenti

Kesitteki eğilme karşı koyma momenti

$$S_{he} \geq S_{GER}$$

$$S_{hes} = \frac{\sigma_{\text{ŞK}}}{\sigma_{\text{Top}}}$$

$$\sigma_{\text{ŞK}} = \frac{\sigma_D \cdot b_1 \cdot b_2}{\beta_{\text{Çt}}}$$

$$\sigma_{\text{Top}} = \frac{M_{eğ}}{W_{eğ}}$$

$$M_{eğ} = F_{\text{max}} \cdot L_F$$

$$W_{eğ} = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

Bilinen ve kabul edilen değerler:

Burada kullanılan formül ve değerler ya "*Mukavemet ve Malzeme değerleri*" kitapçığından veya "*Mukavemet değerleri, MMO/2004/353*" den alınmıştır.

Aksın çapı

St 37-2, W.Nr.: 1.0037 nin kopma mukavemeti:
akma mukavemeti:

İşletme faktörü: Presler

Hesaplar için max. ve min. kuvvetler

$$d = 16 \text{ mm}$$

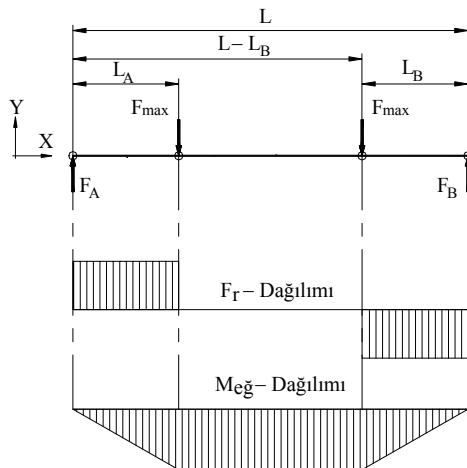
$$R_m = 340 \text{ N/mm}^2 \quad K_1 = 0,5$$

$$R_e = 235 \text{ N/mm}^2 \quad K_2 = 1,4$$

$$c_{i\text{Ş}} = 2,0$$

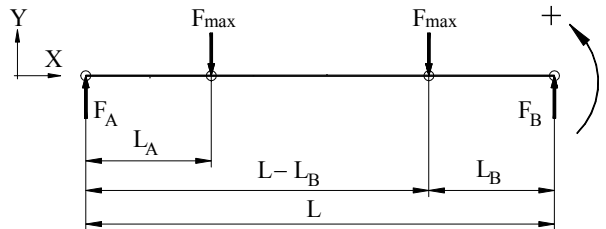
$$F_{\text{max}} = F_{i\text{Ş max}} \cdot c_{i\text{Ş}} = 1250 \cdot 2 = 2500 \text{ N}$$

$$F_{\text{min}} = 0 \quad \kappa = F_{\text{min}} / F_{\text{max}} = 0$$



Şekil 7, Kuvvet ve momentin dağılımı

XY-Düzlemi



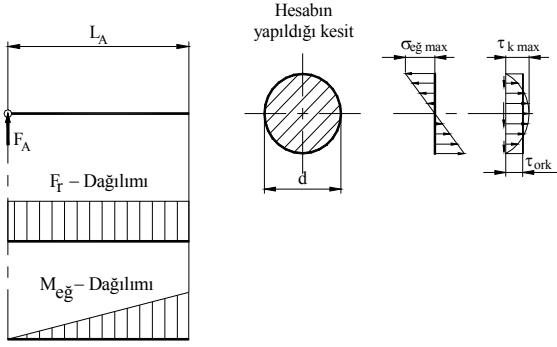
Şekil 8, Yatak kuvvetleri

Yatak kuvvetleri, bak Şekil 8

$$-F_{\text{max}} \cdot L_A - F_{\text{max}} \cdot (L - L_B) + F_B \cdot L = 0$$

$$F_B = [F_{\text{max}} \cdot L_A + F_{\text{max}} \cdot (L - L_B)] / L$$

$$F_A = F_B = 2500 \text{ N}$$



Şekil 9, A tarafında kontrol

Kesitteki hesaplanan toplam gerilme:

Kesitin şekline göre mukavemet değeri:

Devamlı eğilme mukavemeti, akma mukavemetinden büyük olamaz:

Değişken eğilme mukavemeti:

Eğilmede akma mukavemeti:

Yüzey pürüzlüğü katsayısı "b1":

Çentik faktörü $\beta_{Çt}$, değişiklik olmadığından:

büyüklük katsayısı b_2 :

Geometri katsayısı:

Teknoloji katsayısı:

Form katsayısı, çentik faktörü $\beta_{Çt} = 1,8$ için:

Hesaplanan emniyet katsayısı:

Gereken emniyet katsayısı:

Pres makinası EYY = %50 ve $\kappa = 0$

Burada $L_A > 0,2 \cdot d$ olduğundan kesme gerilimi dikkate alınmaz.

Eğilme momenti:

$$M_{eğ} = F_A \cdot L_A = 2500 \cdot 20 = 50'000 \text{ N}$$

Kesitteki eğilme karşı koyma momenti:

$$W_{eğ} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} = \frac{\pi \cdot 16^3}{32} = 402 \text{ mm}^3$$

$$\sigma_{Top} = \frac{M_{eğ}}{W_{eğ}} = \frac{50'000}{402} = 124 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{ŞK} = \frac{\sigma_D \cdot b_1 \cdot b_2}{\beta_{Çt}} = 226 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_D = \frac{\sigma_{DG}}{1 - \frac{(1 + \kappa) \cdot (1 - K_1)}{2 - K_1}} = 255 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{DG} = R_m \cdot K_1 = 340 \cdot 0,5 = 170 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{AK} = R_e \cdot K_2 = 235 \cdot 1,4 = 329 \text{ N/mm}^2$$

$$b_{1\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \lg R_z \cdot \left(\lg \frac{R_m}{20} - 1 \right) = 0,93$$

$$\beta_{Çt} = 1$$

$$b_2 = k_g \cdot k_t \cdot k_\alpha = 0,86 \cdot 1,0 \cdot 0,96 = 0,83$$

$$k_g \approx 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 0,86$$

$$k_t \approx 1 - 0,25 \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 1,0 \quad \text{imalat çeliği}$$

$$k_\alpha \approx 1 - 0,2 \cdot \lg \alpha_k \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 0,96$$

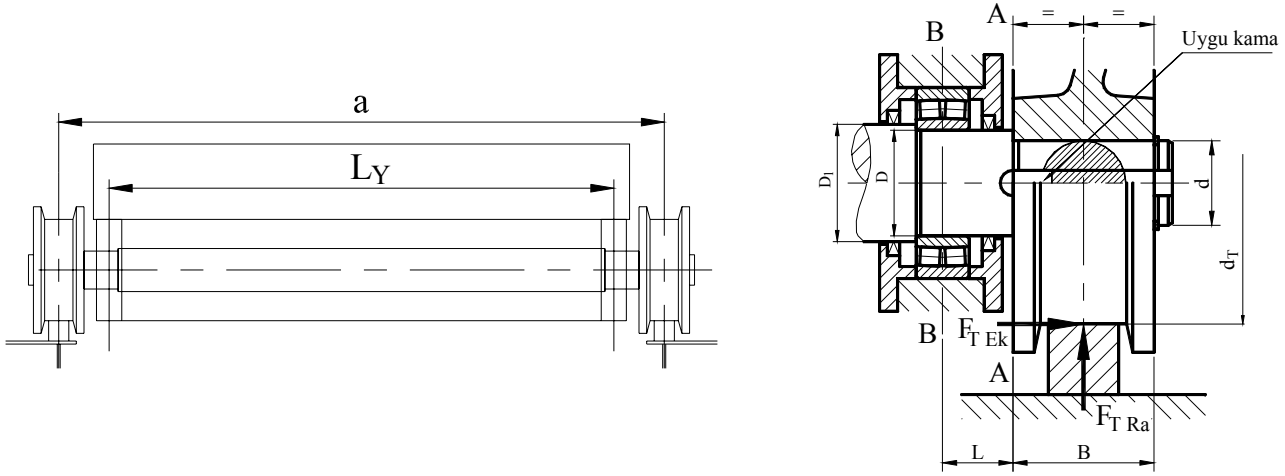
$$S_{hes} = \frac{\sigma_{ŞK}}{\sigma_{Top}} = \frac{226}{124} = 1,82$$

$$S_{GER} = 1,4$$

Sonuçta kesitte hesaplanan emniyet katsayısı $S_{he} = 1,82 > S_{GER} = 1,4$ gerekli emniyet katsayısından büyük olduğu görülür.

1.1.3.2 Örnek 2, Kren arabası aksı

Elektrik motoruyla tahrikli kren arabasındaki tahrik edilmeyen aksda aşağıdaki eskiz Şekil 10 de görülen boyutlar bilinmektedir.



Şekil 10, Kren arabasında aks

Boyutlar: $a = 1200 \text{ mm}$; $L = 50 \text{ mm}$; $B = 100 \text{ mm}$; $d_T = 200 \text{ mm}$; $d = 60 \text{ mm}$; $D = 75 \text{ mm}$
 $D_1 = 85 \text{ mm}$; $R_z = 6,3 \mu\text{m}$; $F_{T Ra \text{ max}} = 20 \text{ kN}$; $F_{T Ra \text{ min}} = 6,0 \text{ kN}$; $F_{T Ek} / F_{T Ra} = 0,15$

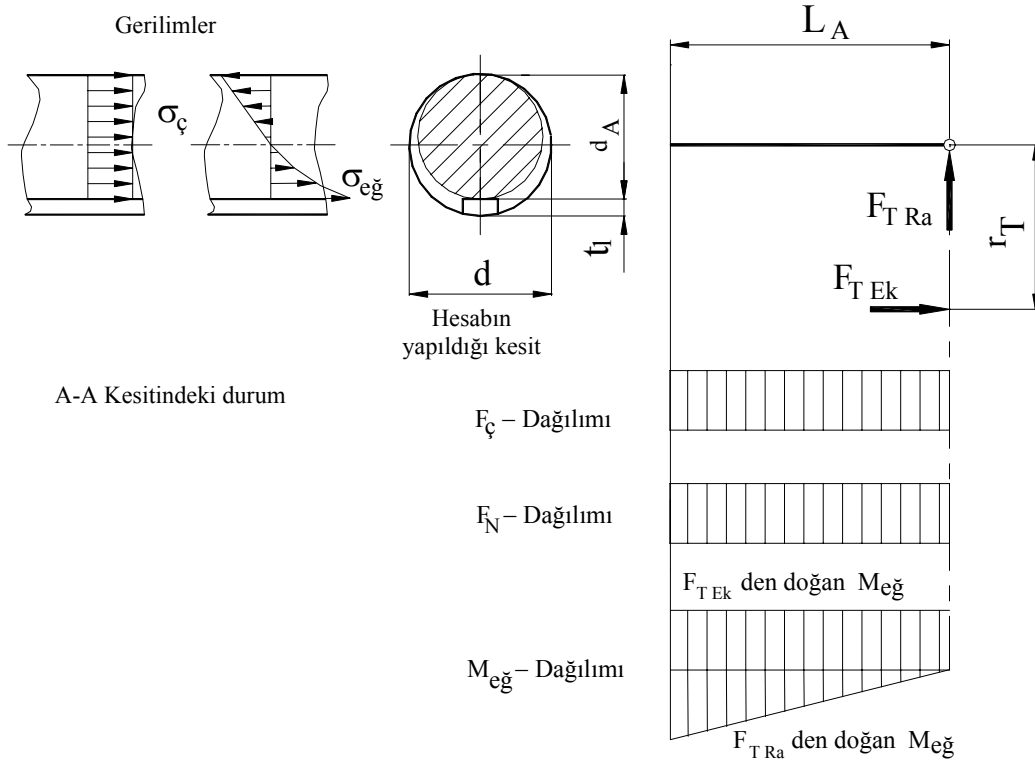
Malzeme: St 50.2 , 1.0050

Yükleme sayısı: $N_Y > 3.10^6$

Bu boyut ve şartlarla aks kullanılabilir mi?

Çözüm:

Bu bir kontrol hesabıdır ve: $S_{he} = \frac{\sigma_{SK}}{\sigma_{he}} \leq S_{GER}$ bağıntısı gerçekleşmelidir.



Şekil 11, Hesaplanan kesitte moment ve gerilmelerin dağılımı

Çözüm için aşağıda sol sütunda genel olarak, yukarıdan aşağıya, kompleksten basite, sağ sütundada, aşağıdan yukarıya, basitten komplekse sayısal olarak hesabı yapalım. Formül ve değerler ya "**Mukavemet ve Malzeme değerleri**" kitapçığında veya "**Mukavemet değerleri, MMO/2004/353**" den alınmıştır.

$$S_{he} = \frac{\sigma_{SK}}{\sigma_{he}} \leq S_{GER}$$

$$S_{he} = \frac{\sigma_{SK}}{\sigma_{he}} = 100 / 76,4$$

$$S_{he} = 1,3.. > S_{GER} = 1,25$$

Kaldırma araçları, $\kappa = -1$ için.

$$S_{he} = 1,3..$$

a) Malzemenin şekillenme mukavemet değeri " σ_{SK} "

Şekillenme mukavemet değeri:

$$\sigma_{SK} = \frac{\sigma_D \cdot b_1 \cdot b_2}{\beta_{\zeta t}} = \frac{235 \cdot 0,93 \cdot 0,83}{1,8}$$

$$\sigma_{SK} = 100 \text{ N/mm}^2$$

Malzemenin devamlı mukavemet değeri:

$$\sigma_D = \frac{\sigma_{DG}}{1 - \frac{(1 + \kappa) \cdot (1 - K_1)}{2 - K_1}} \leq \sigma_{AK}$$

$$\sigma_D = \sigma_{DG} = 235 \text{ N/mm}^2 < \sigma_{AK}$$

$\kappa = -1$ dönen mil ve $k = -1$ olduğunda payda 1 e eşit olur buda $\sigma_D = \sigma_{DG}$ yi verir.

$$\sigma_{DG} \approx K_1 \cdot R_m = 0,5 \cdot 470$$

$$\sigma_{DG} = 235 \text{ N/mm}^2$$

$K_1 = 0,5$ imalat çeliği, eğilme
 $R_m = 470 \text{ N/mm}^2$ St 50.2 , 1.0050 için

$$\sigma_{AK} \approx K_2 \cdot R_e = 1,4 \cdot 335$$

$$\sigma_{AK} = 413 \text{ N/mm}^2$$

$K_2 = 1,4$ imalat çeliği, eğilme
 $R_e = 335 \text{ N/mm}^2$ St 50.2 , 1.0050 için

Yüzey pürüzlüğü katsayısı b_1

$$b_{1\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \lg R_z \cdot \left(\lg \frac{R_m}{20} - 1 \right)$$

$$b_{1\sigma} = 0,93475$$

Çentik faktörü $\beta_{\zeta t}$

$$\beta_{\zeta t} = 1,8$$

parmak freze ile kama oyuğu açılmış mil

büyüklik katsayısı b_2

$$b_2 = k_g \cdot k_t \cdot k_\alpha = 0,86 \cdot 1,0 \cdot 0,96$$

$$b_2 = 0,83$$

$$\text{Geometri katsayısı: } k_g \approx 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20}$$

$$k_g = 0,86$$

$$\text{Teknoloji katsayısı: } k_t \approx 1 - 0,25 \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20}$$

$$k_t = 1,0 \text{ imalat çeliği}$$

$$\text{Form katsayısı: } k_\alpha \approx 1 - 0,2 \cdot \lg \alpha_k \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20}$$

$$k_\alpha = 0,96 \text{ çentik faktörü } \beta_{\zeta t} = 1,8 \text{ için}$$

b) A-A kesitindeki hesaplanan işletme gerilimi “ σ_{heA} ”

hesaplanan işletme gerilimi:

$$\sigma_{heA} = \sigma_{egA} + \sigma_{\varphi A} = 75 + 1,4$$

$$\sigma_{heA} = 76,4 \text{ N/mm}^2$$

eğilme gerilimi:

$$\sigma_{egA} = \frac{M_{egA}}{W_{egA}} = 1'300'000 / 17'315$$

$$\sigma_{egA} = 75 \text{ N/mm}^2$$

eğilme momenti:

$$M_{egA} = F_{TRa} \cdot L_A + F_{TEk} \cdot r_T = 20 \cdot 50 + 3 \cdot 100$$

$$M_{egA} = 1'300 \text{ Nm}$$

$$F_{TRa} = 20 \text{ kN} ; L_A = 50 \text{ mm}$$

$$F_{TEk} = 0,15 \cdot 20 = 3 \text{ kN} ; r_T = 100 \text{ mm}$$

Kuvvetler max olduğundan işletme katsayısı $c_B = 1$ alınır.

eğilme karşı koyma momenti:

$$W_{egA} = 0,012 \cdot (d+d_A)^3 = 0,012 \cdot (60+53)^3$$

$$W_{egA} = 17'315 \text{ mm}^3$$

$$d_A = 60 - 7 = 53 \text{ mm}$$

$$t_1 = 7 \text{ mm}, d = 60 \text{ mm için}$$

çekme gerilimi:

$$\sigma_{\varphi A} = F_{\varphi} / A_A = 3'000 / 2'206$$

$$\sigma_{\varphi A} = 1,4 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{\varphi} = F_{TEk} = 5 \text{ kN}$$

A da kesit alanı:

$$A_A = 0,25 \cdot \pi \cdot d_A^2 = 0,25 \cdot \pi \cdot 53^2$$

$$A_A = 2'206 \text{ mm}^2$$

Burada aks aynı zamanda dönen muyludur. Muylularda ayrıca yüzey basıncı kontrolüde yapılır.

Hesaplanan yüzey basıncı $p_{he} = F_{TRa} / A_{iz} \leq p_{EM}$

Muylunun izdüşüm alanı $A_{iz} = b \cdot d = 100 \cdot 60 = 6'000 \text{ mm}^2$

Hesaplanan yüzey basıncı $p_{he} = F_{TRa} / A_{iz} = 20'000 / 6'000 = 3,33 \text{ N/mm}^2$

Emniyetli yüzey basıncı $p_{EM} = R_e / S_A = 335 / 1,5 = 220 \text{ N/mm}^2$

Emniyet katsayısı $S_{Amax} = 1,5$

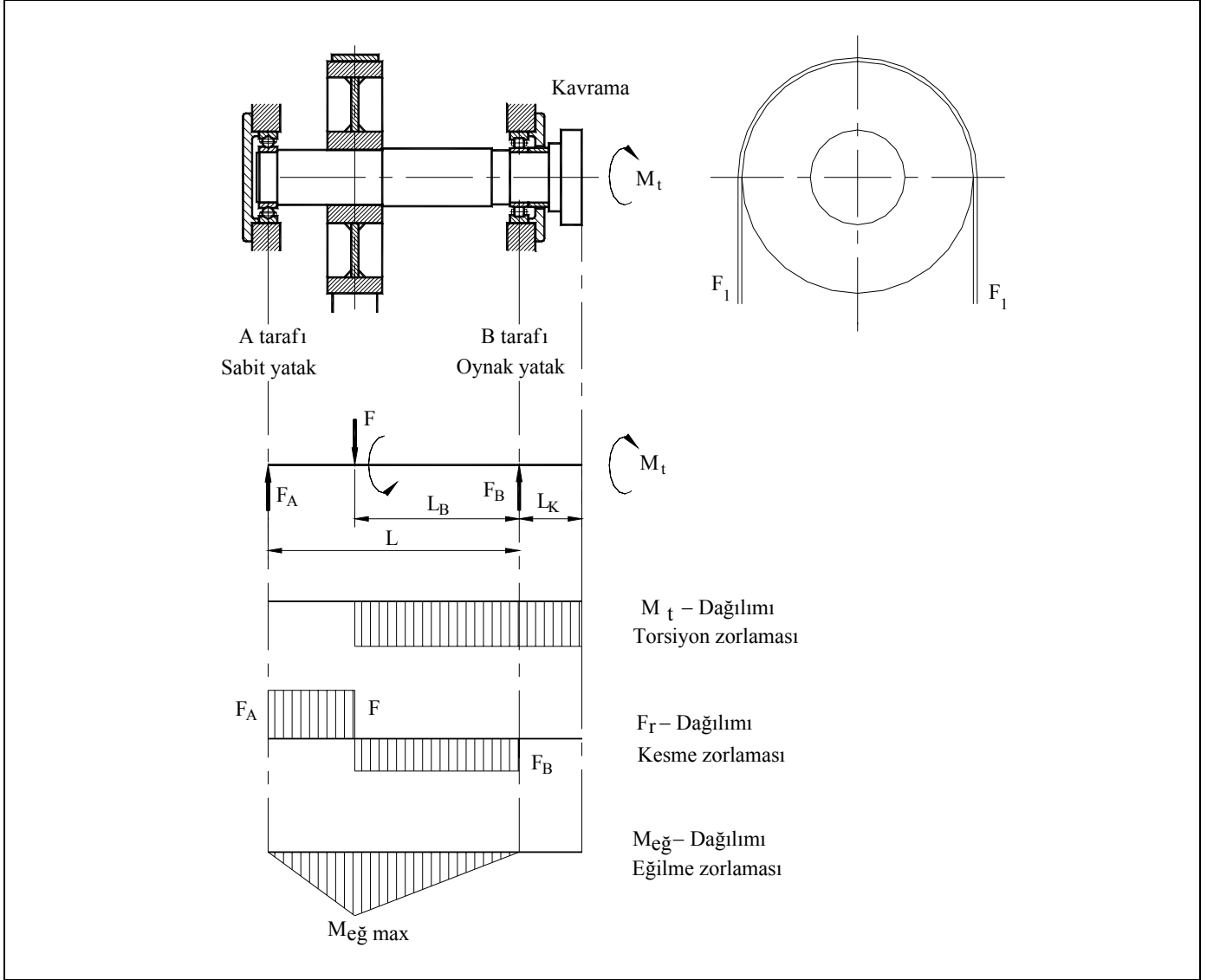
Görüldüğü gibi emniyetli yüzey basıncı $p_{EM} = 220 \text{ N/mm}^2$ hesaplanan yüzey basıncı $p_{he} = 3,33 \text{ N/mm}^2$ dan kat kat büyüktür.

Bunun için çelik/çeliğe veya çelik/demire muylularda muylu için ekstra bir kontrol yapılmaz. Eğer Bronz veya hafif metalden yapılmış parça kuvvet etkisinde ise vede muylu boyu çapa göre çok kısa ise, kontrol yapmakta fayda vardır.

1.2 Miller

Miller çevirme hareketini, kuvvetleri ve burulma momentlerini taşıdıkları ve kendilerine sıkı sıkı bağlanmış konstruksiyon elemanlarıyla iletirler. Genelde burulma ve eğilmeye zorlanırlar. Aynı zamanda bası veya çekiye zorlanmaları özel hal olarak kabul edilir, bak Şekil 12.

Özel mil şekillerine, kaval miller, kardan miller, çok esnek miller ve benzerlerini sayabiliriz.



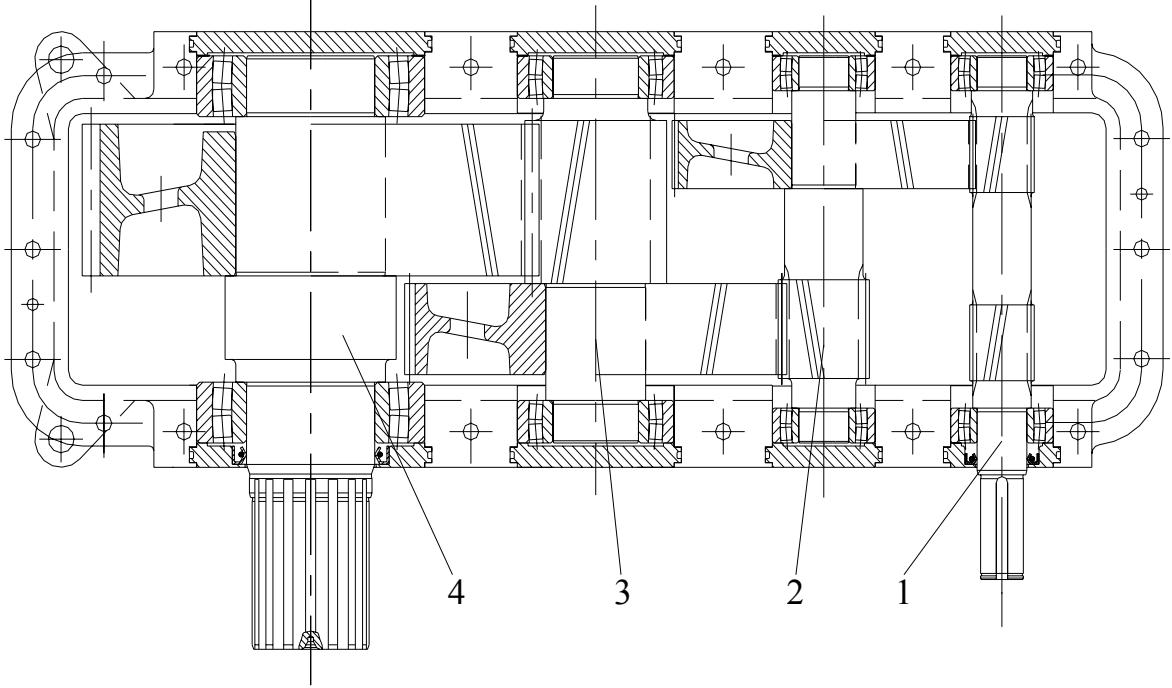
Şekil 12, Kavramalı milde kuvvet ve moment dağılımı

Kuvvetler şu şekilde belirlenir:

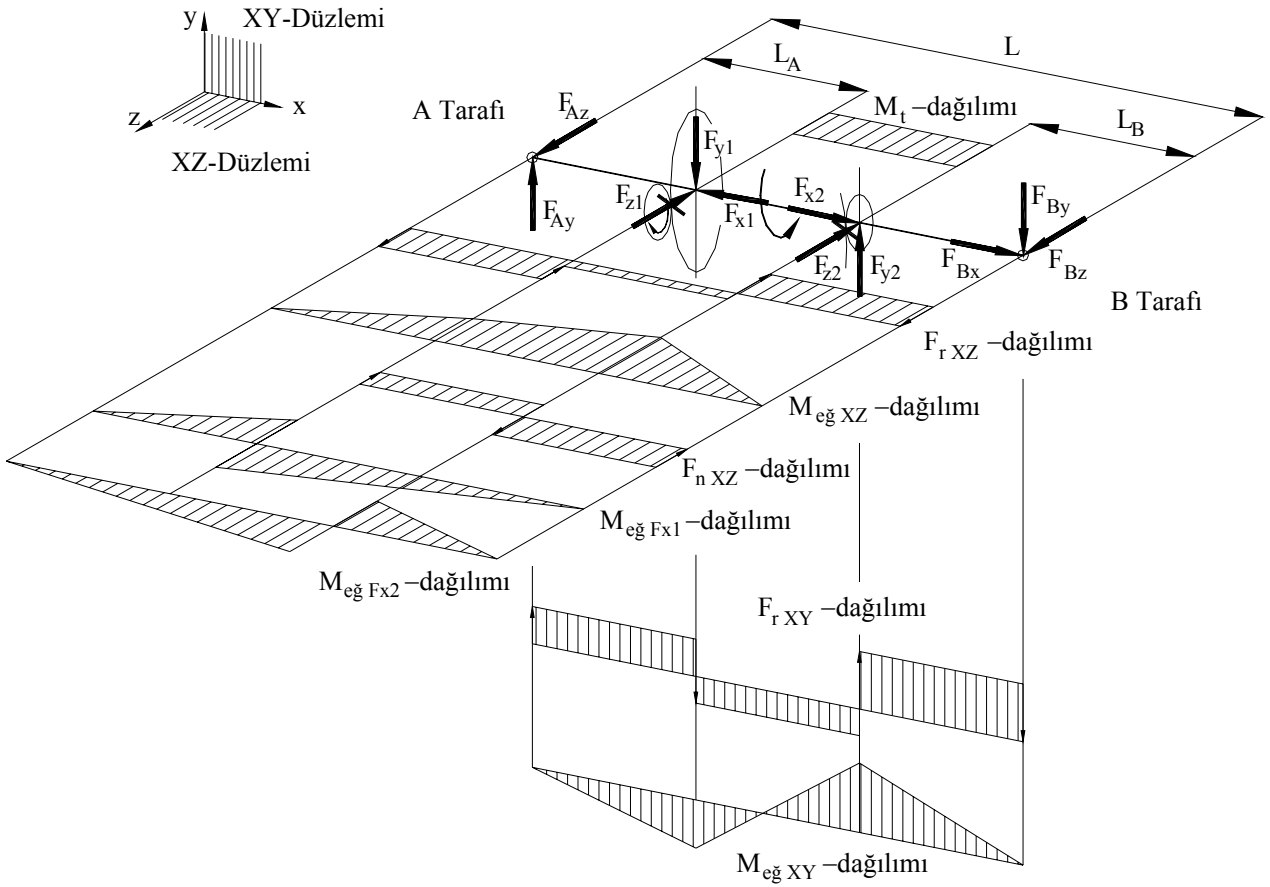
$$\begin{aligned}\Sigma M_b &= 0 \\ F \cdot L_b &= F_A \cdot L = 0\end{aligned}$$

$$F_A = \frac{F \cdot L_b}{L}$$

$$\begin{aligned}\Sigma F_Y &= 0 \\ F - F_A - F_B &= 0 \\ F_B &= F - F_A\end{aligned}$$



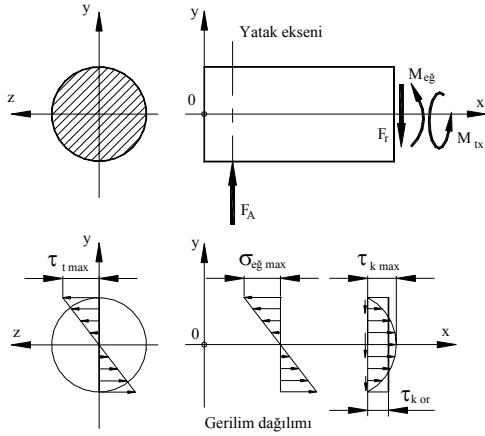
Şekil 13, 3 Kademeli redüktör



Şekil 14, Redüktörde 2. veya 3. milin statik sistemi (Şekil 13)

1.2.1 Millerde mukavemet hesabı

Millerde mukavemet hesapları (devamlı mukavemet) seçilen hesaplama kesitindeki toplam max gerilme



Şekil 15, Milde gerilimler

ile o kesitin devamlı mukavemet değerinin kıyaslanması ile yapılır. Millerde devamlı mukavemet değeri akslarda olduğu gibi " Biçim değiştirme Enerjisi Hipotezi" ile belirlenir.

$$S_{he} = \frac{\sigma_{\text{ŞK}}}{\sigma_{\text{Top}}} \geq S_{ger} \quad F(14)$$

S_{he}	1	Hesaplanan emniyet katsayısı
$\sigma_{\text{ŞK}}$	N/mm ²	Malzemenin şekline göre mukavemet değeri
σ_{Top}	N/mm ²	Toplam gerilmeler
S_{ger}	1	Gerekli emniyet katsayısı

1.2.1.1 Toplam gerilmeler " σ_{Top} "

Pratikte en çok rastlanan millerin zorlanması Şekil 15 de görülmektedir. Burada toplam hesaplanan gerilme, eğilme gerilmesi ile kayma gerilmelerinin toplamıdır. Elastik eğilme teorisine göre max eğilme gerilmesi (eğilen kesitte lineer eğilme gerilmesinin dağılımı) kesit kenarındadır. Diğer taraftan aynı yerde, kesit kenarında, kesme gerilmesi sıfır ($\tau_k = 0$, Şekil 15 de 90° çevrik olarak gösterilmiştir), fakat burulma gerilmeside maksimumdur.

Hesabın yapıldığı kesitteki (burada "X" kesiti) BEH' ye (Biçim değiştirme enerjisi hipotezi) göre, toplam gerilme teorik olarak şu formülle hesaplanır:

$$\sigma_{\text{Top}} = \sqrt{\sigma_x^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau_x)^2} \quad F(15)$$

σ_{Top}	N/mm ²	Toplam gerilmeler
σ_x	N/mm ²	Toplam normal gerilmeler
α_0	1	Zorlanma katsayısı
τ_x	N/mm ²	Toplam kayma gerilmeleri

1.2.1.2 Zorlanma katsayısı " α_0 "

Normal (σ) ve kayma (τ) gerilmeleri çok kere değişik zorlanmalardan oluşurlar ve değişik yönlerde etki gösterirler. Bu iki ayrı çeşit gerilimi aynı çatı altında toplamak için bazı düzeltmelere gerek vardır. Bu düzeltmelerin başında " Prof. Bach " a göre kabul edilen zorlanma faktörü kullanılır. Çünkü eğilme ve kesme aynı kuvvet ve zorlanma şeklinden oluşur.

Genelde, biçim değiştirme enerjisi hipotezine göre zorlanma katsayısı şudur:

$$\alpha_0 = \sigma_{EG DG} / (1,73 \cdot \tau_{tDA}) \quad F(16)$$

α_0	1	Zorlanma katsayısı, pratikte alınan değerler:
		$\alpha_0 = 0,7$ Eğilme değişken, burulma durgun,
		$\alpha_0 = 1,0$ Eğilme ve burulma aynı,
		$\alpha_0 = 1,5$ Eğilme durgun, burulma değişken,
$\sigma_{EG DG}$	N/mm ²	Değişken eğilme gerilmesi
τ_{tDA}	N/mm ²	Dalgalı burulma gerilmesi

Burada tekrar hatırlatalım; "Biçim değiştirme Enerjisi Hipotezi" ile yapılan hesaplarda bulunan toplam gerilmenin yönü belli değildir. Eğer belirli yönde gerilmelere gerek varsa, ana gerilmelerin hesaplanması önerilir; σ_1 , σ_2 , gibi.

1.2.1.2.1 Toplam normal gerilmeler " σ "

Hesaplanan X-X kesitindeki toplam normal gerilmeler " σ " şu şekilde hesaplanır:

Normal gerilmeler:

$$\sigma = \sigma_{e\check{g}} + \sigma_{\check{c},b} \quad F(17)$$

σ	N/mm ²	Toplam normal gerilme
$\sigma_{e\check{g}}$	N/mm ²	Eğilme gerilmesi
$\sigma_{\check{c},b}$	N/mm ²	Çeki veya bası gerilmesi

Eğilme gerilmesi " $\sigma_{e\check{g}}$ "

Elastik eğilme teorisine göre bir kesitte max eğilme momenti, lineer gerilme dağılımı ile, o kesitin kenarında etkili olur ve şu şekilde hesaplanır:

$$\sigma_{e\check{g}} = \frac{M_{e\check{g}}}{W_{e\check{g}}} \quad F(18)$$

$\sigma_{e\check{g}}$	N/mm ²	Eğilme gerilmesi
$M_{e\check{g}}$	Nmm	Eğilme momenti
$W_{e\check{g}}$	mm ³	Eğilme karşı koyma momenti

Eğilme momenti (örnek A tarafı):

$$M_{e\check{g}} = F_A \cdot L_A \quad F(19)$$

Hesaplanan kesitteki eğilme karşı koyma momenti "Steiner teoremi" ile hesaplanır veya hesaplanmış değer literatürdeki tablolardan alınır.

Örneğin dolu yuvarlak kesit:

$$W_{e\check{g}} = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \quad F(20)$$

Çeki veya bası gerilmesi " $\sigma_{\check{c},b}$ "

Çeki veya bası gerilmesi şu şekilde hesaplanır:

$$\sigma_{\check{c},b} = \frac{F_n}{A} \quad F(21)$$

F_n	N	Hesaplanan kesitteki normal kuvvet
A	mm ²	Hesaplanan kesitin alanı

Kesit alanı, örneğin dolu yuvarlak kesit:

$$A = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \quad F(22)$$

" τ "

1.2.1.2.2 Toplam kayma gerilmeleri

Hesaplanan X-X kesitindeki toplam kayma gerilmeleri " τ " şu şekilde hesaplanır:

$$\tau = \tau_t + \tau_k \quad F(23)$$

τ	N/mm ²	Toplam kayma gerilmesi
τ_t	N/mm ²	Burulma gerilmesi
τ_k	N/mm ²	Kesme gerilmesi

Burulma gerilmesi " τ_t "

Pratikte kullanılan mil kesitleri ya dolu yuvarlak veya boru kesiti olarak görülür. Burulma gerilmeside eğilme gerilmesi gibi lineer gerilme dağılımı ile, o kesitin kenarında maksimum etkili olur. Maksimum burulma gerilmesi şu şekilde hesaplanır:

$$\tau_{t \max} = \frac{M_t}{W_t} \quad F(24)$$

$\tau_{t \max}$	N/mm ²	Burulma gerilmesi
M_t	Nmm	Burulma momenti
W_t	mm ³	Eğilme karşı koyma momenti

Aynı kesit alanına sahip kesiti yuvarlak olmayan millerde gerilmeler yuvarlak kesitli millerden daha büyüktür.

Burulma momenti " M_t "

Hesaplanan kesitteki burulma momenti ya $M_t = \text{Kuvvet} \times \text{Kuvvet kolu(mesafe)}$ olarak, veya mildeki güç ve devir sayısına göre hesaplanır. Burulma momenti güç ve devir sayısına göre şu şekilde hesaplanır:

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{P}{2 \cdot \pi \cdot n} \quad F(25)$$

M_t	Nmm	Burulma (torsiyon) momenti
P	W	Güç
ω	s ⁻¹	Açısal hız

Pratikte, bilhassa makina branşında devir sayısı "d/dak", motor güçleri "kW" olarak kullanılır. Buna göre açısal hız " ω " şu şekilde formüle edilir:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n / 60 = \pi \cdot n / 30$$

Bu değeri ve 1kW = 1000 W ifadesini F(25) formülüne yerleştirirsek:

$$M_t = \frac{30 \cdot 1000 \cdot P}{\pi \cdot n}$$

Bulunur ve genel olarak bu formül şu şekliyle kullanılır.

$$M_t = 9,55 \cdot 10^6 \cdot \frac{P}{n} \quad F(26)$$

M_t	Nmm	Burulma momenti
P	kW	Hesaplanan mildeki güç
n	d/dak	Hesaplanan milin devir sayısı

Hesaplanan kesitteki burulma karşıkoyma momenti " W_t " ya hesaplanır veya hesaplanmış değer literatürdeki tablolardan alınır.

Örneğin dolu yuvarlak kesit:

$$W_t = \frac{\pi \cdot d^3}{16} \quad F(27)$$

Kesme gerilmesi " τ_k "

Millerde kesme gerilmesi akslarda olduğu gibi hesaplanır, bak 1.1.1.2.2. Kesme gerilmesi " τ_k "

1.2.1.3 Malzemenin şekline göre mukavemeti " $\sigma_{\text{şk}}$ "

Malzemenin şekline göre mukavemeti " $\sigma_{\text{şk}}$ " hesaplanan kesitteki duruma göre hesaplanır. Değerler ya "*Mukavemet ve Malzeme değerleri*" kitapçığında veya "*Mukavemet değerleri, MMO/2004/353*" den alınır.

1.2.1.4 Emniyet faktörü "S"

Emniyet faktörünün hesaplanması aynen akslarda olduğu gibi yapılır. Bak 0 Emniyet faktörü "S"

1.2.2 Millerin boyutlanması

Millerin boyutlandırılmasında aksları boyutlandırılmasında olduğu gibi mukavemet hesabı temel formülüyle yapılır. Formülün sağ tarafı eşitlik olarak ele alınır ve hesaplanan toplam gerilmeler yerine emniyetli gerilim yerleştirilir, v.s. ... Unutulmaması gereken bir hususta kaba olarak yapılan bu boyutlama hesabı kritik yerlerde, kontrolü yapılmadan kullanılmamasıdır. Bak 1.1.2 Aksların boyutlanması.

1.2.2.1 Bileşik moment " M_{Bi} " in bulunması

Bileşik moment " M_{Bi} " yi bulmak için "**B**içim değiştirme Enerjisi **H**ipotezi" ne göre bileşik, toplam gerilme formülünü ele alalım:

$$\sigma_{\text{Bi}} = \sqrt{\sigma^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau)^2} \quad \text{F(28)}$$

Burada toplam normal ve kayma gerilmelerini moment hesabıyla gösterirsek:

Normal (eğilme) gerilmesi: $\sigma_{\text{eğ}} = M_{\text{eğ}} / W_{\text{eğ}}$

Kayma (burulma) gerilmesi: $\tau_t = M_t / W_t$

Diğer taraftan:

Eğilme karşı koyma momenti: $W_{\text{eğ}} = \pi \cdot d^3 / 32$

Burulma karşı koyma momenti: $W_t = \pi \cdot d^3 / 16$ burada da $W_t = 2 \cdot W_{\text{eğ}}$ olduğu görülür.

Bütün bu bilinenleri F(28) de yerleştirirsek:

$$\sigma_{\text{Bi}} = \sqrt{(M_{\text{eğ}} / W_{\text{eğ}})^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot M_t / (2 \cdot W_{\text{eğ}}))^2}$$

Burada her iki tarafı $W_{\text{eğ}}$ çarpalım: $\sigma_{\text{Bi}} \cdot W_{\text{eğ}} = \sqrt{M_{\text{eğ}}^2 + (3/4) \cdot (\alpha_0 \cdot M_t)^2}$

Diğer taraftan: $M_{\text{Bi}} = \sigma_{\text{Bi}} \cdot W_{\text{eğ}}$

Bu bilgiyi de yerleştirirsek, bileşik moment formülünü buluruz.

$$M_{\text{Bi}} = \sqrt{M_{\text{eğ}}^2 + 0,75 \cdot (\alpha_0 \cdot M_t)^2} \quad \text{F(29)}$$

M_{Bi}	Nmm	Bileşik moment
$M_{\text{eğ}}$	Nmm	Eğilme momenti
M_t	Nmm	Burulma momenti
α_0	1	Zorlanma katsayısı

1.2.3 Millerin kabaca boyutlandırılması

Genelde bir milin konstruksiyonunda, ya burulma momenti veya milin taşıyacağı güç ve devir sayısı bilinir. Yani kısacası burulma zorlaması çoğu zaman bilinir. Fakat daha konstruksiyon eskizi elde olmadığından, yatak araları ve diğer bilgiler bulunmadığından, eğilme zorlaması ile bir ön hesap yapılamaz. Konstrüktör eskizi çizebilmek için burulma momentinden yola çıkarak ilk kaba boyutlamayı yapmak zorundadır. Fakat etki edecek eğilme zorlamasında alınacak emniyetli mukavemet değerinde dikkate alınması gerekir. Pratikteki tecrübelerle dayanılarak ön hesaplamalar için emniyetli burulma gerilmesi malzemenin kopma mukavemetinin 10 ila 15 te biri kabul edilir ve ön hesaplar yapılır. Şöyle ki;

$$\tau_{tEM} = R_m / (10...15)$$

$$d \geq 3 \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_t}{\pi \cdot \tau_{tEM}}}$$

Burada yuvarlak hesap $16 / \pi = 5$ ve $\tau_{tEM} = R_m / 12$ kabul edilirse, çap formülü:

$$d \geq 3 \sqrt[3]{\frac{60 \cdot M_t}{R_m}} \quad F(30)$$

τ_{tEM}	N/mm ²	Emniyetli burulma mukavemet değeri
R_m	Nmm ²	Malzemenin kopma mukavemet değeri
d	mm	Aranılan mil çapı
M_t	Nmm	Burulma momenti

Millerde çok kere burulma momenti değilde güç ve devir sayısı bellidir. Burulma momentini formülde yerleştirirsek:

$$d \geq 3 \sqrt[3]{\frac{60 \cdot 9,55 \cdot 10^6 \cdot P}{n \cdot R_m}}$$

$$d \geq 850 \cdot 3 \sqrt[3]{\frac{P}{n \cdot R_m}} \quad F(31)$$

P	kW	Hesaplanan mildeki güç
n	d/dak	Hesaplanan milin devir sayısı
R_m	Nmm ²	Malzemenin kopma mukavemet değeri

Belli bir malzemede (kopma mukavemet değeri sabit kalacağından) mil çapı P/n oranına bağlıdır. Buda bilinen bir milde taşınabilecek gücü yükseltmek için devir sayısını gücün yükselme oranında yükseltmek gerektiği ortaya çıkarır.

Bir milde taşınabilecek maksimum burulma momentide şu şekilde hesaplanabilir. Formül F(30) dan;

$$d^3 \geq \frac{60 \cdot M_t}{R_m}$$

Böylece emniyetli maksimum burulma momenti bulunur:

$$M_{tEM} \leq \frac{d^3 \cdot R_m}{60} \quad F(32)$$

M_{tEM}	Nmm	Emniyetli maksimum burulma momenti
R_m	Nmm ²	Malzemenin kopma mukavemet değeri
d	mm	Mil çapı

1.2.4 Miller için mukavemet hesabı örneği

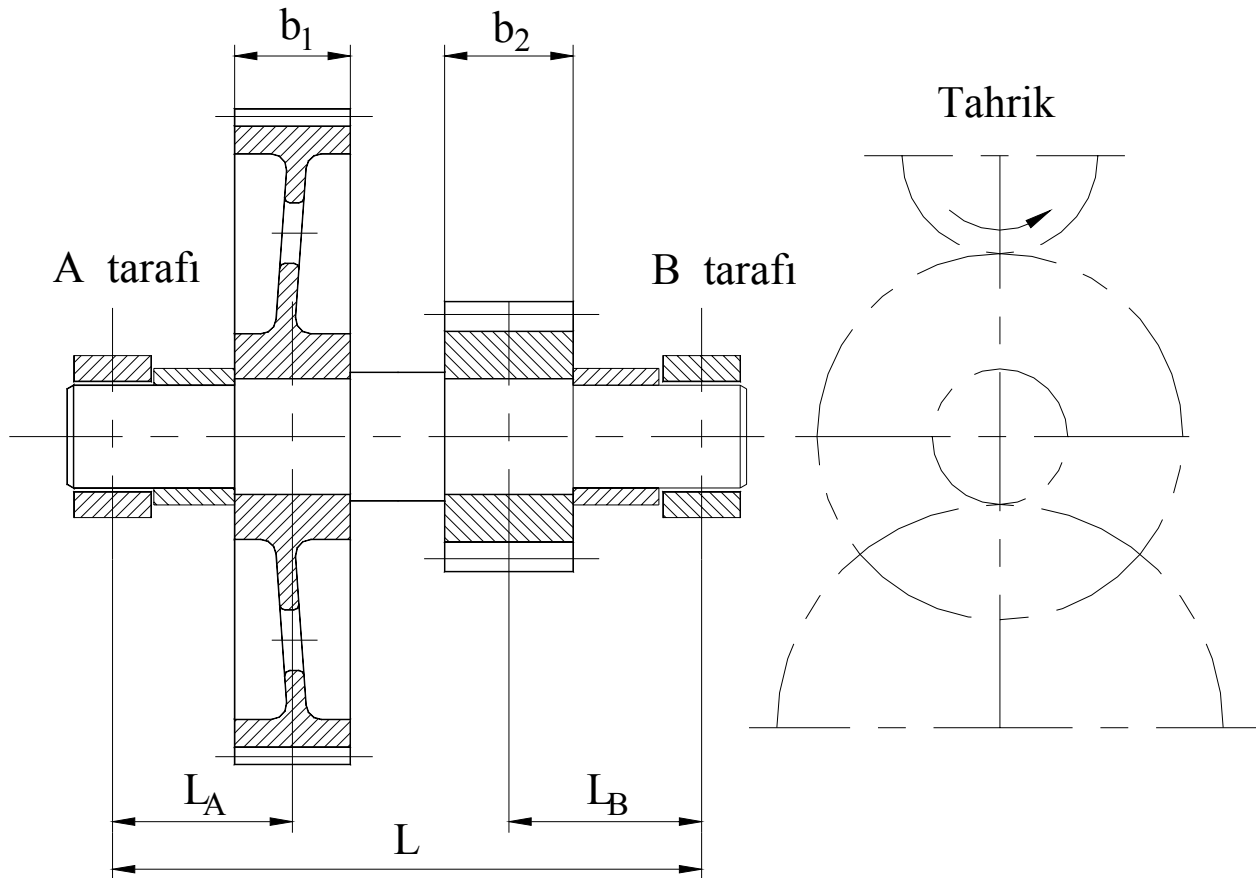
1.2.4.1 Örnek 1, Redüktör ara mili

Sıkı geçme ile dişli çarklara bağlanmış bir redüktör ara mili $M_{\text{tmax}} = 3'000 \text{ Nm}$ burulma momenti taşıyacaktır, Şekil 16.

Bilinenler:

- Malzeme: 41Cr4 W.Nr.: 1.7035 DIN 17 200 e göre,
- Boyutlar: $L = 480 \text{ mm}$; $L_A = 140 \text{ mm}$; $L_B = 150 \text{ mm}$
 $b_1 = 90 \text{ mm}$; $b_2 = 100 \text{ mm}$
- Dişliler: Düz silindirik alın dişlisi,
Kavrama açısı: $\alpha_0 = 20^\circ$
Pinyon, modül: $m_1 = 6 \text{ mm}$
diş sayısı: $z_1 = 83$
Çark, modül: $m_2 = 10 \text{ mm}$
diş sayısı: $z_2 = 19$
- En yüksek yükleme yüzdesi: $EYY = \%100$
- Hesaplanan kesitin yüzey hassaslığı $N5 = R_z = 4 \mu\text{m}$

Yatak kuvvetlerini ve milin çaplarının boyutlarını belirleyiniz.



Şekil 16, Redüktör ara mili

Çözüm:

İstenen iş veya ana cevap; milin boyutlandırılması.

Burada kullanılan formül ve değerler ya "**Mukavemet ve Malzeme değerleri**" kitapçığında veya "**Mukavemet değerleri, MMO/2004/353**" den alınmıştır.

Gerekli emniyet katsayısı, kesitin şekline göre mukavemet değerinin kesitteki toplam gerilmeye oranıdır.

Diğer taraftan

Böylece kesitin şekline göre mukavemet değeri:

Kesitteki hesaplanan toplam gerilme toplam momentin eğilme karşı koyma momentine oranıdır.

Kesitteki eğilme karşı koyma momenti

Hesaplanan kesitteki toplam gerilim:

Buradanda milin taşıyıcı çapı:

Toplam moment:

Eğilme momenti:

Bilinen ve kabul edilen değerler:

41Cr4 W.Nr.: 1.7035 in kopma mukavemeti:
akma mukavemeti:

İşletme faktörü: Presler

Hesaplar için sınır değerler oranı, dönen mil;

Ön hesaplar:

Çarkın taksimat dairesi: $d_1 = m_1 \cdot z_1$

Pinyonun taksimat dairesi: $d_2 = m_2 \cdot z_2$

Çarkta çevre kuvveti: $F_{t1} = 2 \cdot M_t / d_1$

Çarkta radyal kuvvet: $F_{r1} = F_{t1} \cdot \tan \alpha$

Pinyonda çevre kuvveti: $F_{t2} = 2 \cdot M_t / d_2$

Pinyonda radyal kuvvet: $F_{r2} = F_{t2} \cdot \tan \alpha$

$$S_{GER} = \frac{\sigma_{\text{ŞK}}}{\sigma_{\text{Top}}} \text{ buradan } \sigma_{\text{Top}} = \frac{\sigma_{\text{ŞK}}}{S_{GER}}$$

$$\sigma_{\text{Top}} = \sigma_{\text{he}}$$

$$\sigma_{\text{ŞK}} = \frac{\sigma_D \cdot b_1 \cdot b_2}{\beta_{\text{Çt}} \cdot S_{EM}}$$

$$\sigma_{\text{Top}} = \frac{M_{\text{Top}}}{W_{eğ}}$$

$$W_{eğ} = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

$$\sigma_{\text{Top}} = \frac{32 \cdot M_{\text{Top}}}{\pi \cdot d^3}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{\text{Top}}}{\pi \cdot \sigma_{EM}}}$$

$$M_{\text{Top}} = \sqrt{M_{eğ}^2 + 0,75 \cdot (\alpha_0 \cdot M_t)^2}$$

$$M_{eğ} = F_{\text{max}} \cdot L_F$$

$$R_m = 1'000 \text{ N/mm}^2 \quad K_1 = 0,48$$

$$R_e = 800 \text{ N/mm}^2 \quad K_2 = 1,25$$

$$c_{i\text{Ş}} = 2,0$$

$$\kappa_{eğ} = -1$$

$$\kappa_t = +1$$

$$\alpha_0 = 0,7$$

$$= 6 \cdot 83 = 498 \text{ mm}$$

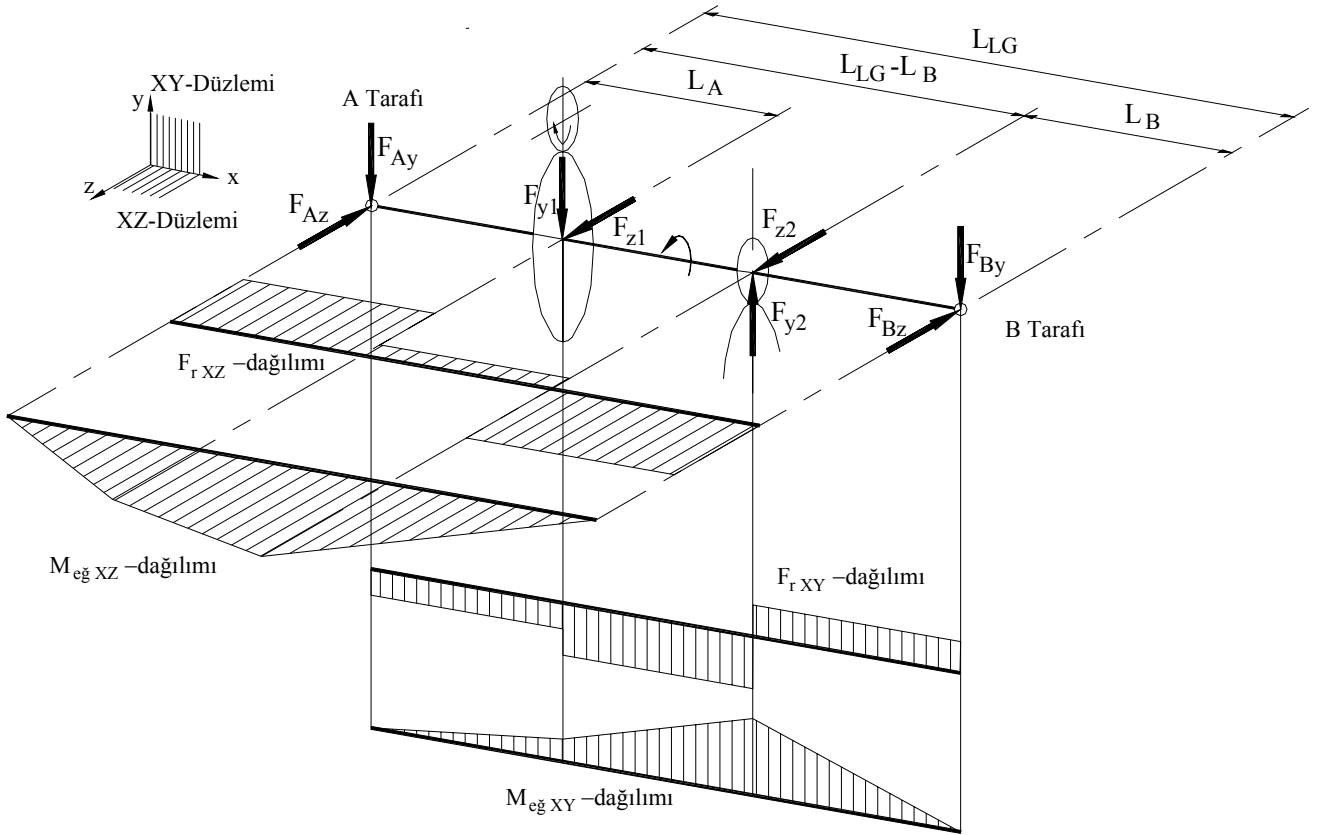
$$= 10 \cdot 19 = 190 \text{ mm}$$

$$= 2 \cdot 3000 / 498 = 12'048 \text{ N}$$

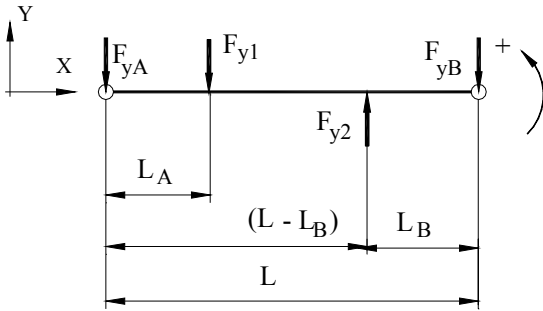
$$= 12'048 \cdot \tan 20^\circ = 4'385 \text{ N}$$

$$= 2 \cdot 3000 / 190 = 31'579 \text{ N}$$

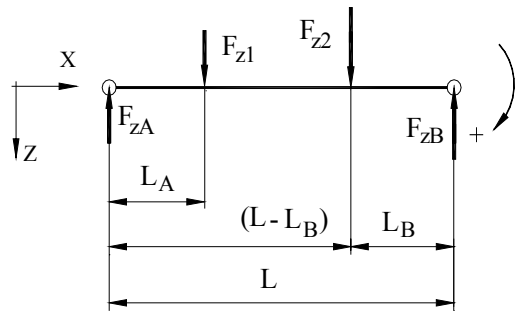
$$= 31'579 \cdot \tan 20^\circ = 11'494 \text{ N}$$

Kuvvet ve momentlerin dağılımı:

Şekil 17, Kuvvet ve momentlerin dağılımı

Yatak kuvvetleri:

Şekil 18, XY-Düzleminde yatak kuvvetleri



Şekil 19, XZ-Düzleminde yatak kuvvetleri

XY-Düzleminde yatak kuvvetleri, Şekil 18:

$$\sum M = 0 \quad -F_{y1} \cdot L_A + F_{y2} \cdot (L - L_B) - F_{yB} \cdot L = 0$$

$$\sum F_y = 0 \quad -F_{yA} - F_{y1} + F_{y2} - F_{yB} = 0$$

$$F_{yB} = \frac{F_{y1} \cdot L_A - F_{y2} \cdot (L - L_B)}{L}$$

$$F_{yB} = 6623 \text{ N}$$

$$F_{yA} = -F_{y1} + F_{y2} - F_{yB}$$

$$F_{yA} = 486 \text{ N}$$

XZ-Düzleminde yatak kuvvetleri, Şekil 19:

$$\sum M = 0 \quad -F_{z1} \cdot L_A + F_{z2} \cdot (L - L_B) - F_{zB} \cdot L = 0$$

$$\sum F_z = 0 \quad -F_{zA} - F_{z1} + F_{z2} - F_{zB} = 0$$

$$F_{zB} = \frac{F_{z1} \cdot L_A - F_{z2} \cdot (L - L_B)}{L}$$

$$F_{zB} = 25'225 \text{ N}$$

$$F_{zA} = -F_{z1} + F_{z2} - F_{zB}$$

$$F_{zA} = 18'403 \text{ N}$$

Yatak kuvvetleri:

$$F_A = \sqrt{F_{yA}^2 + F_{zA}^2}$$

$$F_A = 18'409 \text{ N}$$

$$F_B = \sqrt{F_{yB}^2 + F_{zB}^2}$$

$$F_B = 26'080 \text{ N}$$

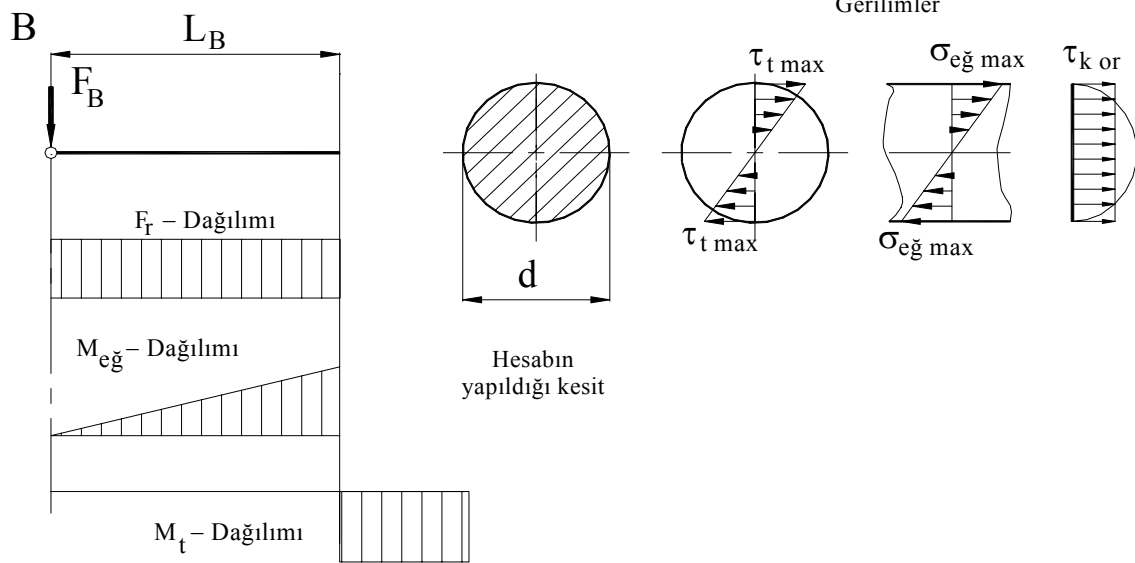
Hesaplanacak kesit, pinyon ortası, Momentler:

$$M_B = F_B \cdot L_B$$

$$M_B = 3'912 \text{ Nm}$$

$$M_{Top} = \sqrt{M_B^2 + 0,75 \cdot (\alpha_0 \cdot M_t)^2} \quad \alpha_0 = 0,7$$

$$M_{Top} = 4'314 \text{ Nm}$$

Boyutlandırma:

Şekil 20, Hesaplanan kesitte moment ve gerilmelerin dağılımı

Gereken emniyet katsayısı:

Pres makinası EYY = %100 ve $\kappa_{eğ} = -1$

Kesitin şekline göre emniyetli mukavemet değeri:

Devamlı eğilme mukavemeti, akma mukavemetinden büyük olamaz:

$$S_{GER} = 2,0$$

$$\sigma_{EM\text{ŞK}} = \frac{\sigma_D \cdot b_1 \cdot b_2}{\beta_{Çt} \cdot S_{GER}} = 53 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{DEG} = \frac{\sigma_{EG DG}}{1 - \frac{(1 + \kappa_{eğ}) \cdot (1 - K_1)}{2 - K_1}} = 480 \text{ N/mm}^2$$

Değişken eğilme mukavemeti:

Eğilmede akma mukavemeti:

Yüzey püzlüğü katsayısı "b₁":

büyüklik katsayısı b₂ :

Tahmini çapın

bulunması: $d_{\text{tah}} = 3,4 \cdot \sqrt[3]{M_{\text{Top}} / \sigma_{\text{EG DG}}}$

Hesaplamadan sonra düzeltilen değer

Geometri katsayısı:

Teknoloji katsayısı:

Form katsayısı, çentik faktörü $\beta_{\text{Çt}} = 1,8$ için:

Çentik faktörü $\beta_{\text{Çt}}$, $R_m = 1000 \text{ N/mm}^2$
MMO/2004/353-Sayfa 278, Tablo 8.72 den

Kesitin hesapsal çapı

$$\sigma_{\text{EG DG}} = R_m \cdot K_1 = 1000 \cdot 0,48 = 480 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{\text{AK}} = R_e \cdot K_2 = 800 \cdot 1,25 = 1000 \text{ N/mm}^2$$

$$b_{1\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \lg R_z \cdot \left(\lg \frac{R_m}{20} - 1 \right) = 0,91$$

$$b_2 = k_g \cdot k_t \cdot k_\alpha = 0,86 \cdot 1,0 \cdot 0,96 = 0,61$$

$$d_{\text{tah}} = 71 \text{ mm}$$

$$d = 95 \text{ mm}$$

$$k_g \approx 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 0,83$$

$$k_t \approx 1 - 0,25 \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 0,79$$

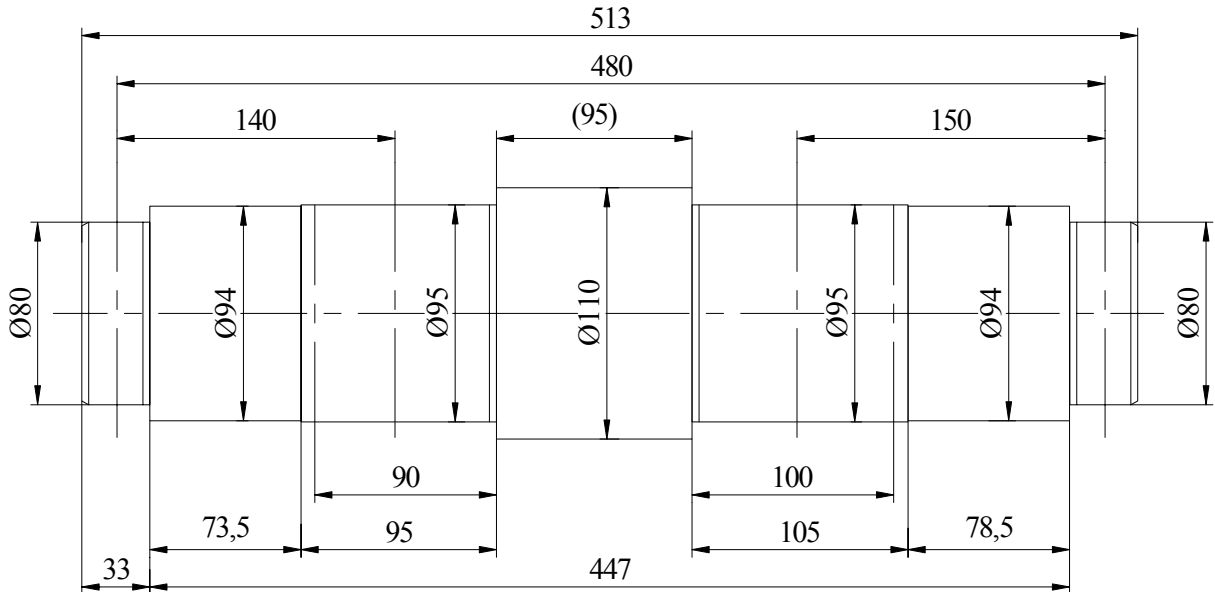
$$k_\alpha \approx 1 - 0,2 \cdot \lg \alpha_k \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 0,93$$

$$\beta_{\text{Çt}} = 2,5$$

$$d_{\text{he}} = 2,17 \cdot \sqrt[3]{\frac{M_{\text{Top}}}{\sigma_{\text{EM ŞK}}}} = 93,9 \text{ mm}$$

Pinyonun geçme çapı

d_{pi} = 95 mm seçilir.



Şekil 21, Hesaplanan milin kaba ölçülendirilmesi

2 Deformasyon hesapları

Burada yalnız elastik deformasyonları ele alacağız. Plastik deformasyonları literatürde "Mekanik" biliminde bulabilirsiniz.

İnce bir mil veya aks mukavemet yönünden kopmaya karşı dayanıklı olabilir, fakat fonksiyonunu yapamayacak şekilde deforme olabilir. Bu deformasyon bazan elastik deformasyon sınırını aşip plastik deformasyon olabilir. Buda hiç istenmeyen durumdur.

Elastik deformasyonları kısaca iki grupta inceleyebiliriz.

1. Burulma deformasyonu, burulma, yalnız millerde görülür.
2. Eğilme deformasyonu, sehim, mil ve akslarda görülür.

2.1 Millerde burulma deformasyonu

2.1.1 Sabit çaplı milde burulma deformasyonu

Burulma açısı " φ° " dairede benzerlik teorisine göre yarı çap " r " ile ifade edilir, bak Şekil 22:

$$\frac{b}{2 \cdot \pi \cdot r} = \frac{\varphi^\circ}{360^\circ}$$

Bu formülü işlersek:

$$\varphi^\circ = \frac{b \cdot 180^\circ}{\pi \cdot r}$$

φ	$^\circ$	Burulma açısı
b	mm	Burulan yay boyu
r	mm	Yarı çap

Buradaki boyutları hesaplırsak:

Burulan yay boyu " b ", şu şekilde hesaplanır:

Elastik burulmada "Hooke" kanununa göre:

Burulma gerilmesi:

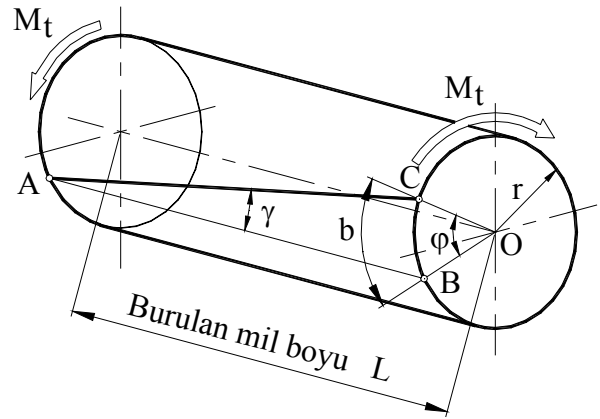
Burulma karşı koyma momentinden:

Böylece burulan yay boyu " b " :

Burulan yay boyu " b " yi burulma açısı " φ° " formülünde yerleştirirsek:

$$\varphi^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{M_t \cdot L}{G \cdot I_t}$$

φ	$^\circ$	Burulma açısı
M_t	Nmm	Burulma momenti
L	mm	Milin burulan boyu
G	N/mm ²	Kayma modülü
I_t	mm ⁴	Burulma atalet momenti



Şekil 22, Milde burulma deformasyonu

$$b = \gamma \cdot L$$

$$\gamma = \frac{\tau_t}{G}$$

$$b = \frac{\tau_t \cdot L}{G}$$

$$\tau_t = \frac{M_t}{W_t}$$

$$W_t \cdot r = I_t$$

$$b = \frac{M_t \cdot L \cdot r}{G \cdot I_t}$$

F(33)

Hesaplanan burulma açısı " φ° " emniyetli burulma açısından " φ_{EM} " küçük olmalıdır. Emniyetli burulma açısı bir metrede burulma açısı olarak tanımlanır ve genel makina konstruksiyonunda eğer verilmiş başka şart yoksa şu büyüklükte alınır:

$$\varphi_{EM} = 0,25 \dots 0,5 \text{ } ^\circ / \text{m} \quad \text{F(34)}$$

Hesaplar yapılırken, karşılaştırma değerini " $^\circ/\text{m}$ " olarak hesaplamak istersek;

$$\text{Mil boyu:} \quad L = 1 \text{ m} = 1'000 \text{ mm}$$

$$\text{Burulma atalet momentini:} \quad I_t = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \quad \text{olarak alınmalıdır.}$$

Bu değerleri F(34) formülünde yerleştirir ve kısa yoldan burulma açısını " $^\circ/\text{m}$ " olarak hesaplamak istersek, şu formülü buluruz:

$$\varphi_{\circ/\text{m}} = 583,6 \cdot 10^3 \cdot \frac{M_t}{G \cdot d^4} \leq \varphi_{EM} \quad \text{F(35)}$$

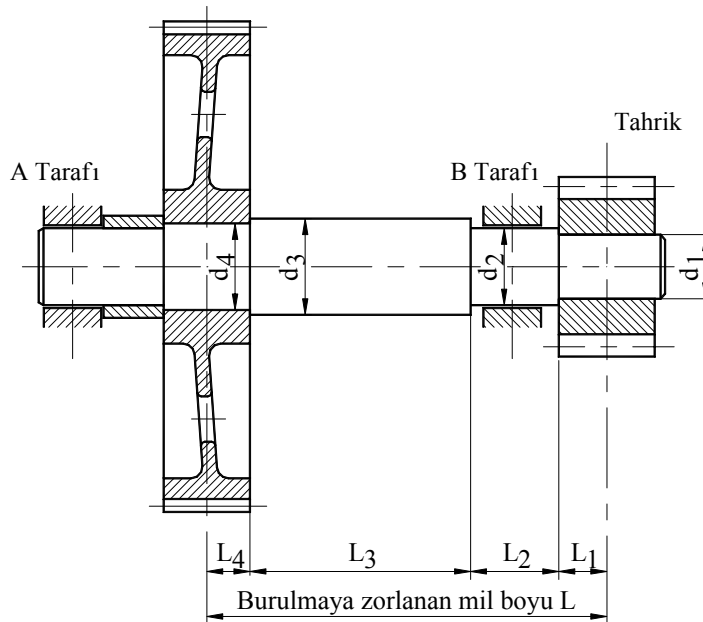
Milin tam uzunluğundaki burulma açısını " $^\circ$ " olarak hesaplamak istersek, şu formülü buluruz:

$$\varphi^\circ = 583,6 \cdot \frac{M_t \cdot L}{G \cdot d^4} \quad \text{F(36)}$$

$\varphi_{\circ/\text{m}}$	$^\circ/\text{m}$	Bir metredeki burulma açısı
φ_{EM}	$^\circ/\text{m}$	Emniyetli burulma açısı (bir metre için)
φ	$^\circ$	Burulma açısı, herhangi bir uzunlukta
M_t	Nmm	Burulma etkisindeki burulma momentini
L	mm	Milin burulan boyu
G	N/mm ²	Mil malzemesinin kayma modülü
d	mm	Burulma etkisindeki sabit mil çapı

2.1.2 Ökçeli milde burulma deformasyonu

Ökçeli milde burulma deformasyonu her basamaktaki burulma açısı hesaplanıp bunların toplanmasıyla yaklaşık olarak kabaca hesaplanır.



Şekil 23, Ökçeli mil

Formül F(36) yı ele alalım:

$$\varphi^{\circ} = \frac{583,6 \cdot M_t \cdot L}{G \cdot d^4}$$

Burada $\frac{L}{d^4}$ ü şu şekilde yazabiliriz:

$$\sum \frac{L_i}{d_i^4} = \frac{L_1}{d_1^4} + \frac{L_2}{d_2^4} + \dots + \frac{L_n}{d_n^4}$$

Böylece ökçeli milde burulma deformasyonunu yaklaşık olarak kabaca hesaplarız.

$$\varphi = 583,6 \cdot \frac{M_t}{G} \cdot \sum \frac{L_i}{d_i^4} \quad F(37)$$

φ	$^{\circ}$	Burulma açısı, herhangi bir uzunlukta
M_t	Nmm	Burulma etkisindeki burulma momenti
G	N/mm ²	Mil malzemesinin kayma modülü
L_i	mm	Milin her ökçesinin boyu
d_i	mm	Milin her ökçesinin çapı

Bu hesaplamadan sonra ya hesaplanan bu açı "°/m " ye, veya emniyetli burulma açısı bu boya çevrilerek karşılaştırma yapılır.

$$\varphi_{he \circ/m} = \varphi_{he} / L$$

$$\varphi_{EM}^{\circ} = \varphi_{EM} \cdot L$$

2.1.3 Çapın burulma açısına göre bulunması

Oldukça uzun milleri gerektiğinde burulma açısına göre boyutlamakta, yani çaplarını seçmekte fayda vardır. Bu işlem şu şekilde yapılır.

Formül F(36) ele alınır ve buradan çap d hesaplanır:

$$\varphi^{\circ} = 583,6 \cdot \frac{M_t \cdot L}{G \cdot d^4}$$

$$d = 27,64 \cdot \sqrt[4]{\frac{M_t}{G \cdot \varphi_{\circ/m EM}}} \quad F(38)$$

d	mm	Milin aranan çapı
M_t	Nmm	Burulma etkisindeki burulma momenti
G	N/mm ²	Mil malzemesinin kayma modülü
φ	°/m	Emniyetli burulma açısı, bir metrede

Kayma modülünü $G = 81\,000$ N/mm² kabul edersek burulma momentine göre mil çapının bulunması, emniyetli burulma açısı φ ye göre şu şekilde bulunur:

$$\text{Burulma açısı } \varphi = 0,25 \text{ } ^{\circ}/\text{m} \text{ için} \quad d = 2,32 \cdot \sqrt[4]{M_{t \max}} \quad d = 129,2 \cdot \sqrt[4]{P/n}$$

$$\text{Burulma açısı } \varphi = 0,5 \text{ } ^{\circ}/\text{m} \text{ için} \quad d = 1,95 \cdot \sqrt[4]{M_{t \max}} \quad d = 108,6 \cdot \sqrt[4]{P/n}$$

2.1.4 Miller için burulma deformasyonu hesabı örneği

Miller için mukavemet hesabı örneğinde (Örnek 1, Redüktör ara mili) hesaplanan milin burulma açısı ne kadardır? Sonucun analizini yapınız.

Çözüm:

İstenen iş veya ana cevap; ökçeli milin burulma açısı ve sonucun analizi.

Ana cevap:

Hesaplanan burulma açısı, gerekli burulma açısından küçük olmalıdır.

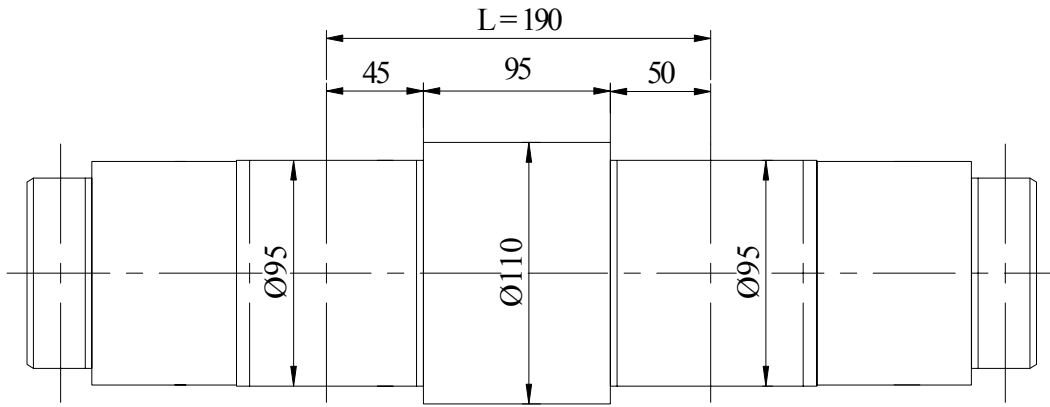
Genel makinada gerekli burulma açısı

Ökçeli milde burulma açısı, F(36):

$$\varphi_{he} \leq \varphi_{GER}$$

$$\varphi_{GER} = 0,5 \text{ } ^\circ / \text{m alalım.}$$

$$\varphi = 583,6 \cdot \frac{M_t}{G} \cdot \sum \frac{L_i}{d_i^4}$$



Şekil 24, Ökçeli milde burulma

Bilinen değerler:

1. Çap ve burulma boyu; $d_1 = 95 \text{ mm}$ $L_1 = 45 \text{ mm}$
2. Çap ve burulma boyu; $d_2 = 110 \text{ mm}$ $L_2 = 95 \text{ mm}$
3. Çap ve burulma boyu; $d_3 = 95 \text{ mm}$ $L_3 = 50 \text{ mm}$

Burulma etkisindeki boy: $L = L_1 + L_2 + L_3 = 45 + 95 + 50 = 190 \text{ mm}$

Kayma modülünü: $G = 81 \text{ 000 N/mm}^2$

Burulma momenti: $M_t = 3'000 \text{ Nm}$

Boy ve çap oranı: $\sum \frac{L_i}{d_i^4} = \frac{L_1}{d_1^4} + \frac{L_2}{d_2^4} + \frac{L_3}{d_3^4} = \frac{45}{95^4} + \frac{95}{110^4} + \frac{50}{95^4} = 1,815 \cdot 10^{-6} \text{ mm}$

$$\varphi = 583,6 \cdot \frac{M_t}{G} \cdot \sum \frac{L_i}{d_i^4} = 583,6 \cdot \frac{3 \cdot 10^6}{81000} \cdot 1,815 \cdot 10^{-6} \quad \varphi = 0,039 \text{ } ^\circ$$

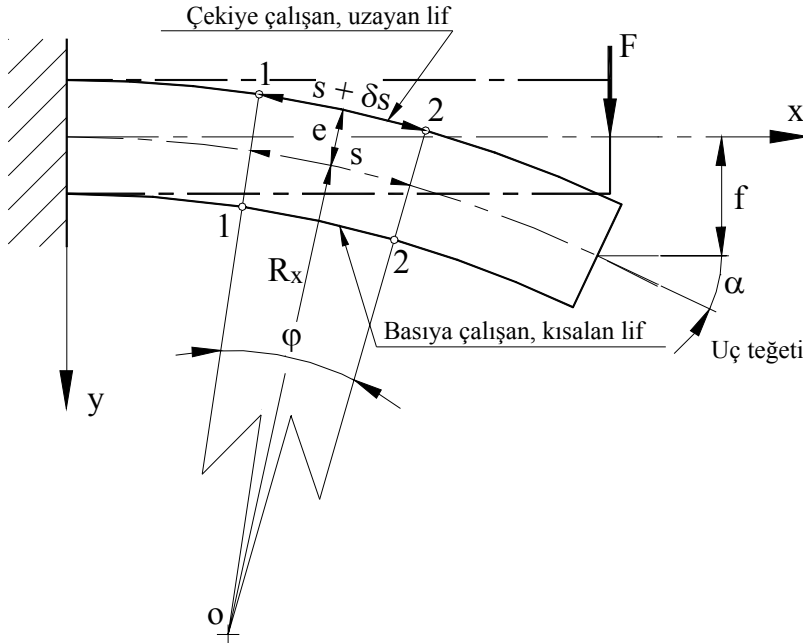
Milin 1 metresinin burulma açısı: $\varphi_{\circ/m} = \frac{\varphi^\circ}{L} = \frac{0,039}{0,19} = 0,207 \text{ } ^\circ / \text{m}$

Milin hesaplanan karşılaştırma burulma açısı $\varphi_{\circ/m he} = 0,207 \text{ } ^\circ / \text{m} < \varphi_{\circ/m GER} = 0,5 \text{ } ^\circ / \text{m}$. Böylece değerlerin istenilen emniyet sınırı içinde olduğu görülür.

2.2 Millerde eğilme deformasyonu

2.2.1 Kavis ve kavis çapı

Genelde bir kirişin sehim vermesine moment sebep olur. Normal kuvvetler (etki yüzeyine dik) kirişin uzamasına, radyal kuvvetler eğilme momentine ve dolayısıyla kirişin sehimine sebep olurlar.



Şekil 25, Milde eğilme deformasyonu

Şekil 25 de R_x kavis yarıçapıdır. y veya $y(x)$ kiriş ekseninin sehim denklemi olur.

Sehim ile momentin ilk olarak matematik kanunlarıyla bağlantısını bulan İsviçreli bilgin **Jacob Bernoulli** (1654-1705, Basel) dir.

Sehim büyüklüğü $f = y$ nin kiriş ekseninin ikinci dereceden türevi olduğunu göstermiştir.

Kavis $F(39)$ da görüldüğü gibi genelde kavis yarıçapının fonksiyonu yazılır.

$$k = \frac{1}{R} = \frac{-y''}{(1+y'^2)^{2/3}} \quad F(39)$$

k	Kavis
R	Kiriş ekseninin kavis yarıçapı
y''	Sehim fonksiyon denkleminin ikinci dereceden türevi
y'	Sehim fonksiyon denkleminin birinci dereceden türevi

Burada yataklamanın ideal yapıldığını kabul edersek; yatak kısmında milin (buradan itibaren kiriş yerine mil diyelim), kabul edilen eğimini şu şekilde yazabiliriz:

$$y' = \tan \alpha < \tan \alpha_{zul} = 0,001$$

Burada maksimum değer $\tan \alpha = \tan \alpha_{zul} = 0,001$ kabul edersek, $y'^2 = 0,000001$ olur. Bu değerde 1 e karşı dikkate alınmayacak kadar küçük olduğu görülür.

Böylece

$$(1 + y'^2)^{2/3} \approx 1 \quad \text{olur ve kavis formülü } F(39) \text{ şu hali alır:}$$

$$k = -y'' = 1/R \quad F(40)$$

Tek yüklü portofoto milde (kiriş) temel sehim formülünün çıkartılması

Yukarıda Şekil 25 de görülen milin kısa bir "s" boyunun elastiki, diğer kısımlarını rijit (hiç esnemeyen, yani malzemesinin elastiklik modülünün sonsuz büyüklükte olduğunu $E = \infty$) kabul edelim.

Benzerlik teoremine göre bağıntıları yazarsak:

$$\frac{s + \partial s}{R_x + e} = \frac{s}{R_x}$$

$$\frac{s + \partial s}{s} = \frac{R_x + e}{R_x}$$

$$\frac{\partial s}{s} = \frac{e}{R_x}$$

Diğer taraftan uzamayı şu şekilde gösterebiliriz:

$$\varepsilon = \frac{\partial s}{s}$$

Hooke kanununa göre uzama:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_x}{E}$$

Bu bağıntılardan:

$$\frac{\partial s}{s} = \frac{\sigma_x}{E} = \frac{e}{R_x}$$

$$R_x = \frac{e \cdot E}{\sigma_x} \quad \text{bulunur.}$$

Diğer taraftan 1 ve 2. kesit arasındaki: eğilme gerilmesi

$$\sigma_x = M_x / W_x$$

eğilme karşı koyma momenti

$$W_x = \frac{I_x}{e} \Rightarrow e = \frac{I_x}{W_x}$$

Bu değerleri kavis yarı çapı formülüne yerleştirirsek, R_x değerini şu şekilde buluruz:

$$R_x = \frac{E \cdot I_x}{M_x}$$

Böylece kavis değeri bulunur.

$$k_x = \frac{1}{R_x} = \frac{M_x}{E \cdot I_x}$$

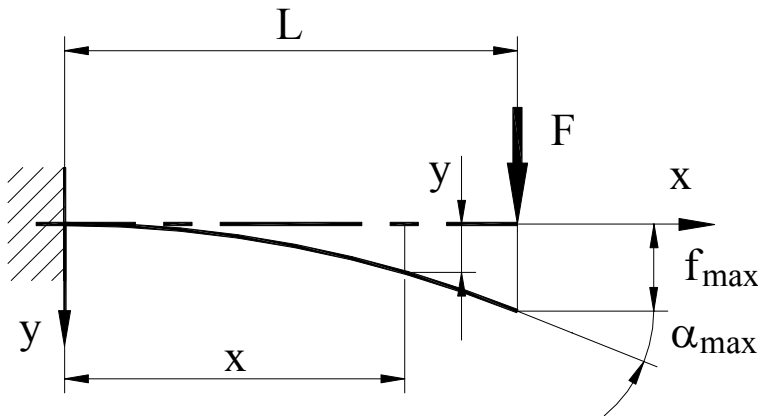
$$y'' = \frac{M_x}{E \cdot I_x}$$

F(41)

k_x	1/mm	X yerinde kavis
R_x	mm	Mil ekseninin X yerindeki kavis yarıçapı
y''	1/mm	Sehim fonksiyon denkleminin ikinci dereceden türevi
M_x	Nmm	Mil ekseninin X yerindeki eğilme momenti
E	N/mm ²	Milin elastiklik modülü
I_x	mm ⁴	Mil kesitinin atalat momenti

2.2.2 Portafo kirişte (mil veya aksta) sehim

Tek yük altında zorlanan portafo kirişte pratikte kullanılan sehim formülü şu şekilde bulunur.



$$y'' = \frac{M_x}{E \cdot I}$$

$$M_x = F \cdot (L - x)$$

$$y'' = \frac{F}{E \cdot I} \cdot (L - x)$$

$$y' = \frac{F}{E \cdot I} \cdot \left(L \cdot x - \frac{x^2}{2} \right) + C1$$

$C1 = 0$ olmalıdır, çünkü $x = 0$ ve $y' = \tan \alpha = 0$ dir.

Şekil 26, Milde eğilme deformasyonu

$$y' = \frac{F}{E \cdot I} \cdot \left(L \cdot x - \frac{x^2}{2} \right)$$

$$y = \frac{F}{E \cdot I} \cdot \left(L \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right) + C2$$

C2 = 0 olmalıdır, çünkü x = 0 ve y = 0 dir.

$$y = \frac{F}{E \cdot I} \cdot \left(L \cdot \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right)$$

En uçta sehimi " f = y " maksimum olur ve burada x = L dir. X in bu değerini yerleştirirsek:

$$y = \frac{F}{E \cdot I} \cdot \left(L \cdot \frac{L^2}{2} - \frac{L^3}{6} \right)$$

Literatürde verilmiş olan tek kuvvet etkisindeki portafö milin max. sehimi formülü ortaya çıkar.

$$f_{\max} = \frac{F \cdot L^3}{3 \cdot E \cdot I} \quad F(42)$$

f_{\max}	mm	max. Sehimi
F	N	Kuvvet
L	mm	Hesaplanan mil veya aks boyu
E	N/mm ²	Milin veya aksın elastiklik modülü
I	mm ⁴	Mil veya aks kesitinin atalet momenti

Sehimi ve eğim sebep olan kuvvetlerin büyüklüğü, konumu, şekli ve mil veya aksın malzemesinin elastiklik modülü ile bağımlıdır.

Eğim açısı "y' = tanα " x = L olursa maksimum olur.

$$\tan \alpha = \frac{F \cdot L}{E \cdot I} \cdot \left(L \cdot x - \frac{x^2}{2} \right)$$

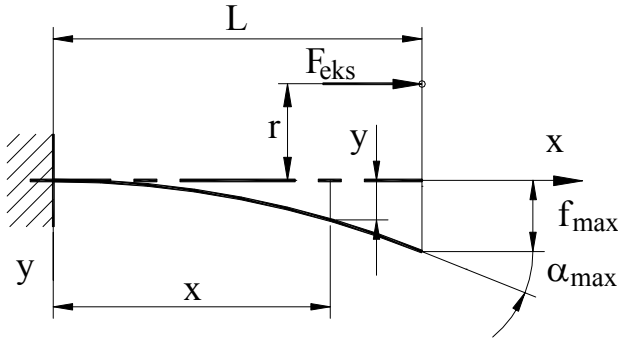
$$\tan \alpha = \frac{F \cdot L}{E \cdot I} \cdot \left(L \cdot L - \frac{L^2}{2} \right)$$

Eğim açısı " tanα "

$$\tan \alpha = \frac{F \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I} \quad F(43)$$

α	°	Eğim açısı
F	N	Kuvvet
L	mm	Hesaplanan mil veya aks boyu
E	N/mm ²	Milin veya aksın elastiklik modülü
I	mm ⁴	Mil veya aks kesitinin atalet momenti

Eğer kiriş kiriş eksenine paralel bir kuvvetin etkisinde olursa bu kuvvetin doğurduğu eğilme momentinin etkisindedir demektir.



Burada maksimum sehim " f_{max} ":

$$f_{max} = \frac{F_{eks} \cdot r \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I} = \frac{M_b \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I} \quad F(44)$$

Eğim açısı " $\tan \alpha$ "

$$\tan \alpha = \frac{F_{eks} \cdot r \cdot L}{E \cdot I} = \frac{M_b \cdot L}{E \cdot I} \quad F(45)$$

α	°	Eğim açısı
F_{eks}	N	Eksenel kuvvet
r	mm	Kuvvet kolu
M_b	Nmm	Moment

Şekil 27, Milde momenten eğilme deformasyonu

Hesapları yaparken dikkat edilecek husus; seçilen koordinat sistemine göre kuvvet ve momentlerin ön işaretleriyle doğru seçilmesidir.

Çeşitli kuvvet veya moment etkisinde olan bir kirişin toplam sehimi " f_{Top} " aynı yerde çeşitli kuvvet ve momentlerden oluşan sehimin aritmetik toplamına eşittir.

$$f_{Top} = f_{i1} + f_{i2} + \dots + f_{in} = \sum f_{ik} \quad F(46)$$

$f_{i1...in}$ mm Çeşitli kuvvetlerden oluşan sehim

Çeşitli kuvvet veya momentler çeşitli düzlemlerde etki gösteriyorlarsa toplam sehimi " f_{Top} " aynı yerde çeşitli kuvvet ve momentlerden oluşan sehimin geometrik toplamına eşittir.

$$f_{Top} = \sqrt{f_{xy}^2 + f_{xz}^2} \quad F(47)$$

f_{xy} mm XY-Düzlemindeki sehim
 f_{xz} mm XZ-Düzlemindeki sehim

Çeşitli düzlemlerde oluşan eğimin toplamı:

$$\tan \alpha_{Top} = \sqrt{\tan^2 \alpha_{xy} + \tan^2 \alpha_{xz}} \quad F(48)$$

α_{xy} ° XY-Düzlemindeki eğim
 α_{xz} ° XZ-Düzlemindeki eğim

Ökçeli mil veya akslarda sehim ve eğim oldukça zor ve karışık olarak hesaplanır.

2.2.3 Mil veya akslarda emniyetli sehim ve eğim

Önerilen sehimler: $f \leq L / 3000$ ($f \leq 0,00033 \cdot L$) Özel şartları olmayan yatak arası L olan ve devir sayısı $n > 1'500$ d/dak olan hassas konstruksiyonlarda.
 $f \leq L / 2000$ ($f \leq 0,0005 \cdot L$) Özel şartları olmayan yatak arası L olan ve devir sayısı $n < 1'500$ d/dak olan hassas konstruksiyonlarda.
 $f \leq 0,05 m_n$ f ve m_n mm olarak, dişli taşıyan miller.

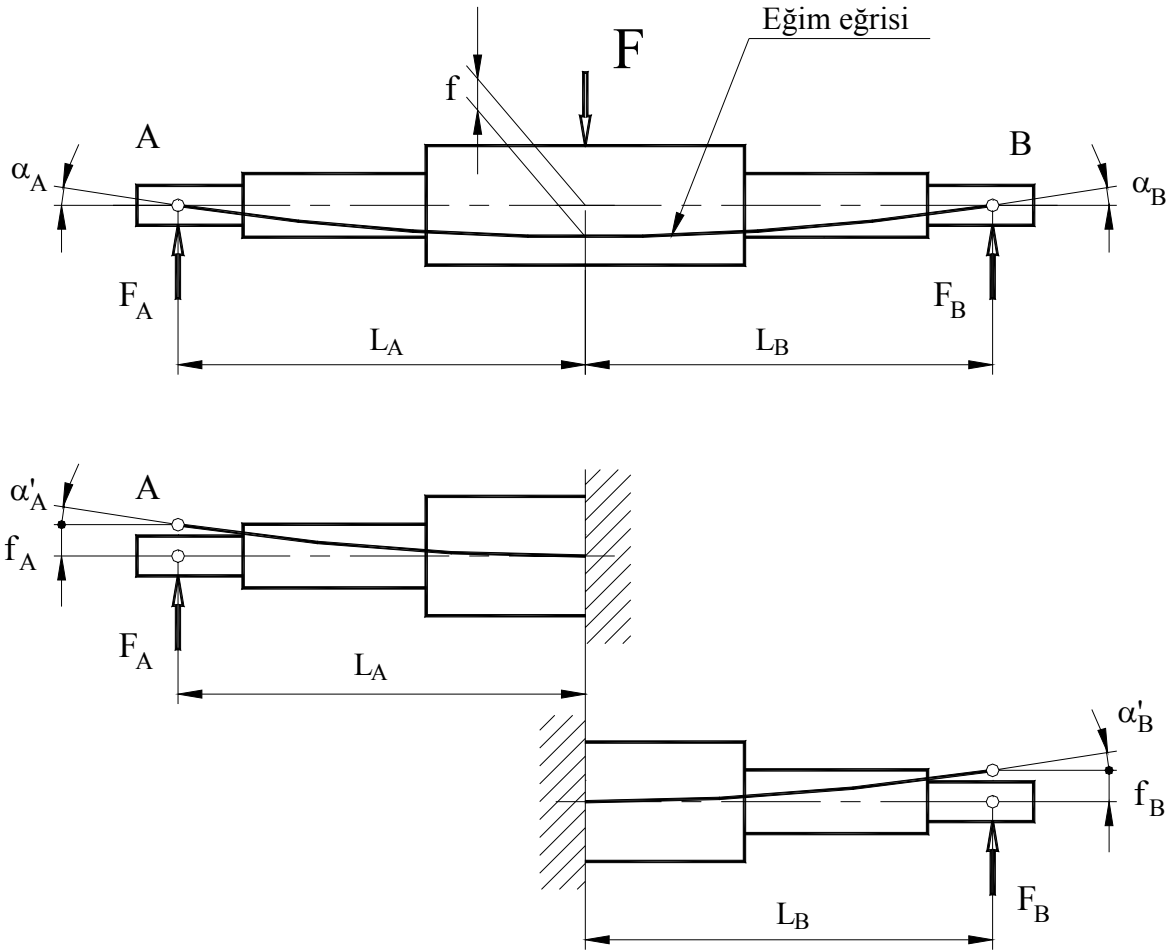
Önerilen eğimler: $\tan \alpha \approx 0,001$ Oynak burçlu kaygan veya rulman yataklar,
 $\tan \alpha \approx 0,0003$ Sabit burçlu kaygan yataklar,
 $\tan \alpha \approx 0,0001$ Asimetrik konumlu veya portafo (çıkma) dişli taşıyan miller.

Açı ayarlamalı özel yataklarda daha büyük sehim veya eğim kabul edilebilir.

2.2.4 Ökçeli mil veya akslarda sehim ve eğim

2.2.4.1 Analitik hesaplama

Tek kuvvet etkisinde ökçeli milde veya aksda mukavemet hesabı için alınacak kesit, ayrılma kesiti olarak kabul edilir ve parçalar ayrı ayrı portafö mil olarak kabul edilip hesaplar yapılır. Daha sonra hesaplanan değerler toplanıp sonuç elde edilir. Bak Şekil 28.



Şekil 28, Tek kuvvet etkisinde ökçeli milde sehim

Eğer mili birden fazla kuvvet zorluyorsa, sehim veya eğim ilk önce her kuvvetle tek tek hesaplanır ve sonra aynı yerdeki değerler toplanıp sonuç elde edilir.

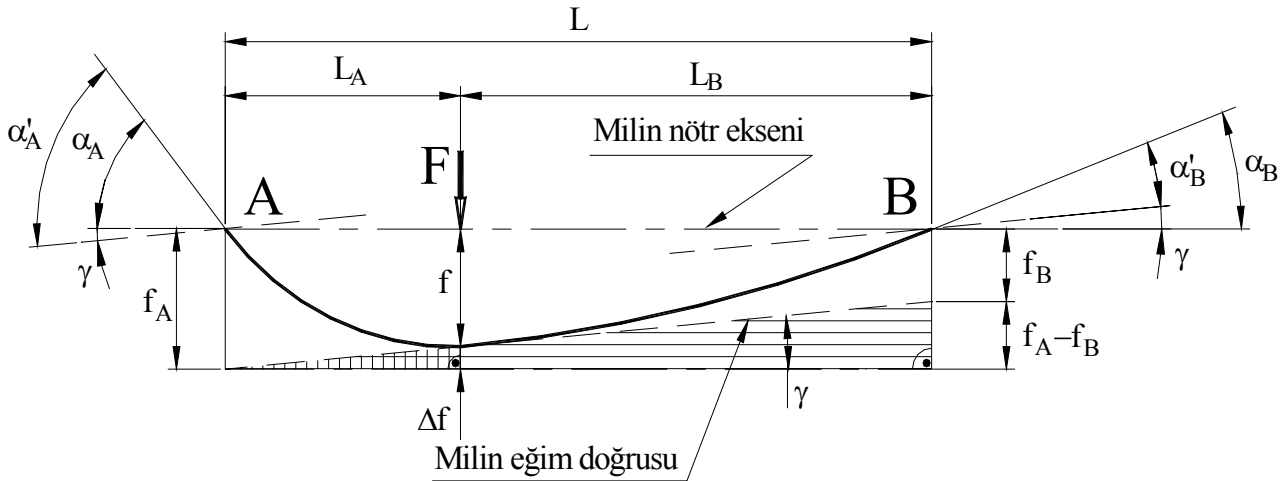
Örneğin:

$$f_{\text{tot}} = f_1 + f_2 + f_3 + \dots$$

$$\alpha_{A\text{tot}} = \alpha_{A1} + \alpha_{A2} + \alpha_{A3} + \dots$$

$$\alpha_{B\text{tot}} = \alpha_{B1} + \alpha_{B2} + \alpha_{B3} + \dots$$

Eğim açıları çok küçük olduğundan, pratikte $\tan \alpha = \hat{\alpha}$ olarak kullanılır.



Şekil 29, Asimetrik tek kuvvet etkisinde basit kirişte sehim ve eğim

Asimetrik tek kuvvet etkisindeki basit kirişte sehim şu şekilde hesaplanır (bak Şekil 29):

$$f = f_A - \Delta f$$

$$f = f_A - L_A \cdot \tan \gamma$$

$$f = f_A - L_A \frac{(f_A - f_B)}{L} \quad F(49)$$

f	mm	Kuvvetin bulunduğu yerdeki sehim
f _A	mm	A tarafı yatak kuvvetinin doğurduğu sehim
f _B	mm	B tarafı yatak kuvvetinin doğurduğu sehim
L _A	mm	Kuvvetin A tarafına mesafesi
L	mm	A tarafı ile B tarafının yataklar arası mesafesi

Asimetrik tek kuvvet etkisindeki basit kirişte eğim şu şekilde hesaplanır (bak Şekil 29)

$$\tan \alpha_A = \alpha_A = \alpha'_A - \gamma$$

$$\tan \alpha_B = \alpha_B = \alpha'_B + \gamma$$

$$\gamma = \tan \gamma = \frac{f_A - f_B}{L}$$

$$\tan \alpha_A = \tan \alpha'_A + \frac{f_B - f_A}{L} \quad F(50)$$

$$\tan \alpha_B = \tan \alpha'_B + \frac{f_A - f_B}{L} \quad F(51)$$

$\tan \alpha_A$	1	A tarafında toplam eğim
$\tan \alpha'_A$	1	A tarafında A tarafı yatak kuvvetinin doğurduğu eğim
$\tan \alpha_B$	1	B tarafında toplam eğim
$\tan \alpha'_B$	1	B tarafında B tarafı yatak kuvvetinin doğurduğu eğim
f _A	mm	A tarafı yatak kuvvetinin doğurduğu sehim
f _B	mm	B tarafı yatak kuvvetinin doğurduğu sehim

Yatak kuvvetlerinin doğurduğu sehim "f" :

Portafo kiriş için geçerli genel sehim formülüyle hesaplanırlar.

$$f = \frac{F}{3 \cdot E} \cdot \frac{L^3}{I} = \frac{F}{3 \cdot E} \cdot \sum \frac{L_i^3}{I_i}$$

$$f_A = \frac{F_A}{3 \cdot E} \cdot \left(\frac{L_{A1}^3}{I_{A1}} + \frac{L_{A2}^3 - L_{A1}^3}{I_{A2}} + \frac{L_{A3}^3 - L_{A2}^3}{I_{A3}} + \dots \right)$$

$$f_B = \frac{F_B}{3 \cdot E} \cdot \left(\frac{L_{B1}^3}{I_{B1}} + \frac{L_{B2}^3 - L_{B1}^3}{I_{B2}} + \frac{L_{B3}^3 - L_{B2}^3}{I_{B3}} + \dots \right)$$

Burada atalet momentinin değerini yuvarlak (daire) kesit için yerleştirirsek:

$$I = \frac{\pi \cdot d^4}{64}$$

Şu formülleri buluruz:

$$f_A = \frac{6,79 \cdot F_A}{E} \cdot \left(\frac{L_{A1}^3}{d_{A1}^4} + \frac{L_{A2}^3 - L_{A1}^3}{d_{A2}^4} + \frac{L_{A3}^3 - L_{A2}^3}{d_{A3}^4} + \dots \right)$$

$$f_B = \frac{6,79 \cdot F_B}{E} \cdot \left(\frac{L_{B1}^3}{d_{B1}^4} + \frac{L_{B2}^3 - L_{B1}^3}{d_{B2}^4} + \frac{L_{B3}^3 - L_{B2}^3}{d_{B3}^4} + \dots \right)$$

Yatak kuvvetlerinin doğurduğu eğim " tanα " :

Yatak kuvvetlerinin doğurduğu sehim hesabında olduğu gibi portafo kiriş için geçerli genel eğim formülüyle hesaplanırlar.

$$\tan \alpha = \frac{F \cdot L^2}{2 \cdot E \cdot I} = \frac{F}{2 \cdot E} \cdot \sum \frac{L_i^2}{I_i}$$

$$\tan \alpha'_A = \frac{F_A}{2 \cdot E} \cdot \left(\frac{L_{A1}^2}{I_{A1}} + \frac{L_{A2}^2 - L_{A1}^2}{I_{A2}} + \frac{L_{A3}^2 - L_{A2}^2}{I_{A3}} + \dots \right)$$

$$\tan \alpha'_B = \frac{F_B}{2 \cdot E} \cdot \left(\frac{L_{B1}^2}{I_{B1}} + \frac{L_{B2}^2 - L_{B1}^2}{I_{B2}} + \frac{L_{B3}^2 - L_{B2}^2}{I_{B3}} + \dots \right)$$

Burada atalet momentinin değerini yuvarlak (daire) kesit için yerleştirirsek, şu formülleri buluruz:

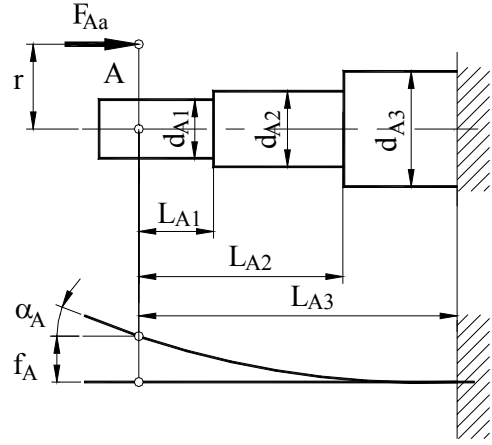
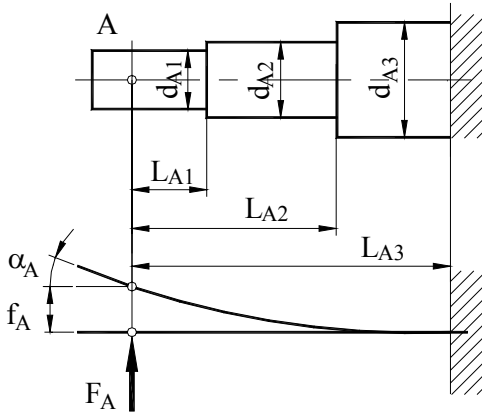
$$\tan \alpha'_A = \frac{10,19 \cdot F_A}{E} \cdot \left(\frac{L_{A1}^2}{d_{A1}^4} + \frac{L_{A2}^2 - L_{A1}^2}{d_{A2}^4} + \frac{L_{A3}^2 - L_{A2}^2}{d_{A3}^4} + \dots \right)$$

$$\tan \alpha'_B = \frac{10,19 \cdot F_B}{E} \cdot \left(\frac{L_{B1}^2}{d_{B1}^4} + \frac{L_{B2}^2 - L_{B1}^2}{d_{B2}^4} + \frac{L_{B3}^2 - L_{B2}^2}{d_{B3}^4} + \dots \right)$$

Analitik hesapların düzenlenmesi

Hesaplar çeşitli etkilenme durumlarına göre şu gruplarda toplanır.

2.2.4.1.1 Yatak yerinde tek kuvvet veya moment etkisi



Şekil 30, Tek kuvvetin doğurduğu sehim ve eğim

Şekil 31, Momentin doğurduğu sehim ve eğim

Tek kuvvetin doğurduğu sehim ve eğim, Şekil 30:

$$f_A = \frac{6,79 \cdot F_A}{E} \cdot \left(\frac{L_{A1}^3}{d_{A1}^4} + \frac{L_{A2}^3 - L_{A1}^3}{d_{A2}^4} + \frac{L_{A3}^3 - L_{A2}^3}{d_{A3}^4} + \dots \right)$$

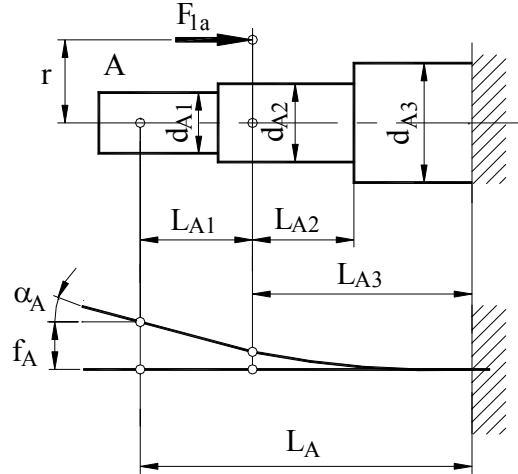
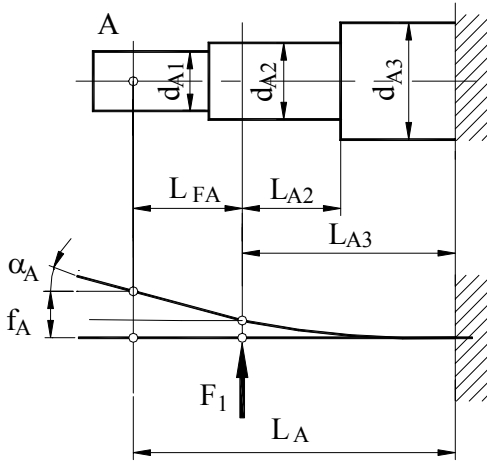
$$\tan \alpha'_A = \frac{10,19 \cdot F_A}{E} \cdot \left(\frac{L_{A1}^2}{d_{A1}^4} + \frac{L_{A2}^2 - L_{A1}^2}{d_{A2}^4} + \frac{L_{A3}^2 - L_{A2}^2}{d_{A3}^4} + \dots \right)$$

Momentin doğurduğu sehim ve eğim, Şekil 31:

$$f_A = \frac{10,186 \cdot M_A}{E} \cdot \left(\frac{L_{A1}^2}{d_{A1}^4} + \frac{L_{A2}^2 - L_{A1}^2}{d_{A2}^4} + \frac{L_{A3}^2 - L_{A2}^2}{d_{A3}^4} + \dots \right)$$

$$\tan \alpha'_A = \frac{20,38 \cdot M_A}{E} \cdot \left(\frac{L_{A1}}{d_{A1}^4} + \frac{L_{A2} - L_{A1}}{d_{A2}^4} + \frac{L_{A3} - L_{A2}}{d_{A3}^4} + \dots \right)$$

2.2.4.1.2 Yatak ile kesit arasındaki tek kuvvetin veya momentin etkisi



Şekil 32, Tek kuvvetin doğurduğu sehim ve eğim

Şekil 33, Momentin doğurduğu sehim ve eğim

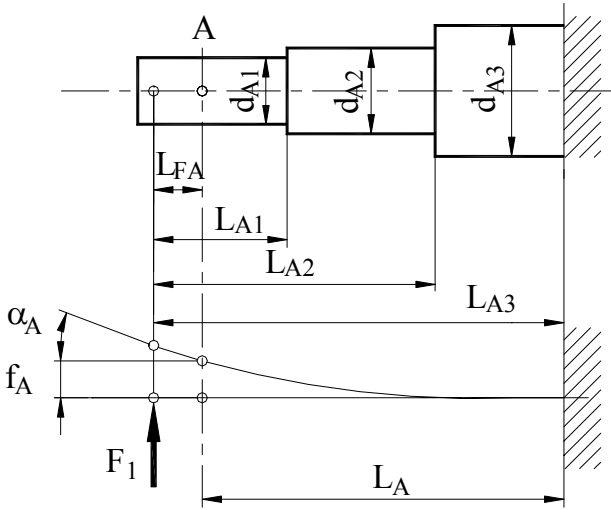
$$f_A = \frac{6,79 \cdot F_1}{E} \cdot \left(\frac{L_{A2}^3}{d_{A2}^4} + \frac{L_{A3}^3 - L_{A2}^3}{d_{A3}^4} + \dots \right) + \tan \alpha'_A \cdot L_{FA}$$

$$\tan \alpha'_A = \frac{10,19 \cdot F_1}{E} \cdot \left(\frac{L_{A2}^2}{d_{A2}^4} + \frac{L_{A3}^2 - L_{A2}^2}{d_{A3}^4} + \dots \right)$$

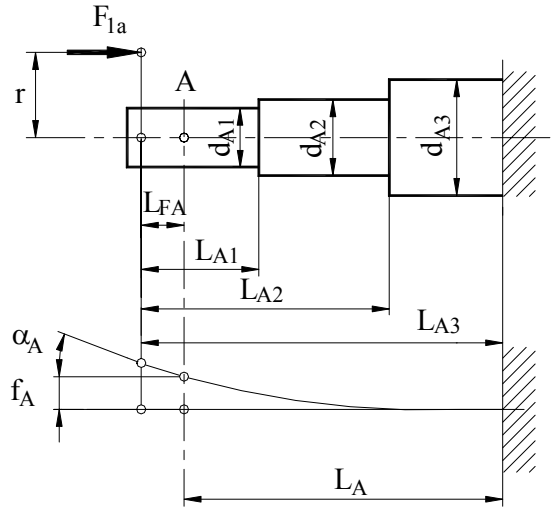
$$f_A = \frac{10,186 \cdot M_{1b}}{E} \cdot \left(\frac{L_{A2}^2}{d_{A2}^4} + \frac{L_{A3}^2 - L_{A2}^2}{d_{A3}^4} + \dots \right) + \tan \alpha'_A \cdot L_{FA}$$

$$\tan \alpha'_A = \frac{20,38 \cdot M_{1b}}{E} \cdot \left(\frac{L_{A2}}{d_{A2}^4} + \frac{L_{A3} - L_{A2}}{d_{A3}^4} + \dots \right)$$

2.2.4.1.3 Yatağın dışında, portafoda tek kuvvetin veya momentin etkisi



Şekil 34, Tek kuvvetin doğurduğu sehim ve eğim



Şekil 35, Momentin doğurduğu sehim ve eğim

Tek kuvvetin doğurduğu sehim ve eğim, Şekil 34:

$$f_A = \frac{6,79 \cdot F_1}{E} \cdot \left(\frac{L_{A1}^3 - L_{FA}^3}{d_{A1}^4} + \frac{L_{A2}^3 - L_{A1}^3}{d_{A2}^4} + \frac{L_{A3}^3 - L_{A2}^3}{d_{A3}^4} + \dots \right) + \tan \alpha'_A \cdot L_{FA}$$

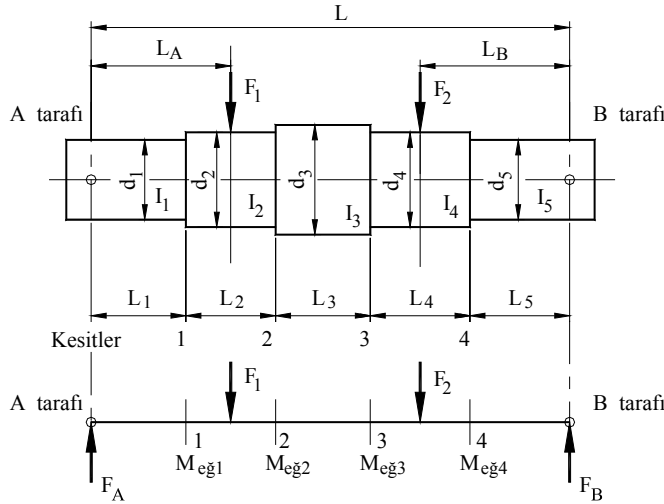
$$\tan \alpha'_A = \frac{10,19 \cdot F_1}{E} \cdot \left(\frac{L_{A2}^2 - L_{FA}^2}{d_{A1}^4} + \frac{L_{A2}^2 - L_{A1}^2}{d_{A2}^4} + \frac{L_{A3}^2 - L_{A2}^2}{d_{A3}^4} + \dots \right)$$

Momentin doğurduğu sehim ve eğim, Şekil 35:

$$f_A = \frac{10,186 \cdot M_{1b}}{E} \cdot \left(\frac{L_{A1}^2 - L_{FA}^2}{d_{A1}^4} + \frac{L_{A2}^2 - L_{A1}^2}{d_{A2}^4} + \frac{L_{A3}^2 - L_{A2}^2}{d_{A3}^4} + \dots \right) + \tan \alpha'_A \cdot L_{FA}$$

$$\tan \alpha'_A = \frac{20,38 \cdot M_{1b}}{E} \cdot \left(\frac{L_{A2} - L_{FA}}{d_{A1}^4} + \frac{L_{A2} - L_{A1}}{d_{A2}^4} + \frac{L_{A3} - L_{A2}}{d_{A3}^4} + \dots \right)$$

2.2.4.2 Çizimsel sehim hesabı



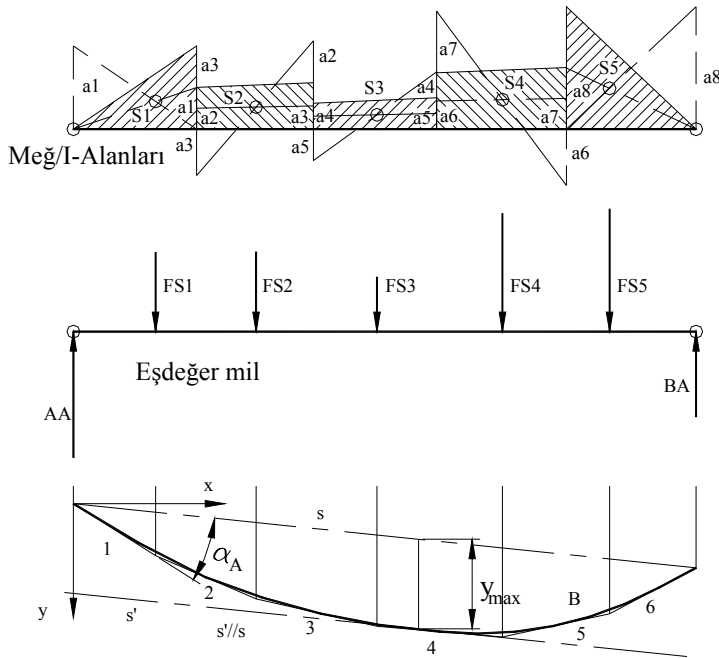
Şekil 36, Çizimsel çözüm, 1. Basamak

1. Basamak: Ölçekli olarak milin resmi çizilir ve "*değerler tablosu*" yapılır.

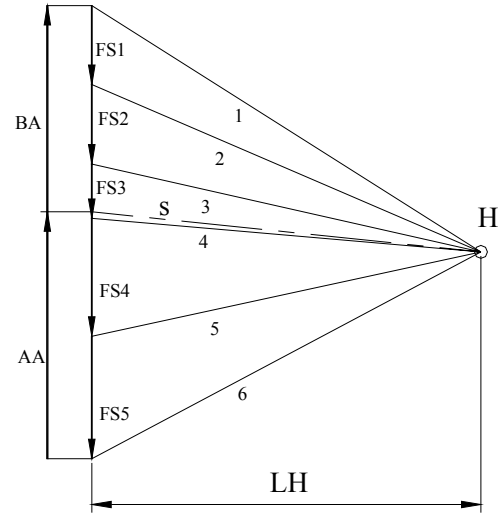
2. Moment alanları ölçekli olarak çizilir. Çizim için gereken faktör $Q = M_{eg} / I$ değeri "a" kenarlarının boyunu bulmak için hesaplanır. Daha sonra moment alanlarının ağırlık merkezleri bulunur ve eşdeğer kuvvetler hesaplanır.

Böylece eşdeğer milde, eşdeğer moment kuvvetleri ölçekli olarak çizilebilir.

Daha sonra kuvvet planı yapılarak sehimlerin çizimsel değerleri bulunur.



Eşdeğer milde moment alanları



Şekil 37, Çizimsel çözüm, 2. Basamak

Seçilen herhangi bir ölçekte " M_{FSi} " kuvvet planı kutup mesafesi "LH" ile çizilir. Moment alanları ve eşdeğer kuvvetlerin yardımıyla sehim ve eğimler hesaplanır.

$$f_x = \frac{(y_x \cdot M_L) \cdot (L_H \cdot M_{FSi})}{E} \quad \text{ve} \quad \tan \alpha_A = \frac{A_A}{E} \quad ; \quad \tan \alpha_B = \frac{B_A}{E}$$

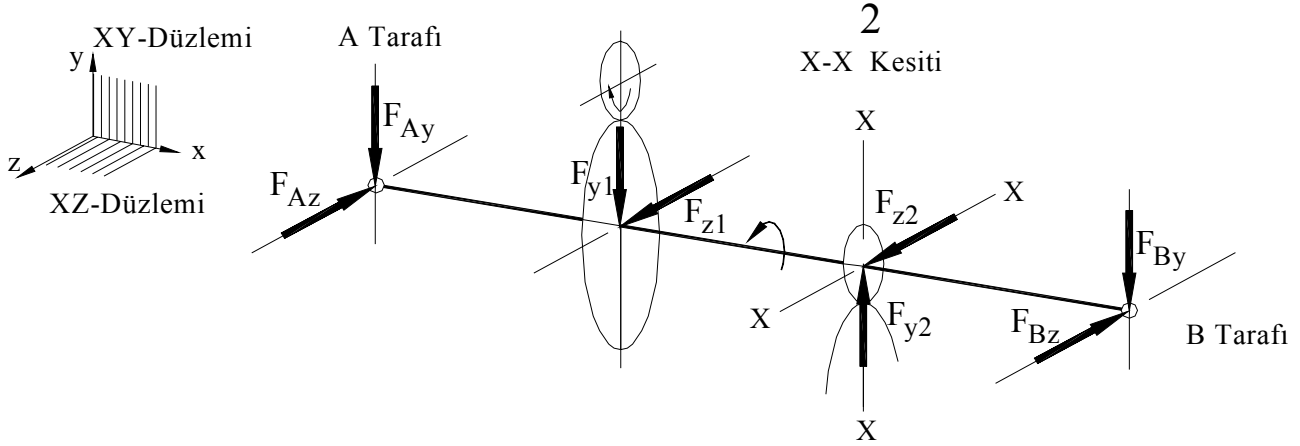
f_A	mm	X kesitinde sehim
y_x	mm	X kesitinde moment alanından ölçülen sehim
$\tan \alpha_A$	1	A tarafında toplam eğim
$\tan \alpha_B$	1	B tarafında toplam eğim

2.2.5 Ölçeli milde sehim ve eğimlere örnekler

Miller için mukavemet hesabı örneğinde (Örnek 1, Redüktör ara mili) hesaplanan milin, analitik ve çizim olarak, sehim ve eğim değerlerini bulunuz ve sonucun analizini yapınız.

2.2.5.1 Örnek 1, Redüktör ara milinde hesaplanan milin, analitik olarak, sehim ve eğimleri

Çözüm:



Şekil 38, Milde kuvvetler

X-X Kesitinde toplam sehim:

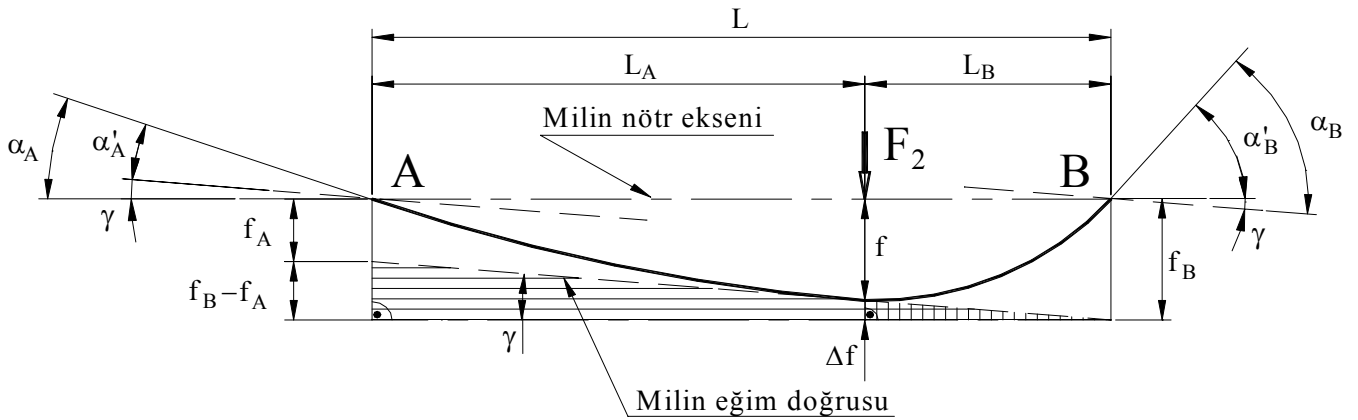
$$f_2 = \sqrt{f_{2XZ}^2 + f_{2XY}^2}$$

A tarafındaki toplam eğim:

$$\alpha_A = \sqrt{\alpha_{AXZ}^2 + \alpha_{AXY}^2}$$

B tarafındaki toplam eğim:

$$\alpha_B = \sqrt{\alpha_{BXZ}^2 + \alpha_{BXY}^2}$$



Şekil 39, Milde sehim

Şekil 39 dan şu sonuçlar çıkarılır:

$$f = f_B - \Delta f \quad \Delta f = L_B \cdot \tan \gamma \quad f = f_B - L_A \cdot \tan \gamma$$

$$\tan \gamma = \frac{f_B - f_A}{L}$$

2 , X-X kesitindeki sehim:

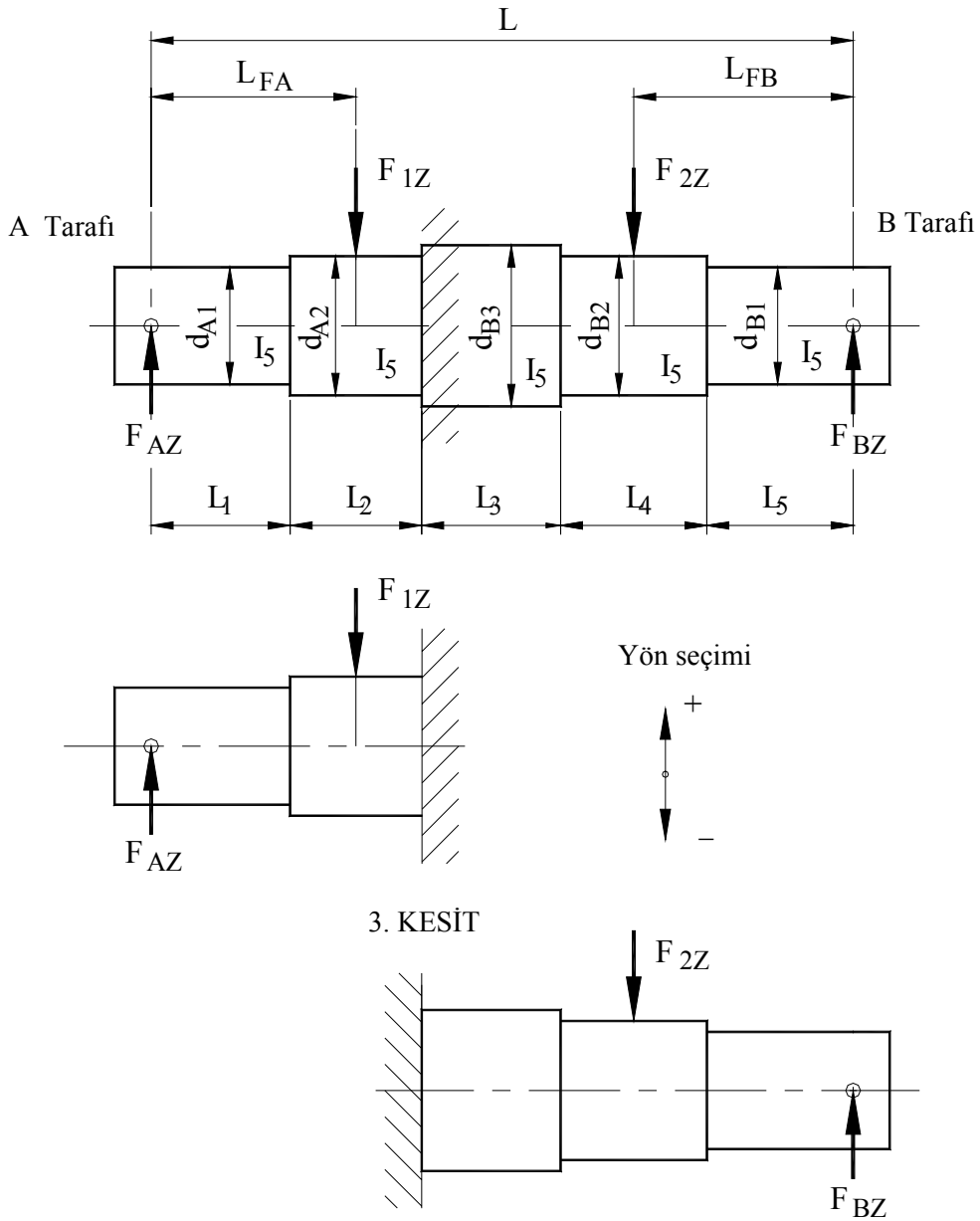
$$f = f_B - L_B \cdot \frac{f_B - f_A}{L}$$

A tarafındaki eğim:

$$\alpha_A = \alpha'_A + \frac{f_B - f_A}{L}$$

B tarafındaki eğim:

$$\alpha_B = \alpha'_B + \frac{f_B - f_A}{L}$$

XZ – Düzleminde sehim ve eğimler:

Şekil 40, XZ – Düzleminde kuvvet ve boyutlar

XZ – Düzleminde 3. kesitte sehim:

$$f_{3XZ} = f_{AZ} - L_{FA} \cdot \frac{f_{AZ} - f_{BZ}}{L}$$

XZ – Düzleminde, A tarafındaki yatakta eğim:

$$\alpha_{AZ} = \alpha'_{AZ} + \frac{f_{BZ} - f_{AZ}}{L}$$

XZ – Düzleminde, B tarafındaki yatakta eğim:

$$\alpha_{BZ} = \alpha'_{BZ} + \frac{f_{AZ} - f_{BZ}}{L}$$

XZ – Düzleminde "f_{AZ}" sehimi:

$$f_{AZ} = f_{FAZ} + f_{AF1}$$

XZ – Düzleminde "f_{BZ}" sehimi:

$$f_{BZ} = f_{FBZ} + f_{F2Z}$$

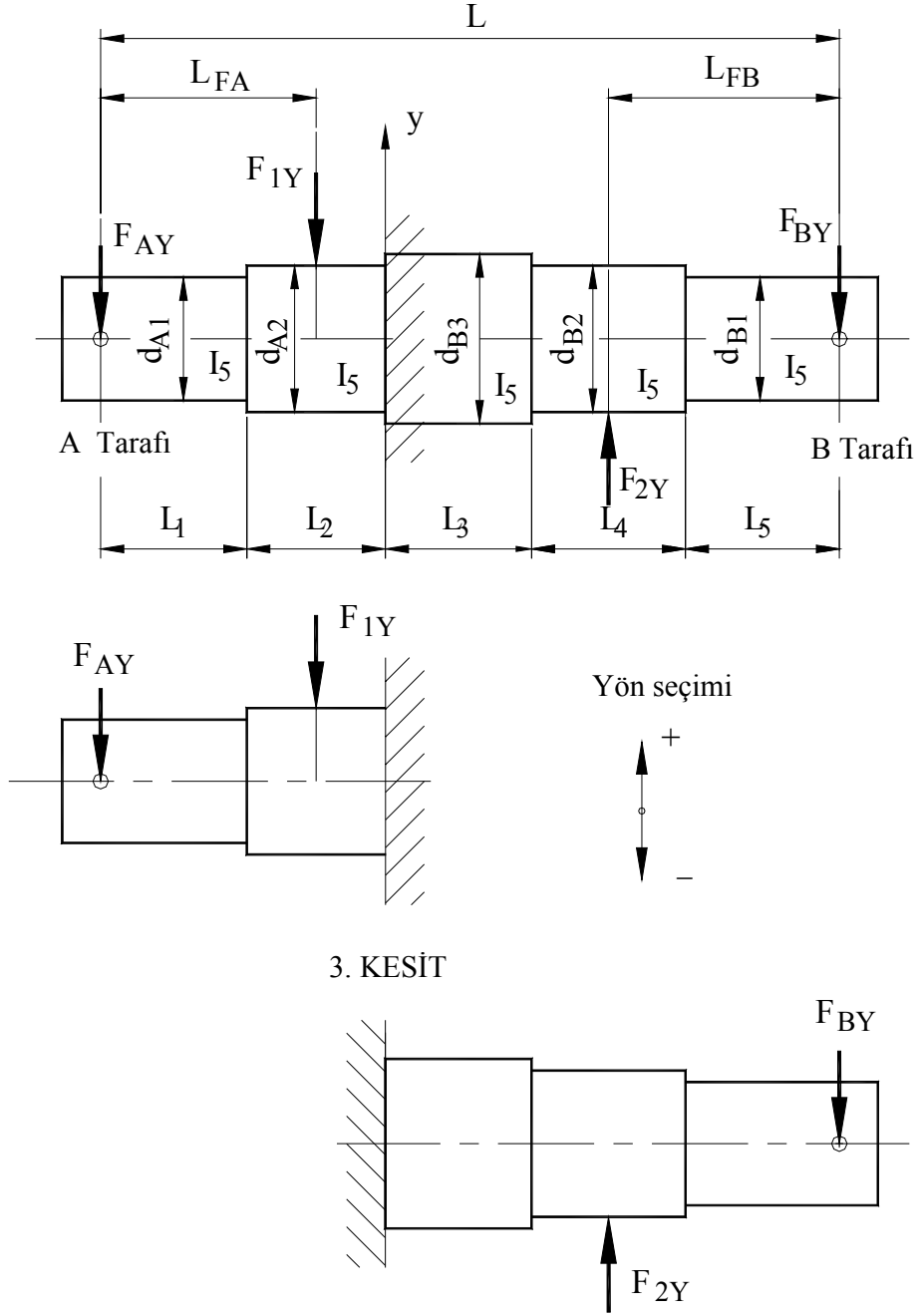
XZ – Düzleminde "α_{AZ}" eğimi:

$$\alpha_{AZ} = \alpha_{FAZ} + \alpha_{AF1}$$

XZ – Düzleminde "α_{BZ1}" eğimi:

$$\alpha_{BZ1} = \alpha_{FBZ} + \alpha_{F2Z}$$

XY – Düzleminde sehim ve eğimler:



Şekil 41, XY – Düzleminde kuvvet ve boyutlar

XY – Düzleminde 3. kesitte sehim:

$$f_{3XY} = f_{AY} - L_{FA} \cdot \frac{f_{AY} - f_{BY}}{L}$$

XY – Düzleminde, A tarafındaki yatakta eğim:

$$\alpha_{AY} = \alpha'_{AY} + \frac{f_{BY} - f_{AY}}{L}$$

XY – Düzleminde, B tarafındaki yatakta eğim:

$$\alpha_{BY} = \alpha'_{BY} + \frac{f_{AY} - f_{BY}}{L}$$

XY – Düzleminde " f_{AY} " sehimi:

$$f_{AY} = f_{FAY} + f_{AF1}$$

XY – Düzleminde " f_{BY} " sehimi:

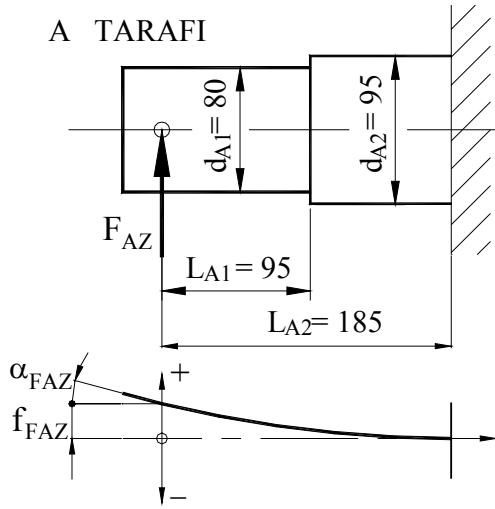
$$f_{BY} = f_{FBY} + f_{F2Y}$$

XY – Düzleminde " α_{AY} " eğimi:

$$\alpha_{AY} = \alpha_{FAY} + \alpha_{AF1}$$

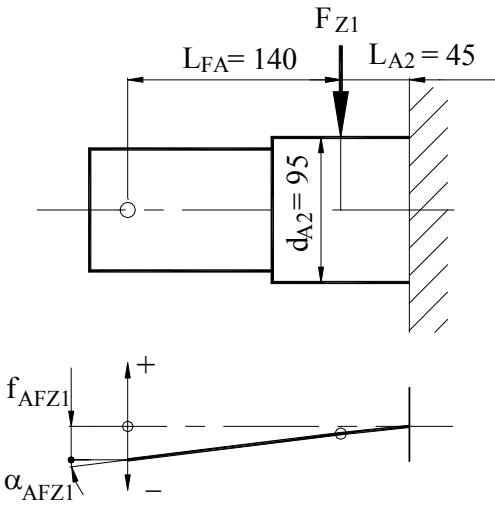
XY – Düzleminde " α_{BY1} " eğimi:

$$\alpha_{BY1} = \alpha_{FBY} + \alpha_{F2Y}$$

XZ – Düzleminde sehim ve eğimlerin hesaplanması:**A TARAFI:**Şekil 42, F_{AZ} den doğan sehim ve eğim

$$\alpha'_{FAZ} = \frac{10,19 \cdot F_{AZ}}{E} \cdot \left(\frac{L_{A1}^2}{d_{A1}^4} + \frac{L_{A2}^2 - L_{A1}^2}{d_{A2}^4} \right)$$

$$f_{FAZ} = \frac{6,79 \cdot F_{AZ}}{E} \cdot \left(\frac{L_{A1}^3}{d_{A1}^4} + \frac{L_{A2}^3 - L_{A1}^3}{d_{A2}^4} \right)$$

Şekil 43, F_{Z1} den doğan sehim ve eğim

$$\alpha'_{AFZ1} = \frac{10,19 \cdot F_{Z1} \cdot L_{FA}}{E \cdot d_{A2}^4}$$

$$f_{AFZ1} = \frac{6,79 \cdot F_{Z1} \cdot L_{A2}^3}{E \cdot d_{A2}^4} + \alpha'_{AFZ1} \cdot L_{FA}$$

$$L = 480 \text{ mm}$$

$$E = 210'000 \text{ N/mm}^2$$

$$F_{AZ} = 18'403 \text{ N}$$

$$d_{A1} = 80 \text{ mm}$$

$$d_{A2} = 95 \text{ mm}$$

$$L_{A1} = 95 \text{ mm}$$

$$L_{A2} = 185 \text{ mm}$$

$$\tan \alpha'_{FAZ} = \alpha_{FAZ}$$

$$\alpha'_{FAZ} = 0,473 \cdot 10^{-3}$$

$$f_{FAZ} = 52,45 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$F_{Z1} = 12'050 \text{ N}$$

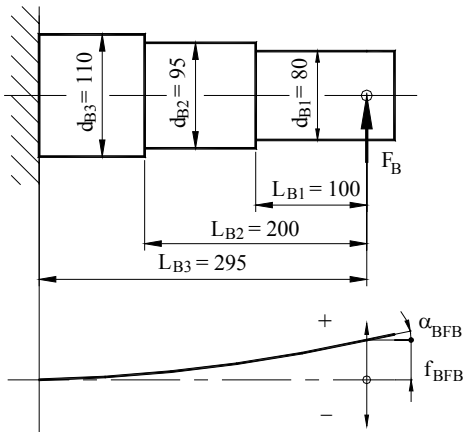
$$L_{FA} = 140 \text{ mm}$$

$$L_{F1} = 45 \text{ mm}$$

$$\tan \alpha'_{FAZ1} = \alpha'_{FAZ1}$$

$$\alpha'_{FAZ1} = -0,015 \cdot 10^{-3}$$

$$f_{FAZ1} = -2,47 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

B TARAFI:Şekil 44, F_{AZ} den doğan sehim ve eğim

$$\alpha'_{FBZ} = \frac{10,19 \cdot F_{BZ}}{E} \cdot \left(\frac{L_{B1}^2}{d_{B1}^4} + \frac{L_{B2}^2 - L_{B1}^2}{d_{B2}^4} + \frac{L_{B3}^2 - L_{B2}^2}{d_{B3}^4} \right)$$

$$f_{FBZ} = \frac{6,79 \cdot F_{BZ}}{E} \cdot \left(\frac{L_{B1}^3}{d_{B1}^4} + \frac{L_{B2}^3 - L_{B1}^3}{d_{B2}^4} + \frac{L_{B3}^3 - L_{B2}^3}{d_{B3}^4} \right)$$

$$F_{BZ} = 25'225 \text{ N}$$

$$d_{B1} = 80 \text{ mm}$$

$$d_{B2} = 95 \text{ mm}$$

$$d_{B3} = 110 \text{ mm}$$

$$L_{B1} = 100 \text{ mm}$$

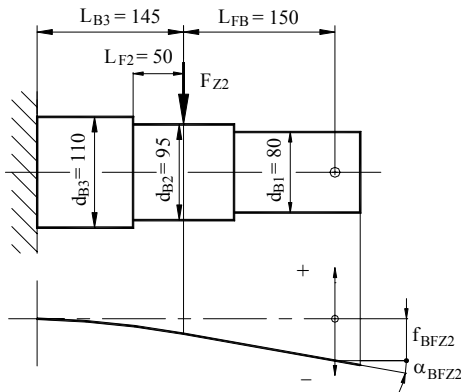
$$L_{B2} = 200 \text{ mm}$$

$$L_{B3} = 295 \text{ mm}$$

$$\tan \alpha'_{FBZ} = \alpha'_{FBZ}$$

$$\alpha'_{FBZ} = 1,143 \cdot 10^{-3}$$

$$f_{FBZ} = 188,45 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

Şekil 45, F_{Z1} den doğan sehim ve eğim

$$\alpha'_{BFZ2} = \frac{10,19 \cdot F_{Z2}}{E} \cdot \left(\frac{L_{F2}^2}{d_{B2}^4} + \frac{L_{F2Z}^2 - L_{F2}^2}{d_{B3}^4} \right)$$

$$f_{BFZ2} = \frac{6,79 \cdot F_{Z2}}{E} \cdot \left(\frac{L_{F2}^3}{d_{B2}^4} + \frac{L_{F2Z}^3 - L_{F2}^3}{d_{B3}^4} \right) + \alpha'_{FZ2} \cdot L_{FB}$$

$$F_{Z2} = -31'580 \text{ N}$$

$$L_{FB} = 150 \text{ mm}$$

$$L_{F2} = 50 \text{ mm}$$

$$L_{F2Z} = 145 \text{ mm}$$

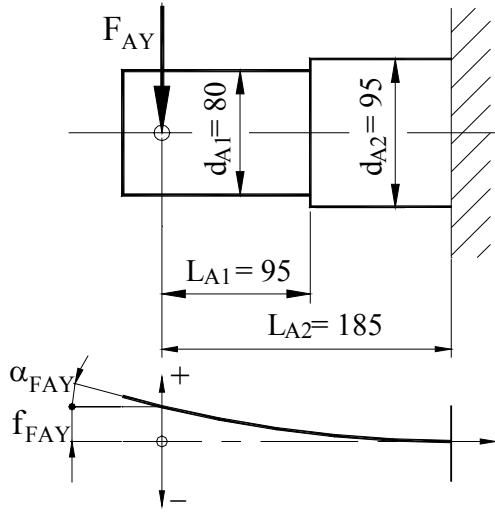
$$\tan \alpha'_{BFZ2} = \alpha'_{BFZ2}$$

$$\alpha'_{BFZ2} = -2,409 \cdot 10^{-3}$$

$$f_{BFZ2} = -58,10 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

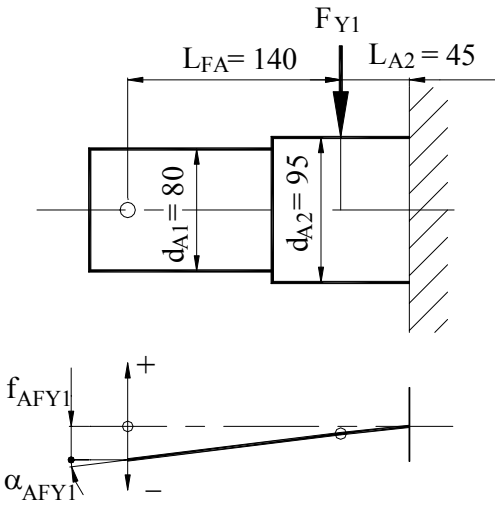
XY – Düzleminde sehim ve eğimlerin hesaplanması:

A TARAFI:

Şekil 46, F_{AY} den doğan sehim ve eğim

$$\alpha'_{FAZ} = \frac{10,19 \cdot F_{AZ}}{E} \cdot \left(\frac{L_{A1}^2}{d_{A1}^4} + \frac{L_{A2}^2 - L_{A1}^2}{d_{A2}^4} \right)$$

$$f_{FAZ} = \frac{6,79 \cdot F_{AZ}}{E} \cdot \left(\frac{L_{A1}^3}{d_{A1}^4} + \frac{L_{A2}^3 - L_{A1}^3}{d_{A2}^4} \right)$$

Şekil 47, F_{Z1} den doğan sehim ve eğim

$$\alpha'_{AFY1} = \frac{10,19 \cdot F_{Y1} \cdot L_{FA}}{E \cdot d_{A2}^4}$$

$$f_{AFY1} = \frac{6,79 \cdot F_{Y1} \cdot L_{A2}^3}{E \cdot d_{A2}^4} + \alpha'_{AFY1} \cdot L_{FA}$$

$$F_{AY} = -486 \text{ N}$$

$$\tan \alpha'_{FAY} = \alpha'_{FAY}$$

$$\alpha'_{FAY} = -0,012 \cdot 10^{-3}$$

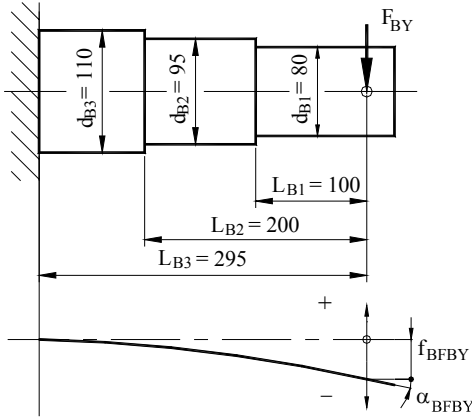
$$f_{FAY} = -1,39 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

$$F_{Y1} = -4'385 \text{ N}$$

$$\tan \alpha'_{AFY1} = \alpha'_{AFY1}$$

$$\alpha'_{AFY1} = -0,005 \cdot 10^{-3}$$

$$f_{AFY1} = -0,899 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

B TARAFI:Şekil 48, F_{BY} den doğan sehim ve eğim

$$\alpha'_{BFBY} = \frac{10,19 \cdot F_{BY}}{E} \cdot \left(\frac{L_{B1}^2}{d_{B1}^4} + \frac{L_{B2}^2 - L_{B1}^2}{d_{B2}^4} + \frac{L_{B3}^2 - L_{B2}^2}{d_{B3}^4} \right)$$

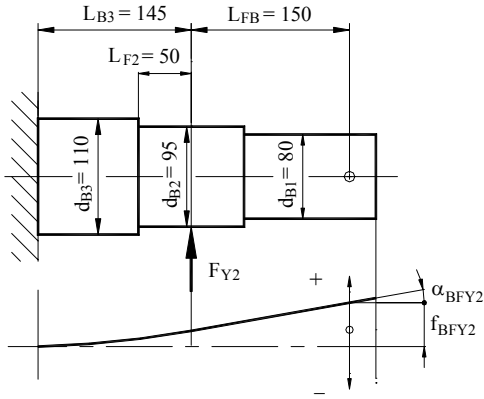
$$f_{BFBY} = \frac{6,79 \cdot F_{BY}}{E} \cdot \left(\frac{L_{B1}^3}{d_{B1}^4} + \frac{L_{B2}^3 - L_{B1}^3}{d_{B2}^4} + \frac{L_{B3}^3 - L_{B2}^3}{d_{B3}^4} \right)$$

$$F_{BY} = -6'623 \text{ N}$$

$$\tan \alpha'_{BFBY} = \alpha'_{BFBY}$$

$$\alpha'_{BFBY} = -0,310 \cdot 10^{-3}$$

$$f_{BFBY} = -49,48 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

Şekil 49, F_{Y2} den doğan sehim ve eğim

$$\alpha'_{BFBY2} = \frac{10,19 \cdot F_{Y2}}{E} \cdot \left(\frac{L_{F2}^2}{d_{B2}^4} + \frac{L_{F2Z}^2 - L_{F2}^2}{d_{B3}^4} \right)$$

$$f_{BFBY2} = \frac{6,79 \cdot F_{Y2}}{E} \cdot \left(\frac{L_{F2}^3}{d_{B2}^4} + \frac{L_{F2Z}^3 - L_{F2}^3}{d_{B3}^4} \right) + \alpha'_{F2Y2} \cdot L_{FB}$$

$$F_{Y2} = 11'495 \text{ N}$$

$$\tan \alpha'_{BFBY2} = \alpha'_{BFBY2}$$

$$\alpha'_{BFBY2} = 0,088 \cdot 10^{-3}$$

$$f_{BFBY2} = 21,14 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$$

XZ – Düzleminin bilançosu:

"f _{AZ} " sehimi:	$f_{AZ} = f_{AFAZ} + f_{AFZ1}$	$f_{AZ} = 49,98 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$
"f _{BZ} " sehimi:	$f_{BZ} = f_{BFBZ} + f_{BFZ2}$	$f_{BZ} = 130,36 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$
"α' _{AZ} " sehimi:	$\alpha'_{AZ} = \alpha_{AFAZ} + \alpha_{AFZ1}$	$\alpha'_{AZ} = 0,459 \cdot 10^{-3}$
"α' _{BZ} " sehimi:	$\alpha'_{BZ} = \alpha_{BFBZ} + \alpha_{BFZ2}$	$\alpha'_{BZ} = 0,902 \cdot 10^{-3}$
"α _{AZ} " sehimi:	$\alpha_{AZ} = \alpha'_{AZ} + \frac{f_{BZ} - f_{AZ}}{L}$	$\alpha_{AZ} = 0,00063$
"α _{BZ} " sehimi:	$\alpha_{BZ} = \alpha'_{BZ} + \frac{f_{AZ} - f_{BZ}}{L}$	$\alpha_{BZ} = 0,00073$
F ₁ deki sehim "f _{F1} "	$f_{F1} = f_{AZ} - L_{FA} \cdot \frac{f_{AZ} - f_{BZ}}{L}$	$f_{F1} = 0,073 \text{ mm}$

XY – Düzleminin bilançosu:

"f _{AY} " sehimi:	$f_{AY} = f_{AFBY} + f_{AFY1}$	$f_{AY} = 49,98 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$
"f _{BY} " sehimi:	$f_{BY} = f_{BFBY} + f_{BFY2}$	$f_{BY} = -28,34 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$
"α' _{AY} " sehimi:	$\alpha'_{AY} = \alpha_{AFAY} + \alpha_{AFY1}$	$\alpha'_{AY} = -0,018 \cdot 10^{-3}$
"α' _{BY} " sehimi:	$\alpha'_{BY} = \alpha_{BFBY} + \alpha_{BFY2}$	$\alpha'_{BY} = -0,305 \cdot 10^{-3}$
"α _{AY} " sehimi:	$\alpha_{AY} = \alpha'_{AY} + \frac{f_{BZ} - f_{AZ}}{L}$	$\alpha_{AY} = 0,00015$
"α _{BY} " sehimi:	$\alpha_{BY} = \alpha'_{BY} + \frac{f_{AZ} - f_{BZ}}{L}$	$\alpha_{BY} = 0,00047$
F ₁ deki sehim "f _{F2} "	$f_{F2} = f_{AY} - L_{FB} \cdot \frac{f_{AZ} - f_{BZ}}{L}$	$f_{F2} = 0,021 \text{ mm}$

Sonuç:

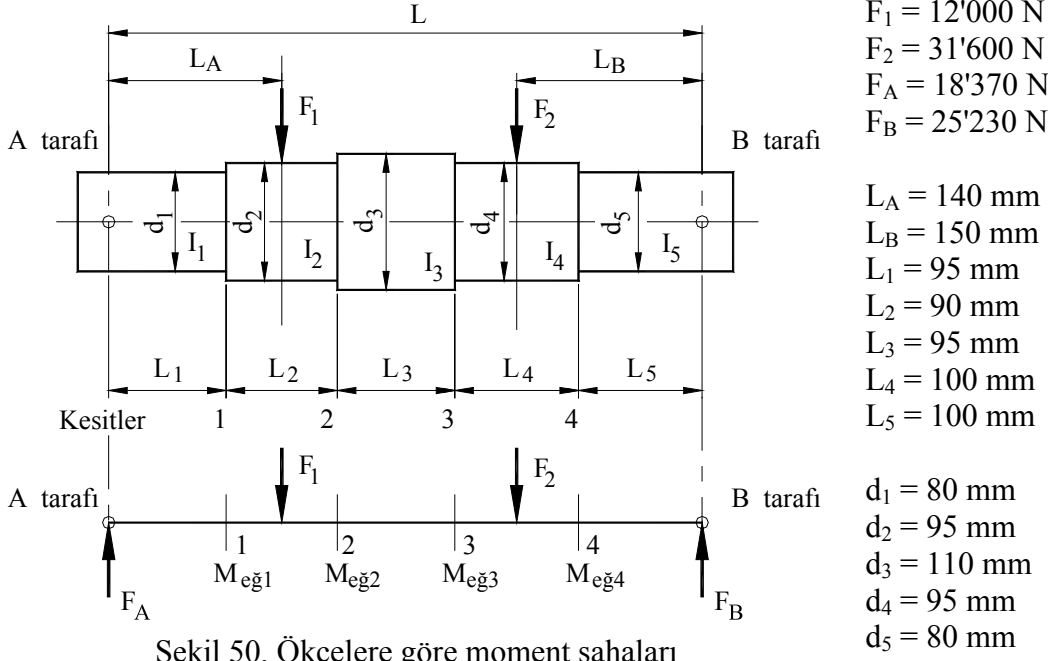
A Yatağındaki toplam eğim "α _A ":	$\alpha_A = \sqrt{\alpha_{AY}^2 + \alpha_{AZ}^2}$	<u><u>α_A = 0,00064</u></u>
B Yatağındaki toplam eğim "α _B ":	$\alpha_B = \sqrt{\alpha_{BY}^2 + \alpha_{BZ}^2}$	<u><u>α_B = 0,00087</u></u>
Toplam sehim " f _{Top} ":	$f_{Top} = \sqrt{f_{F1}^2 + f_{F2}^2}$	<u><u>f_{Top} = 0,076 mm</u></u>

2.2.5.2 Örnek 1, Redüktör ara milinde hesaplanan milin, çizimsel olarak, sehim ve eğimleri

Çözüm:

1. İlk yapılacak iş:

Elektronik çizim imkanları ile herhangi bir CAD sistemi ile 1:1 ölçekli olarak çizimler yapılır.



Şekil 50, Ökçelere göre moment sahaları

Kesitlerdeki momentler hesaplanır:

$$M_{eğ1} = F_A \cdot L_1$$

$$M_{eğ2} = F_A \cdot (L_1 + L_2) - F_1 \cdot L_2 / 2$$

$$M_{eğ3} = F_B \cdot (L_4 + L_5) - F_2 \cdot L_4 / 2$$

$$M_{eğ4} = F_B \cdot L_5$$

$$M_{eğ1} = 1'745,15 \text{ Nm}$$

$$M_{eğ2} = 2'858,45 \text{ Nm}$$

$$M_{eğ3} = 3'466,00 \text{ Nm}$$

$$M_{eğ4} = 2'523,00 \text{ Nm}$$

Kesitlerin atalet momentleri:

$$I_1 = \frac{\pi \cdot d_1^4}{64}$$

$$I_1 = 2'010'619 \text{ mm}^4$$

$$I_2 = \frac{\pi \cdot d_2^4}{64}$$

$$I_2 = 3'998'198 \text{ mm}^4$$

$$I_3 = \frac{\pi \cdot d_3^4}{64}$$

$$I_3 = 7'186'884 \text{ mm}^4$$

$$I_4 = \frac{\pi \cdot d_4^4}{64}$$

$$I_4 = 3'998'198 \text{ mm}^4$$

$$I_5 = \frac{\pi \cdot d_5^4}{64}$$

$$I_5 = 2'010'619 \text{ mm}^4$$

2. yapılacak iş:

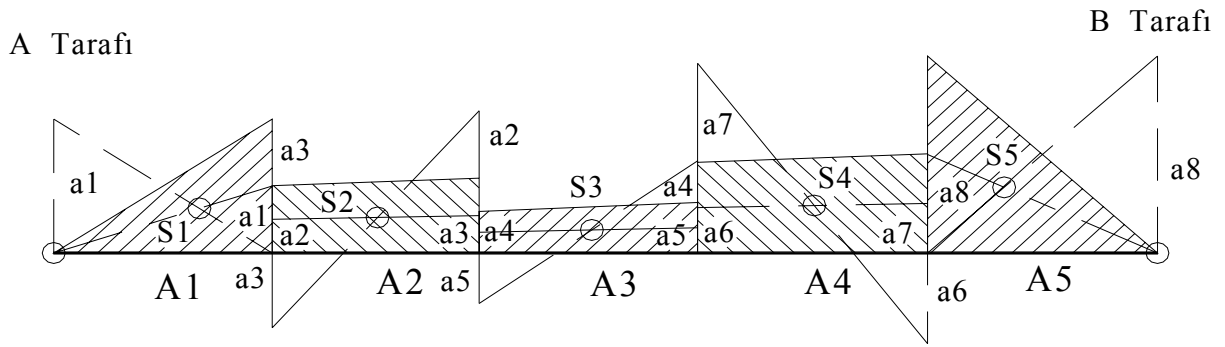
Mili ökçelerine göre parçalayıp kesitlerdeki momentleri ve atalet momentleri hesapladıktan sonra, momentlerin atalet momentlerine olan oranı "Q" faktörü olarak bulunur: $Q = M_{eğ} / I_{eğ}$

Faktor Q bulunduktan sonra moment alanlarını ölçekli çizilebilmek için kenarlar Q faktörü ile hesaplanır:

$$a = Q \cdot M_Q$$

M_Q ölçek faktörü olarak kabul edilen bir değerdir. Burada $M_Q = 1 : 50$, yani $M_Q = 0,02$ olarak kabul edelim.

Moment alanlarının ölçekli çizilmesi



Şekil 51, Ölçekli moment alanları

- S₁ li alan için: $Q_1 = M_{eğ1} / I_1$ $Q_1 = 0,86797 \text{ N/mm}^3$
 $a_1 = Q_1 / M_{Q1}$ $a_1 = 43,3983 \text{ mm}$
- S₂ li alan için: $Q_2 = M_{eğ2} / I_2$ $Q_2 = 0,43648 \text{ N/mm}^3$
 $a_2 = Q_2 / M_{Q2}$ $a_2 = 21,8242 \text{ mm}$
 $Q_3 = M_{eğ3} / I_3$ $Q_3 = 0,71493 \text{ N/mm}^3$
 $a_3 = Q_3 / M_{Q3}$ $a_3 = 35,7467 \text{ mm}$
- S₃ lü alan için: $Q_4 = M_{eğ4} / I_4$ $Q_4 = 0,39773 \text{ N/mm}^3$
 $a_4 = Q_4 / M_{Q4}$ $a_4 = 19,8866 \text{ mm}$
 $Q_5 = M_{eğ5} / I_5$ $Q_5 = 0,48227 \text{ N/mm}^3$
 $a_5 = Q_5 / M_{Q5}$ $a_5 = 24,1134 \text{ mm}$
- S₄ lü alan için: $Q_6 = M_{eğ6} / I_6$ $Q_6 = 0,86689 \text{ N/mm}^3$
 $a_6 = Q_6 / M_{Q6}$ $a_6 = 43,3445 \text{ mm}$
 $Q_7 = M_{eğ7} / I_7$ $Q_7 = 0,63103 \text{ N/mm}^3$
 $a_7 = Q_7 / M_{Q7}$ $a_7 = 31,5517 \text{ mm}$
- S₅ li alan için: $Q_8 = M_{eğ8} / I_8$ $Q_8 = 1,25484 \text{ N/mm}^3$
 $a_8 = Q_8 / M_{Q8}$ $a_8 = 62,7418 \text{ mm}$

Şimdi ağırlık merkezlerini "S" çizim yoluyla bulup moment alanlarına eşdeğer kuvvetleri bulalım.

$$F_{S1} = 0,5 \cdot M_Q \cdot a_1 \cdot L_1 \quad F_{S1} = 41,22840 \text{ N}$$

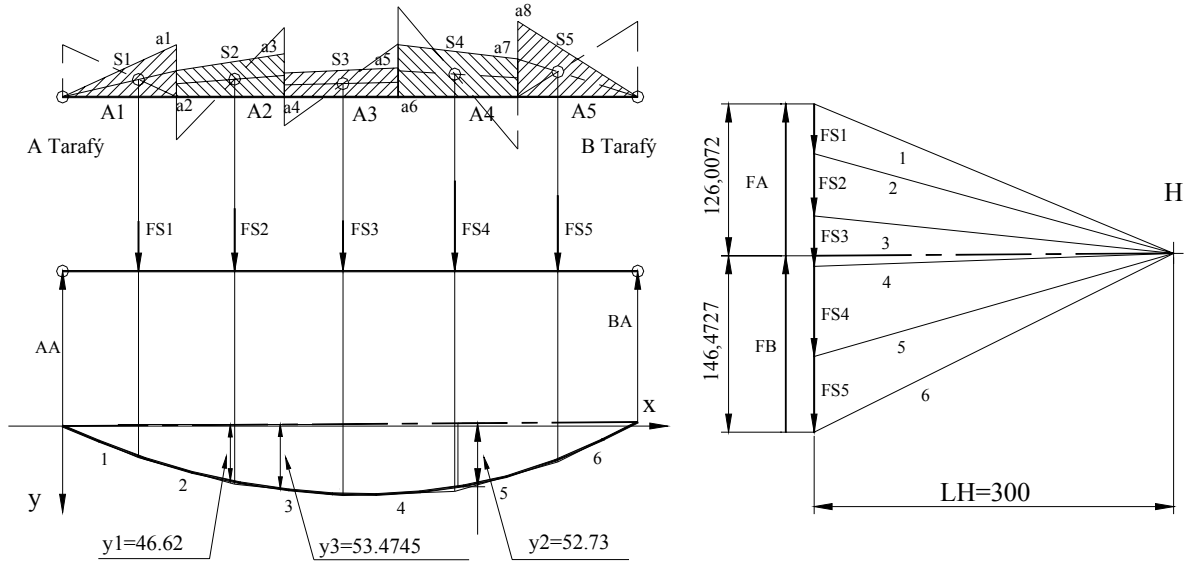
$$F_{S2} = 0,5 \cdot M_Q \cdot (a_2 + a_3) \cdot L_2 \quad F_{S2} = 51,81384 \text{ N}$$

$$F_{S3} = 0,5 \cdot M_Q \cdot (a_4 + a_5) \cdot L_3 \quad F_{S3} = 41,79995 \text{ N}$$

$$F_{S4} = 0,5 \cdot M_Q \cdot (a_6 + a_7) \cdot L_4 \quad F_{S4} = 74,89624 \text{ N}$$

$$F_{S5} = 0,5 \cdot M_Q \cdot a_8 \cdot L_5 \quad F_{S5} = 62,74186 \text{ N}$$

Bundan sonra eşdeğer kiriş moment alanlarına eşdeğer kuvvetlerle ölçekli çizilir. Sonra kuvvetler planı serbestçe seçilen " $L_H = 300$ mm" uzaklıktaki "H" noktası ile çizilir.



Şekil 52, Kuvvetler planıyla eşdeğer kiriş

Elastiklik modülü

$$E = 210000 \text{ N/mm}^2$$

- Pinyon ve dişlinin bulunduğu yerlerdeki sehimler f_1 ve f_2

Milin herhangi bir yerindeki sehim:

$$f_x = \frac{y_x \cdot L_H}{E}$$

1. yerdeki sehim

$$f_1 = \frac{y_1 \cdot L_H}{E} = \frac{46,62 \cdot 300}{210000}$$

$$f_1 = 0,067 \text{ mm}$$

2. yerdeki sehim

$$f_2 = \frac{y_2 \cdot L_H}{E} = \frac{52,73 \cdot 300}{210000}$$

$$f_2 = 0,075 \text{ mm}$$

3. yerdeki sehim

$$f_3 = \frac{y_3 \cdot L_H}{E} = \frac{53,4745 \cdot 300}{210000}$$

$$f_3 = 0,07639 \text{ mm}$$

- Yataklardaki eğimler α_A ve α_B

Eğim açısı

$$\alpha_A = \frac{F_A}{E} \quad \alpha_B = \frac{F_B}{E}$$

Şekil 52 den

$$F_A = 126,0072 \text{ N} \quad F_B = 146,4727 \text{ N}$$

A Yatağındaki eğim :

$$\alpha_A = \frac{126,0072}{210000}$$

$$\alpha_A = 0,0006$$

B Yatağındaki eğim :

$$\alpha_B = \frac{146,4727}{210000}$$

$$\alpha_B = 0,0007$$

Dikkat: Hakiki sehim hesaplanan sehimden daima daha küçüktür. Çünkü; pratikte hiçbir zaman bir kuvvet bir noktadan etki etmez.

Karşılaştırma:

	Anolitik	Çizimsel
Pinyonun bulunduğu yerdeki sehim	$f = 0,076 \text{ mm}$	$0,07639$
A Yatağındaki eğim	$\alpha_A = 0,00064$	$0,0006$
B Yatağındaki eğim	$\alpha_B = 0,00087$	$0,0007$

3 Titreşim hesapları (kritik devir sayıları)

Kritik devir sayıları genelde iki şekilde görülürler:

1. Eğilme titreşimleri, eğilmede kritik devir sayıları, eğilme zorlanmasından oluşur.
2. Burulma (torsiyon) titreşimleri, burulma kritik devir sayıları, burulma zorlanmasından oluşur.

3.1 Eğilme titreşimleri, eğilmede kritik devir sayıları

Akslar ve miller diğer konstruksiyon elemanlarını taşırlar. Akslar ve miller böylece hareket, kuvvet ve moment iletirler. Bu fonksiyonları esnasında elastik olarak çalışırlar ve taşıdıkları elemanlarla beraber bir *"titreşim sistemi"* oluştururlar.

Dönen bir sistemde sistemin ağırlık merkezi ile teoretik sehim eksenini, imalat toleranslarından dolayı, hiç bir zaman çakışmayacaktır. Buda oldukça önemli olan sistemdeki salgıyı doğurur. Salgıdan oluşan kuvvetler kritik anlarda akslar ve millerin kırılmasına sebep olur.

Dönen sistemin devir sayısı (titreşimi) kendi özgül titreşimi ile aynı büyüklükte olursa, buna "Rezonans" veya *"kritik devir sayısı"* denir. Kritik devir sayısı veya rezonansın sayısı aks veya milin taşıdığı kitle sayısına bağlıdır.

Bu hesaplar yapılmayıp ve gereken önlemler alınmassa sistem gittikçe büyüyen titreşimlerle kırılana kadar çalışır. Çeşitli önlemlerle, örneğin konstruksiyonda parçaların hassas olarak işlenmeleri ve salgılarının alınmaları ile, işletmedeki devir sayısı kritik devir sayısı (rezonans) ile çakıştırılmaz.

İşletmede en ideal durum işletme devir sayısının kritik devir sayısını %20 daha altında olmasıdır. Bu bazı özel hallerde; örneğin, Turbocharger'da (Turbolader, dizel motoru yükleyicisi) işletme devir sayısı ikinci ile üçüncü kritik devir sayısı arasındadır. $n_{k1} < n_{k2} < n_{i\text{ş}} < n_{k3}$

Dikkat: Dış kuvvetlerin sistemin titreşimine hiçbir etkileri olmaz.

Bir sistemin kritik devir sayısını hesaplamak çok zordur. Çünkü;

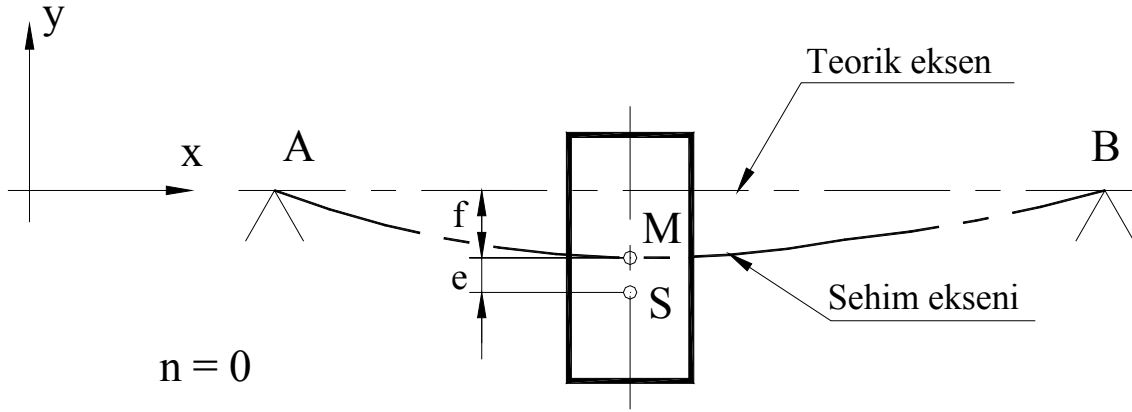
- yataklar hiçbir zaman ideal rijit olamaz, Yataklar ve bağlı konstruksiyonlarda titreşir ve ek kritik devir sayıları oluştururlar.
- Sönümlenme sistemi ve sönümlenme elemanlarını belirleme ve kullanma zordur.
- Sistemdeki elemanların asimetric konumları ek özgül titreşimler oluşturur.

Burada eğilme titreşimlerini üç grupta inceleyeceğiz.

1. İki uçtan yataklanmış tek kütleli aks veya mil.
2. İki uçtan yataklanmış çok kütleli aks veya mil.
3. Sabit çaplı (kesitli) kütleli aks veya mil.

3.1.1 İki uçtan yataklanmış tek kütleli aks veya mil

Dönmeyen hareketsiz duran oynak yataklanmış bir mil veya aks kendi özgül ağırlığı ve dış kuvvetler etkisiyle eğilmeye zorlandığını kabul edelim (Şekil 53). Bu durumda mil veya aks belirli bir ölçüde "f" kadar sehimi olur. Hareketsizliği ağırlık merkezinin durumuna göredir. Mil veya aks sanki bir kirişmiş gibi statik bakımdan analizi ve hesapları yapılır.



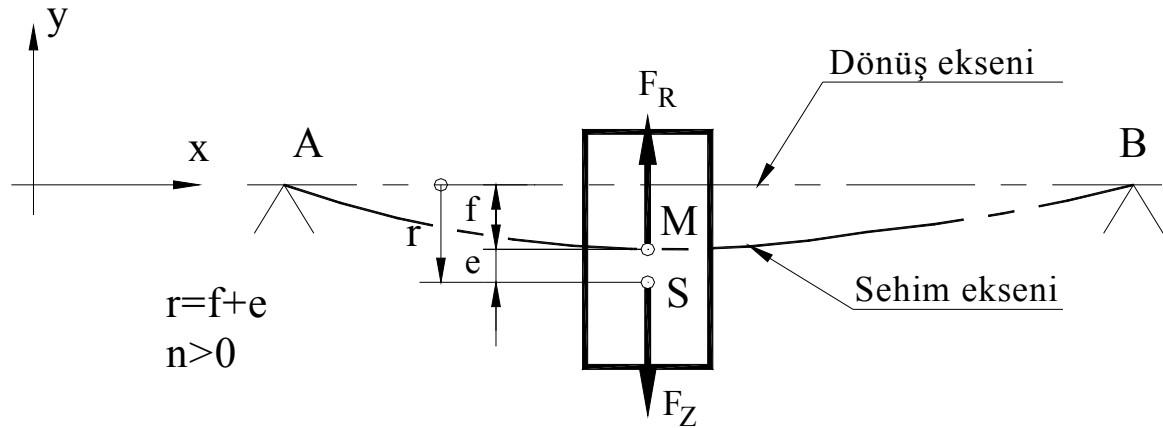
Şekil 53, Hareketsiz mil veya aks

Şekil 53 deki sembollerin anlatımı:

- M Mil üzerindeki kasağın (kütlenin) orta noktası
- S Kasağın (kütlenin) ağırlık merkezi
- f Sistemin kasağın (kütlenin) bulunduğu yerdeki sehimi
- e Orta nokta M ile ağırlık merkezi S arasındaki mesafe

Şekil 53 deki sistem teorik eksenini etrafında dönmeye başlarsa kasağın orta noktası "M" sistemin teorik ekseninden " f " kadar sarkar. Biz buna normalde yaylanma yolu deriz.

Böylece burada dinamik zorlanma, kritik devir sayısı gibi, başlar. Bu dinamik zorlanma ve sonuçları statik hesabın dışında ayrıca hesaplanır.



Şekil 54, Dönen mil veya aks

Burada mil veya aksı kütleli ve kasağı teorik bir eksen etrafında döndüğünü kabul edersek, sistemin çalışması için kasağın eşitlik şartının bulunması gereklidir.

$$\sum F_y = 0 \longrightarrow F_R - F_Z = 0 \quad F(52)$$

F_y	N	Y yönündeki kuvvetler
F_R	N	Elastik kuvvet, geri tepme kuvveti
F_Z	N	Merkezkaç kuvveti

Elastik kuvvet, geri tepme kuvveti, bak 3.1.1.1

$$F_R = c \cdot y$$

Merkezkaç kuvveti, bak 3.1.1.2

$$F_Z = m \cdot (y + e) \cdot \omega^2$$

Bu değerleri F(52) de yerleştirirsek:

$$m \cdot (y + e) \cdot \omega^2 - c \cdot y = 0$$

Bu denklemleri sehim "y" ye göre çözersek:

$$m \cdot y \cdot \omega^2 + m \cdot e \cdot \omega^2 - c \cdot y = 0$$

$$y \cdot (m \cdot \omega^2 - c) + m \cdot e \cdot \omega^2 = 0$$

$$y = \frac{m \cdot e \cdot \omega^2}{c - m \cdot \omega^2} \quad /m \cdot \omega^2$$

$$y = \frac{e}{\frac{c}{m \cdot \omega^2} - 1}$$

Eğer payda sıfır olursa sehim "y" sonsuz büyük olur:

$$\frac{c}{m \cdot \omega^2} - 1 = 0$$

$$\frac{c}{m \cdot \omega^2} = 1$$

$$c = m \cdot \omega^2$$

$$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}}$$

F(53)

ω	m/s	Açısal hız
c	N/mm	Yay sabitesi
m	kg	Kütle

Eğer açısal hız (zgl titreşim) bu şartı yerine getirirse, sehim sonsuz ($f = y = \infty$) olacaktır. Buda dönen cismin kırılıp veya kopacağını gösterir. Bu durumda bu şartı yerine getiren açısal hıza "**kritik açısal hız**" denir ve şu şekilde yazılır:

$$\omega_k = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

Diğer taraftan açısal hız $\omega = \pi \cdot n / 30$ dur ve kritik açısal hızı ve kritik devir sayısını oluşturur dersek:

$$\omega_k = \pi \cdot n_k / 30$$

Bu iki denklemi eşitlersek:

$$\pi \cdot \frac{n_k}{30} = \sqrt{\frac{c}{m}} \quad \text{kritik devir sayısını buluruz.}$$

$$\boxed{n_k = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{c}{m}}}$$

F(54)

n_k	s^{-1}	Kritik devir sayısı
c	N/mm	Yay sabitesi
m	kg	Kütle

Yay sabitesi
Kütle

$$c = F / f$$

$$m = F / g$$

Bu değerleri F(54) de yerleştirirsek:

$$n_k = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{G/f}{G/g}} \quad n_k = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{g}{f}}$$

Bu formilde pratikte kullanılan değerleri, sehim f yi "mm", yer çekimi ivmesini " g = 9806,65 mm/s² " olarak yerleştirirsek:

$$n_k = \frac{30}{\pi} \sqrt{\frac{9806,65}{f}}$$

Böylece tek kütleli yataklanmış mil veya aksda kritik devir sayısı şu formülle hesaplanır.

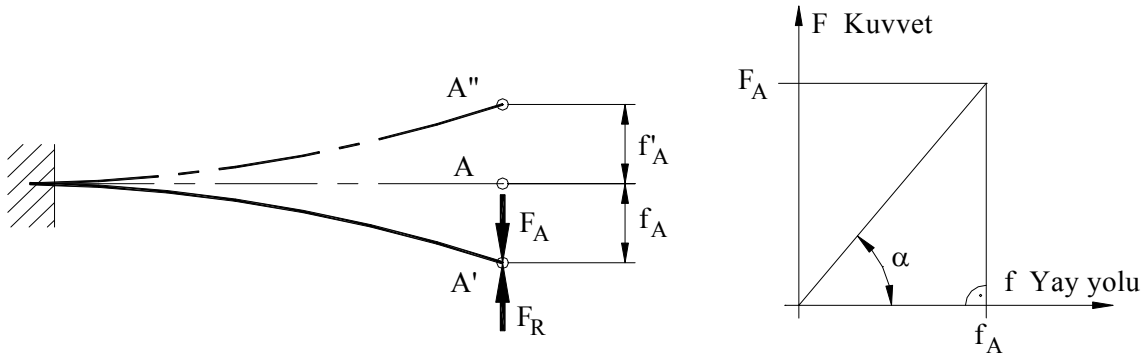
$$n_k = k \cdot 950 \sqrt{\frac{1}{f}}$$

F(55)

n_k	s^{-1}	Kritik devir sayısı
k	1	Yataklamaya göre düzeltme faktörü
		Normal yataklama $k = 1,0$
		Uçlar sıkı $k = 1,3$
		Portafo $k = 0,9$
f	mm	Kitlenin olduğu yerdeki sehim

3.1.1.1 Elastik kuvvet, geri tepme kuvveti "F_R"

Bir tarafından yataklanmış portafo çalışan bir kiriş, uç noktası "A" dan "F_A" kuvveti ile zorlarsak, "f_A" boyu kadar kuvvet yönünde yaylanır. Böylece kirişe enerji yüklenmiş olur. Kiriş A' noktasında denge şartını yerine getirmelidir. Denge şartını şu şekilde gösteririz.



Şekil 55, Elastik kuvvet, geri tepme kuvveti

$$\sum F_y = 0 \longrightarrow F_A - F_R = 0$$

Zorlama kuvveti F_A ters yönden etki eden yaylanma veya geritepme kuvveti F_R ye büyüklük bakımından eşit olmalıdır. Böylece F_A = F_R bulunur.

Kuvvet-Yol diyagramından :

$$\tan \alpha = \frac{\Delta F}{\Delta f} \quad \text{eğer bu hareketş lineer olarak alırsak;}$$

$$\tan \alpha = c = \frac{F}{f} = \frac{F_A}{f_A} \quad \text{bulunur.}$$

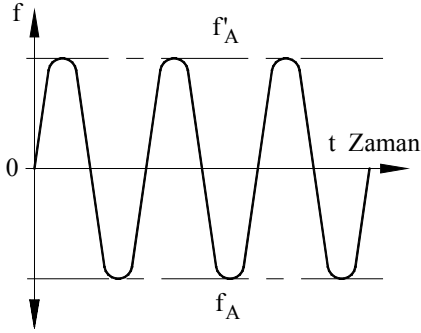
Buradanda: $F_A = F_R = c \cdot y$ bulunur ve genel olarak şu formül yazılır::

$$F_R = c \cdot y \quad F(56)$$

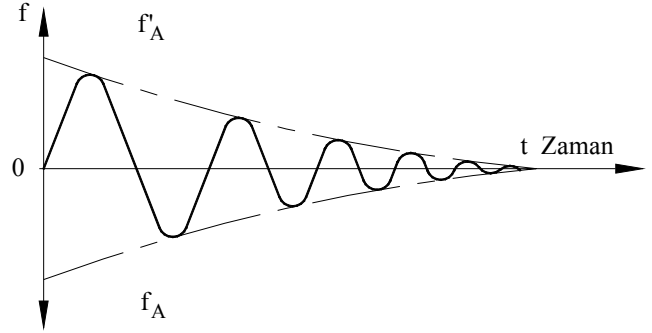
c	N/mm	Yay sabitesi
F	N	Kuvvet
y	mm	Yaylanma yolu

Milde bu formül şu hali alır: $F_R = c \cdot f_A$ $F(57)$

Eğer yorlama kuvveti F_A yı kaldırırsak, A' noktası ters yönden, eğer hiçbir şekilde kayıp olmasa, A" noktasına kadar gelir ve $f_A' = f_A$ yolunu alır.



Şekil 56, Teorik titreşim



Şekil 57, Pratikteki titreşim

İç sürtünme kuvvetinden ötürü zorlama kuvveti gittikçe küçülecek ve belirli bir zaman sonra titreşim duracaktır. Bu zaman içinde parça belirli bir sayıda hareket edecektir. Bu hareket sayısına "**titreşim sayısı**" veya "**özgül titreşim sayısı**" denir. Titreşim sayısının kuvvetle hiç bağıntısı yoktur. Parça bütün çeşitli kuvvet etkisinde aynı sayıda titreşir. Her parça kendine has "**özgül titreşim sayısı**" na sahiptir.

Eğer bir parça belirli bir ritmiklerle zorlanırsa rezonansa kadar titreşimler ulaşır. Bu eğilme ve burulma titreşimlerinde geçerlidir.

3.1.1.2 Merkezkaç kuvveti " F_Z "

Eğer bir kütle bir nokta etrafında sabit bir mesafede dönme hareketi yapıyorsa, şu kuvvetler oluşur:

Merkezkaç kuvveti = Kütle x merkezkaç ivmesi

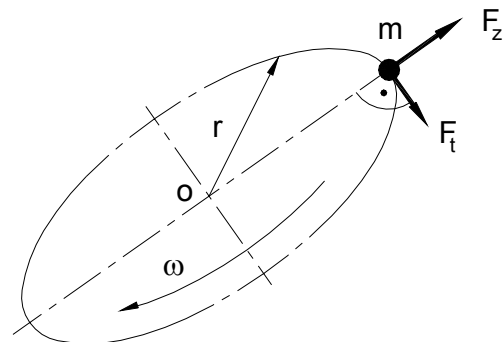
$$F_Z = m \cdot b$$

Merkezkaç ivmesi = Yarıçap x Açısal hızın karesi

$$b = r \cdot \omega^2$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

m	kg	Kütle
b	m/s ²	Merkezkaç ivmesi
r	m	Yarıçap
ω	s ⁻¹	Açısal hız
n	s ⁻¹	Devir sayısı
F_Z	N	Merkezkaç kuvveti



Şekil 58, Merkezkaç kuvveti

Pratikte kullanılan devir sayısı d/dak olduğu için devir sayısını d/dak olarak alırsak:

$$\omega = \pi \cdot n / 30$$

Burada, milde; $F_Z = m \cdot r \cdot \omega^2$ ve yarıçap $r = y + e$ olarak yerleştirilirse:

$$F_Z = m \cdot (y + e) \cdot \omega^2 \quad F(58)$$

F_Z	N	Merkezkaç kuvveti
m	kg	Kütle
y	mm	Yaylanma yolu
e	mm	Parçada orta nokta M ile ağırlık merkezi S arasındaki mesafe, bak Şekil 53
ω	s^{-1}	Açısal hız

3.1.2 İki taraftan yataklanmış çok parçalı mil

Eğer bir mil "n" sayıda parçaları (kütleleri) taşıyorsa, o milin "n" sayıda kritik devir sayısı var demektir.

Pratikte genel olarak yalnız en küçük kritik devir sayısı (ana titreşim veya 1. derece titreşim) hesaplanır ve konstruksiyon buna göre yapılır. Düşer kritik devir sayıları ancak özel hallerde hesaplanır.

Tam ve doğru olarak kritik devir sayısını bulmak oldukça çetrefilli bir iştir. Sönümlenmeler, salgılar ve ek konstruksiyonların etkisi tam olarak belirlenemez. Pratikte normal çift yataklı ve çok kütleli milin en küçük kritik devir sayısı yaklaşık olarak şu kaba formülle hesaplanır.

$$n_{kegl} = 950 \sqrt{\frac{1}{f_{max}}} \quad F(59)$$

n_{kegl}	d/dak	En küçük kritik devir sayısı
f_{max}	mm	Mil veya aksın en büyük sehimi

Hatırlatma:

Mil veya aksın en büyük sehimi " f_{max} " taşınan parçaların olduğu yerdeki en büyük sehimdir. Bunu milin en büyük sehimi ile karıştırmamak gerektir. Kritik devir sayısı hesabında kullanılacak sehim, yalnız dönen parçaların kendi öz ağırlıklarından doğan sehimdir. Tektaraftan etki gösteren dişli basıncı, kayış basıncı gibi kuvvetlerin merkezkaç kuvveti gibi etkisi olmadığından kritik devir sayısına hiçbir şekilde etkili olamazlar.

Kritik devir sayısı milin durumunada bağlı değildir. Milin yatay, dikey veya herhangi bir durumda çalışması kritik devir sayısını etkilemez. Kritik devir sayısı her durumda aynıdır.

Hakikatte kritik devir sayısı hesaplanan değerinin aşağı yukarı %5 altındadır.

3.1.3 Ek kütleli sabit çaplı miller, çubuklar

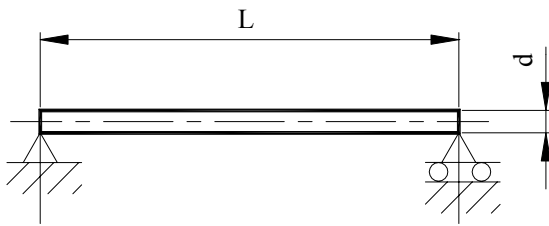
Sabit çaplı mili sonsuz sayıda küçük disklerden oluşmuş kabul edebiliriz. Bu durumda sabit çaplı milin sonsuz kritik devir sayısı vardır. Pratikte en küçük kritik devir sayısı (ana frekans) hesaplanır.

Dubbel'a göre kritik devir sayıları şu şekilde hesaplanır. Aşağıda Şekil 59 dan Şekil 61 e kadarki resimlerdeki ve formüllerde ölçüler "mm" ve elastiklik modülü $E = 211\,000\text{ N/mm}^2$, özgül ağırlığı $\rho = 7,8\text{ kg/dm}^3$ olan çelik malzemeler için geçerlidir. Elastiklik modülü veya özgül ağırlığı değişik olan malzemeler için şu düzeltme faktörü kullanılır:

$$k_{Dü} = 6,1 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt{E/\rho}$$

Sonuç d/dak olarak çıkar. Kritik devir sayısını d/s olarak hesaplamak istersek sonucu 60 ile bölmemiz gerekir.

Klasik yataklanmış çubuk mil

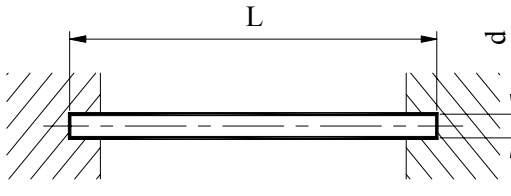


$$n_{keğ1} = 122,5 \cdot 10^6 \cdot \frac{d}{L^2} \quad F(60)$$

Şekil 59, Klasik yataklanmış çubuk mil

$$n_{keğ2} = 4 \cdot n_{keğ1} , n_{keğ3} = 9 \cdot n_{keğ1} , n_{keğ4} = 16 \cdot n_{keğ1} , \text{v.s.}$$

İki ucu sıkı çubuk mil:

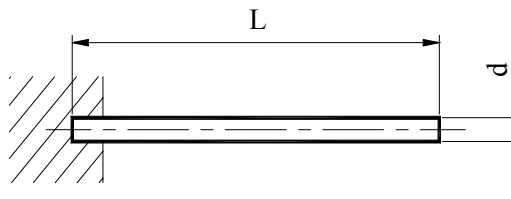


$$n_{keğ1} = 277,7 \cdot 10^6 \cdot \frac{d}{L^2} \quad F(61)$$

Şekil 60, İki ucu sıkı çubuk mil

$$n_{keğ2} = 2,8 \cdot n_{keğ1} , n_{keğ3} = 5,4 \cdot n_{keğ1} , n_{keğ4} = 8,9 \cdot n_{keğ1} , \text{v.s.}$$

Bir ucu sıkı ikinci ucu portafö çubuk mil



$$n_{keğ1} = 43,6 \cdot 10^6 \cdot \frac{d}{L^2} \quad F(62)$$

Şekil 61, Bir ucu sıkı ikinci ucu portafö çubuk mil

$$n_{keğ2} = 6,267 \cdot n_{keğ1} , n_{keğ3} = 17,55 \cdot n_{keğ1} , n_{keğ4} = 34,41 \cdot n_{keğ1} , \text{v.s.}$$

3.1.4 Eğilme titreşimi için hatırlatmalar

1. Dış kuvvetler merkezkaç kuvveti etkisinde olmadıklarından kritik devir sayısına hiçbir surette etki edemezler.
2. Kritik devir sayısı milin durumunada bağlı değildir (bak Şekil 62). Milin yatay, dikey veya herhangi bir durumda çalışması kritik devir sayısını etkilemez. Kritik devir sayısı her durumda aynıdır.
3. Rezonansın olmaması için işletme devir sayısı kritik devir sayısının ya üstünde veya altında olmalıdır. Her halde emniyetli seçim yapmak için işletmedeki devir sayısını $\pm\%10...15$ hesaplanan kritik devir sayısına göre seçmekte fayda vardır. Kritik ve özel durumlarda dahi gayet emin olmak $\pm\%30$ ile sağlanır. Örneğin:

İşletme devir sayısı kritik devir sayısının altında; $n \leq (0,85...0,9) \cdot n_k$

İşletme devir sayısı kritik devir sayısının üstünde; $n \geq (1,1...1,15) \cdot n_k$

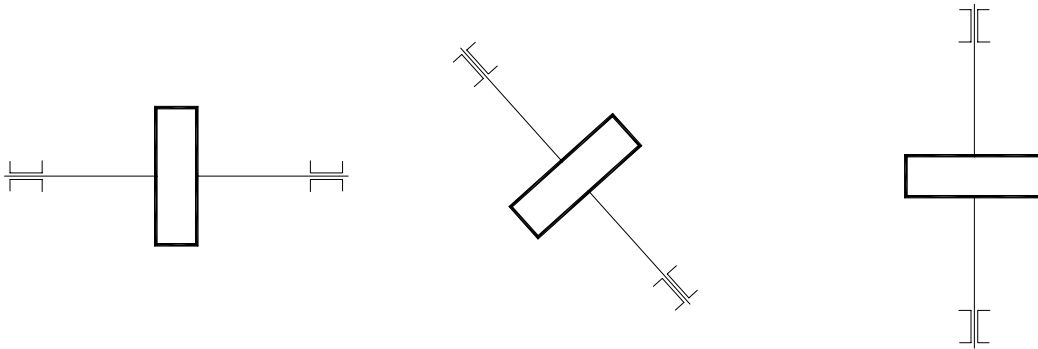
Miller kritik devir sayısının üstünde daha sakın dönerler. Kritik devir sayısını çok çabuk geçmekte fayda vardır. Böylelikle çok az titreşime fırsat verilir.

İşletme devir sayısı kritik devir sayısının ne tam kesirli ($n_k/2$; $n_k/3$, v.s. gibi) nede tam katı kadar ($2 \cdot n_k$; $3 \cdot n_k$, v.s. gibi) olmamalıdır. Eğer bu hal olursa rezonansın olması büyük ihtimaldir.

4. Kritik devir sayısının ayarlanması için ya açısal hız " ω_k " büyütülmeli veya mil veya aksın sehimi " f_{max} " küçültülmelidir. Sehimin küçültülmesi aşağıdaki formülde açıkça görülmektedir;

$$f_{max} = \frac{F \cdot L^3}{48 \cdot E \cdot I}$$

Burada ya milin boyu (yataklar arası) "L" küçültülmeli veya atalet momenti büyütülmelidir. Atalet momentini büyültmeye çapı "d" büyültmekle ulaşılır.



Şekil 62, Milin durumu

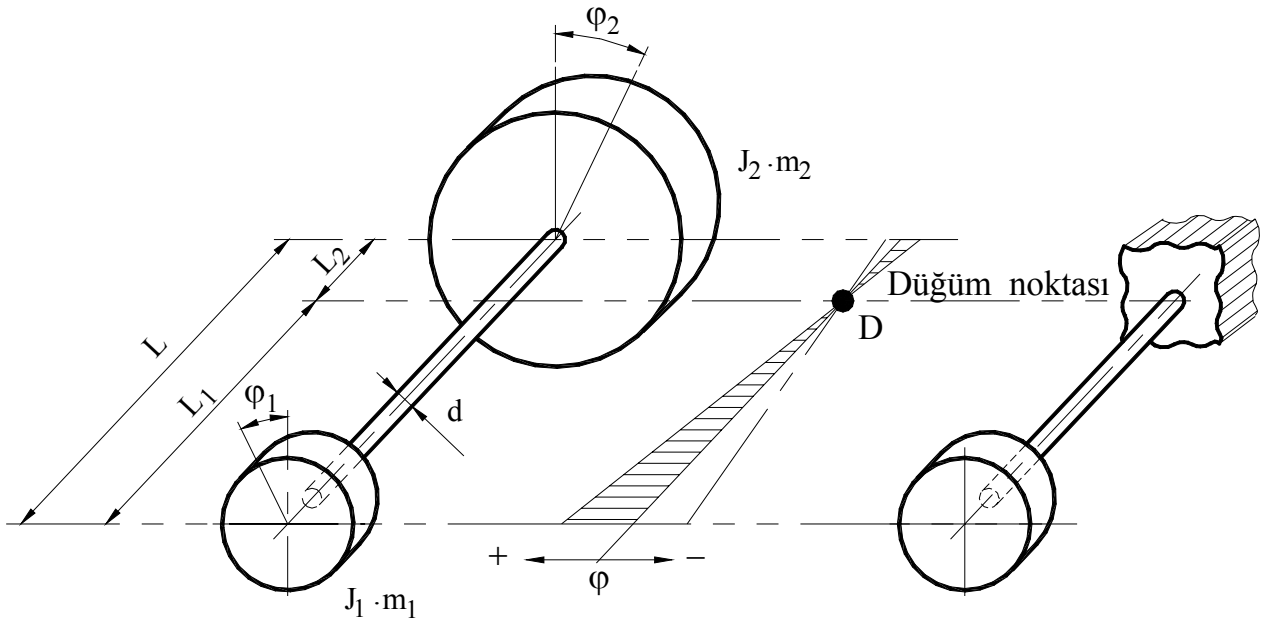
3.2 Burulma (torsiyon) titreşimleri, burulma kritik devir sayıları

Burulma (torsiyon) momenti ile darbeli zorlanan mil veya aksda, darbeler sistemin özgül titreşimine eşit olursa, titreşimler tehlikeli olabilir.

Burulma (torsiyon) titreşimleri üç şekilde incelenir:

1. Burulma pandülü
2. İki kütleli mil
3. Çok kütleli mil

En basit burulma titreşim sistemi bir burulma yayı (mil) ile bağlı iki kütlede oluşur.



Şekil 63, Burulma pandülü

3.2.1 Burulma pandülü, 1. Durum

Burulma pandülü, bir ucu sıkı veya sonsuz büyüklükte kütleyle bağlı ve diğer ucunda pandül kütlesi olan mile denir.

Bu sistemin özgül titreşimi şu formülle gösterilir:

$$\omega_k = \sqrt{\frac{c_t}{J}} \quad F(63)$$

ω_k	s^{-1}	Kritik açısal hız veya özgül burulma titreşimi
c_t	Nm/rad	Burulan sistemin yay sabitesi
J	kgm^2	Kütlesel eylemsizlik momenti

Kütlesel eylemsizlik momenti değerleri "*Makinacı için genel bilgiler*" kitapçığından alınabilir.

Yukarıda F(63) daki büyüklükler aşağıda detaylı olarak antılmıştır.

3.2.1.1 Kritik açısal hız " ω_k "

Kritik açısal hız veya özgül burulma titreşimi " ω_k " yı şu şekilde hesaplarız:

$$\omega_k = 2 \cdot \pi \cdot n_k$$

Pratikte devir sayısı d/san yerşne d/dak olarak kullanıldığından formülü d/dak çevirelim:

$$\omega_k = \frac{\pi \cdot n_k}{30} \quad \text{F(64)}$$

ω_k	d/dak	Kritik açısal hız veya özgül burulma titreşimi
n_k	d/dak	Kritik devir sayısı

3.2.1.2 Burulma yay sabitesi " c_t "

Burulma yay sabitesi " c_t " yi şu şekilde hesaplarız:

$$c_t = \frac{M_t}{\varphi}$$

$$\varphi = \varphi^\circ \cdot \frac{\pi}{180} \quad \varphi = \varphi^\circ / 57,3$$

Böylece moment zorlamasındaki burulma yay sabitesi " c_t " :

$$c_t = \frac{57,3 \cdot M_t}{\varphi^\circ} \quad \text{F(65)}$$

M_t	Nm	Burulmayı doğuran burma (torsiyon) momenti
φ°	°	Burulma açısı

3.2.1.3 Tek kütleli milin burulma kritik devir sayısı

Tek kütleli milin veya burulma pandülünün burulma kritik devir sayısını bulmak için formül F(63) ile F(64) i ele alıp ω_k eşitliğini yazarsak şu formülü buluruz:

$$\frac{n_k \cdot \pi}{30} = \sqrt{\frac{c_t}{J}}$$

$$\frac{n_k \cdot \pi}{30} = \sqrt{\frac{57,3 \cdot M_t}{\varphi^\circ \cdot J}}$$

Buradanda tek kütleli milin burulma kritik devir sayısını buluruz:

$$n_{kt} = 72,3 \cdot \sqrt{\frac{M_t}{\varphi^\circ \cdot J}} \quad \text{F(66)}$$

n_{kt}	d/dak	Burulma kritik devir sayısı
M_t	Nm	Burulmayı doğuran burma (torsiyon) momenti
φ°	derece	Burulma açısı
J	kgm ²	Kütlesel eylemsizlik momenti

3.2.2 İki kütleli mil, 2. Durum

İki kütleli milin burulma kritik devir sayısı, sistemin düğüm noktasına göre uç kütlelerin titreşimleridir.

$$\omega_k = \sqrt{\frac{c}{J}} \quad ; \quad \frac{1}{J} = \frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2}$$

$$\omega_k = \sqrt{c \cdot \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)}$$

Diğer taraftan:

$$J_1 \cdot L_1 = J_2 \cdot L_2$$

$$\frac{\Phi_1}{L_1} = \frac{\Phi_2}{L_2}$$

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{J_1}{J_2} = \frac{\Phi_1}{\Phi_2}$$

Büyük kütle tarafında küçük gerinme oluşur ve düğüm noktasına mesafesi küçüktür. Zorlayan burulma momenti değişken ve iki kütle arasında sabittir.

Buradada 1. durumdaki gibi hesapları yaparsak, iki kütleli milin burulma kritik devir sayısı şu şekilde bulunur:

$$\omega_k = \frac{\pi \cdot n_k}{30} = \sqrt{c \cdot \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)}$$

$$n_k = \frac{30}{\pi} \cdot \sqrt{c \cdot \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)}$$

$$n_k = \frac{30}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{57,3 \cdot M_t}{\varphi^o} \cdot \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)}$$

$$\boxed{n_{kt} = 72,3 \cdot \sqrt{\frac{M_t}{\varphi^o} \cdot \left(\frac{1}{J_1} + \frac{1}{J_2} \right)}} \quad F(67)$$

n_{kt}	d/dak	Burulma kritik devir sayısı
M_t	Nm	Burulmayı doğuran burma (torsiyon) momenti
φ^o	derece	Burulma açısı
J	kgm ²	Kütlesel eylemsizlik momentleri

3.2.3 Çok kütleli (ikiden fazla) mil, 3. Durum

Çok kütleli (ikiden fazla) milin (3. Durum) burulma kritik devir sayısını hesaplamak oldukça zor ve karışıktır. Eğer mil "n" kadar kütleyle sahipse, milde "n-1" kısım ve "n-1" burulma kritik devir sayısı vardır.

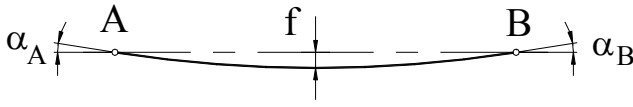
Eğer mil bir çok kütle taşıyorsa her kütle yalnızmış gibi tek tek burulma kritik devir sayıları hesaplanıp formül F(68) görülen "Dunkerley" in önerdiği şekilde toplanır.

"Dunkerley" in önerdiği burulma titreşim formülü:

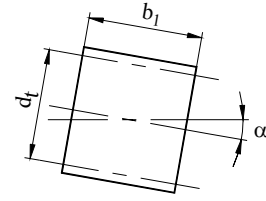
$$\boxed{\frac{1}{n_k^2} = \frac{1}{n_{k0}^2} + \frac{1}{n_{k1}^2} + \frac{1}{n_{k2}^2} + \frac{1}{n_{k3}^2} + \dots} \quad F(68)$$

Burada " n_{k0} " milin özgül burulma titreşimidir.

4 Birkaç basit konstruksiyon önerisi



Şekil 64, Aks veya milde sehimsiz ve eğimler



Şekil 65, Dişli çarkta sehimsiz ve eğimler

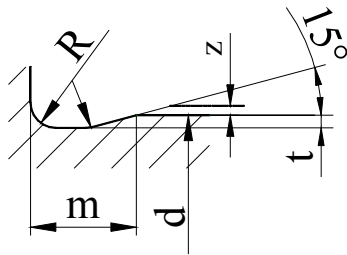
Tablo 1, Gerekli sehimsiz için önerilen sınır değerler

$f_{GER} \leq L / 5000$	Takım tezgahları için yapılan parçalarda.
$f_{GER} \leq L / 3000$	Normal şartlarda çalışan, hassas ve kaliteli imal edilmiş makinalardaki mil veya akslar, yataklar arası açıklık " L " ve $n > 1500$ d/dak.
$f_{GER} \leq L / 2000$	Normal şartlarda çalışan, hassas ve kaliteli imal edilmiş makinalardaki mil veya akslar, yataklar arası açıklık " L " ve $n < 1500$ d/dak.
$f_{GER} \leq m_n / 100$	Dişli taşıyan millerde dişlinin olduğu yerde. Veya islah edilmiş salyangoz dişlili millerde. f ve normal modul m_n mm olarak.
$f_{GER} \leq m_n / 250$	Sertleştirilmiş salyangoz dişlili millerde. f ve normal modul m_n mm olarak.

Tablo 2, Gerekli eğim açısı için önerilen sınır değerler

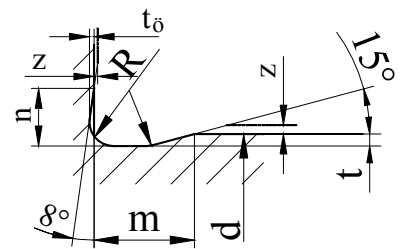
$\tan \alpha \leq 0,001$	Oynak rulmanlı yataklar ve hareketli burçlu kaygan yataklar.
$\tan \alpha \leq 0,0003$	Sabit burçlu kaygan yataklar.
$\tan \alpha \leq 0,0001$	Asimetrik konumlu dişliler veya dişli çıkma (portafo) miller. Veya $\tan \alpha \leq d_1 / (b_1 / 2) \cdot 10^{-4}$

Tablo 3, Aks ve millerde fatura oluşu için öneriler



Şekil 66

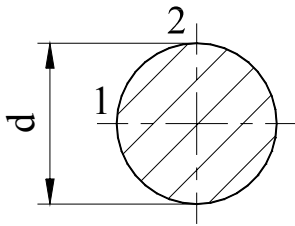
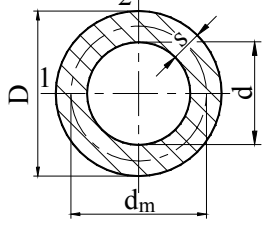
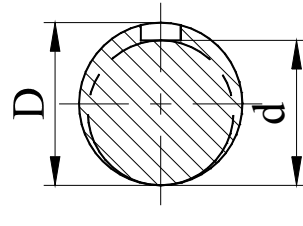
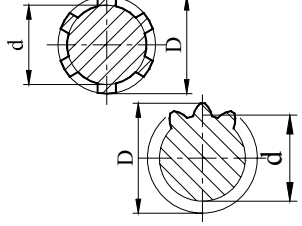
d işlenmiş ölçü
z işleme payı

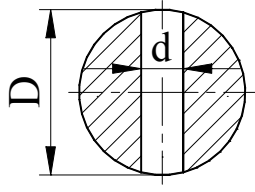
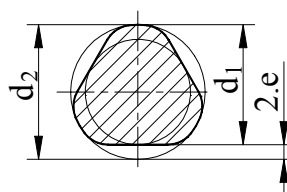
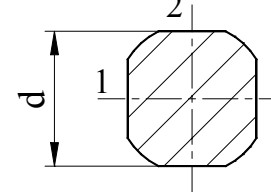
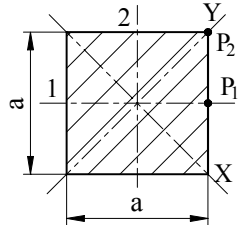


Şekil 67

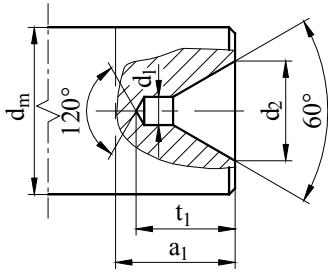
d	Normal zorlama						Değişken zorlama			
	$\leq 1,6$	$> 1,6$ $\leq 3,0$	$> 3,0$ ≤ 10	> 10 ≤ 18	> 18 ≤ 80	> 80	> 18 ≤ 50	> 50 ≤ 80	> 80 ≤ 125	> 125
R	0,1	0,2	0,4	0,6		1,0	1,6	2,5	4,0	
t	0,1		0,2		0,3	0,4	0,2	0,3	0,4	0,5
m	0,5	1,0	2,0		2,5	4,0	2,5	4,0	5,0	7,0
$n \approx$	0,8	0,9	1,1	1,4	2,1	3,2	1,8	3,1	4,8	6,4
t_0	0,1				0,2	0,3	0,1	0,2	0,3	

Tablo 4, Bir kaç atalet ve mukavemet momentleri

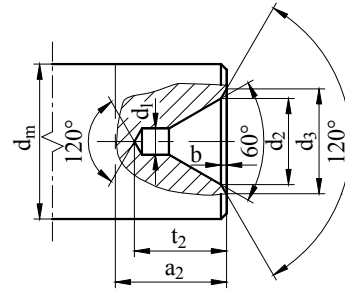
				
	Şekil 68	Şekil 69	Şekil 70	Şekil 71
$I_{eğ}$	$\frac{\pi \cdot d^4}{64}$	$\frac{\pi}{64} \cdot (D^4 - d^4)$	$0,003 \cdot (D+d)^4$	
$W_{eğ}$	$\frac{\pi \cdot d^3}{32}$	$\frac{\pi}{32} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}$	$0,012 \cdot (D+d)^3$	
I_t	$\frac{\pi \cdot d^4}{32}$	$\frac{\pi}{32} \cdot (D^4 - d^4)$	$\frac{\pi}{32} \cdot d^4$	$0,006 \cdot (D+d)^4$
W_t	$\frac{\pi \cdot d^3}{16}$	$\frac{\pi}{16} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}$	$\frac{\pi}{16} \cdot d^3$	$0,024 \cdot (D+d)^3$

				
	Şekil 72	Şekil 73	Şekil 74	Şekil 75
$I_{eğ}$	$0,01 \cdot D^3 \cdot (5D - 8,5d)$	$0,05 \cdot d_1^2 \cdot (d_1^2 - 24e_1^2)$	$0,075 \cdot d_2^4$	$a^4/12$
$W_{eğ}$	$0,1 \cdot D^2 \cdot (D - 1,7d)$	$0,1 \cdot \frac{d_1^2}{d_2} \cdot (d_1^2 - 24e_1^2)$	$0,15 \cdot d_2^3$	$a^3/6$
I_t	$0,02 \cdot D^3 \cdot (5D - 8,5d)$	$0,1 \cdot d_1^2 \cdot (d_1^2 - 24e_1^2)$	$0,15 \cdot d_2^4$	$0,141 \cdot a^4$
W_t	$0,2 \cdot D^2 \cdot (D - 1,7d)$	$0,162 \cdot d_1^3$	$0,2 \cdot d_2^3$	$0,208 \cdot a^3$

Tablo 5, Normal merkezleme deliği için öneriler



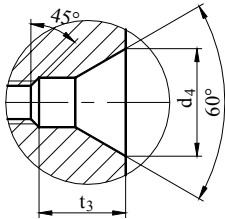
Şekil 76, Korunmalı, alın yüzeyi ile aynı, düz satırlı



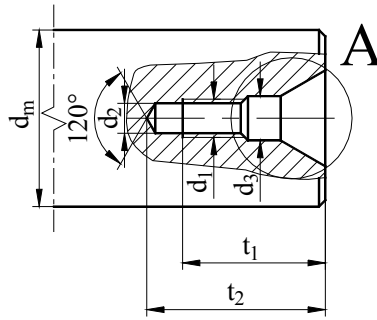
Şekil 77, Korunmasız, alın yüzeyine göre içte, düz satırlı

Mil çapı d_m		Çaplar			Derinlik t		Ölçüler		
$>$	\leq	d_1	d_2	d_3	min	max	b	a_1	a_2
	8	1	2,12	3,15	1,9	2,2	0,3	3	3,5
8	12	1,6	3,35	5	2,9	3,4	0,5	5	5,5
12	18	2	4,25	6,3	3,7	4,3	0,6	6	6,6
18	25	2,5	5,3	8	4,6	5,4	0,8	7	8,3
25	40	3,15	6,7	10	5,9	6,8	0,9	9	10
40	80	4	8,5	12,5	7,4	8,6	1,2	11	12,7
80	180	6,3	13,2	18	11,5	12,9	1,4	18	20
180		10	21,2	28	18,4	20,4	2	28	31

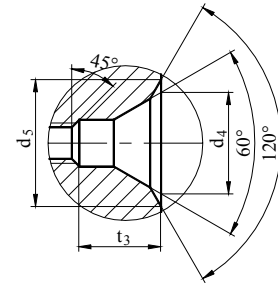
Tablo 6, Vidalı merkezleme deliği için öneriler



Şekil 78, Detay A, Korunmasız



Şekil 79, Vidalı merkezleme

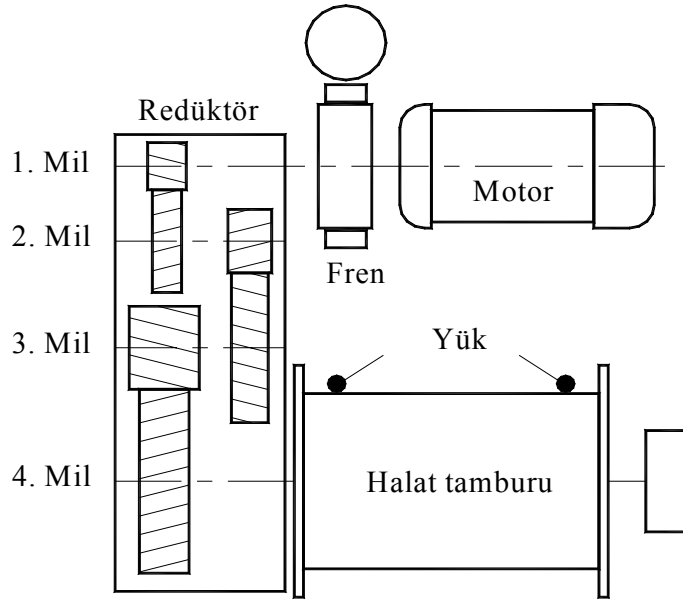


Şekil 80, Detay A, Korunmalı

Mil çapı d_m		Çaplar					Derinlik t		
$>$	\leq	d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	t_1	t_2	t_3
10	13	M 4	3,3	4,3	6,7	7,4	10	14	3,2
13	16	M 5	4,2	5,3	8,1	8,8	12,5	17	4
16	21	M 6	5,0	6,4	9,6	10,5	16	21	5
21	24	M 8	6,8	8,4	12,2	13,2	19	25	6
24	30	M 10	8,5	10,5	14,9	16,3	22	30	7,5
30	38	M 12	10,2	13	18,1	19,8	28	37	9,5
38	50	M 16	14	17	23	25,3	36	45	12
50	85	M 20	17,5	21	28,4	31,3	42	53	15
85	130	M 24	21	25	34,2	38	50	63	18

5 Genel örnekler

5.1 Örnek 1, Kaldırma redüktörü, yükün kaldırılması



Şekil 81, Krend kaldırma tahriki

Kaldırma tahriki:

Yük

$$m_G = 3'060 \text{ kg}$$

Yük kuvveti

$$F_G = m_G \cdot g$$

$$F_G = 30'000 \text{ N}$$

Hızlar

Başlangıç hızı

$$v_0 = 0$$

Yükün kaldırılma hızı

$$v_G = 1 \text{ m/s}$$

Halat tamburu dahil kaldırma tahrikinin randımanı

$$\eta_{\text{Top}} = 0,90$$

Motor mili, 1. mil

Devir sayısı

$$n_1 = 960 \text{ d/dak}$$

Açısal hız $\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot n_1$

$$\omega_1 = 100,53 \text{ s}^{-1}$$

Kütlesel eylemsizlik momenti
rotor, fren kasmağı ve pinyon için

$$J_1 = 2,0 \text{ kgm}^2$$

2. mil

Devir sayısı

$$n_2 = 180 \text{ d/dak}$$

Açısal hız $\omega_2 = 2 \cdot \pi \cdot n_2$

$$\omega_2 = 18,85 \text{ s}^{-1}$$

Kütlesel eylemsizlik momenti
mil ve dişli çark

$$J_2 = 2,5 \text{ kgm}^2$$

3. mil

Devir sayısı

$$n_3 = 31,8 \text{ d/dak}$$

Açısal hız $\omega_3 = 2 \cdot \pi \cdot n_3$

$$\omega_3 = 3,33 \text{ s}^{-1}$$

Kütlesel eylemsizlik momenti
mil ve dişli çark

$$J_3 = 2,9 \text{ kgm}^2$$

4. mil

Devir sayısı

$$n_4 = 11,9 \text{ d/dak}$$

Açısal hız $\omega_4 = 2 \cdot \pi \cdot n_4$

$$\omega_4 = 1 \text{ s}^{-1}$$

Kütlesel eylemsizlik momenti
mil ve dişli çark

$$J_4 = 15,0 \text{ kgm}^2$$

Motor momenti

Sabit moment,

Etiket gücü ve devir sayısından

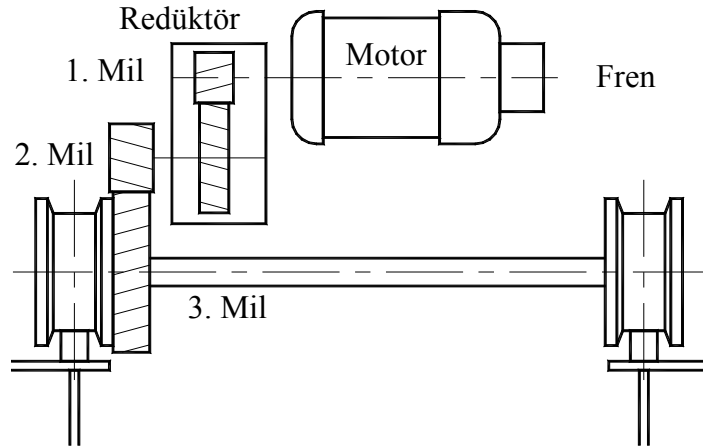
$$T_{\text{Sa}} = 600 \text{ Nm}$$

Hesaplamalar:

Motorun statik zorlama momenti	$T_M = \frac{F_G \cdot v_L}{2 \cdot \pi \cdot n_1 \cdot \eta_{Top}}$	$T_M = 332 \text{ Nm}$
Motorun ivme momenti	$T_{Mi} = T_{Sa} - T_M$	$T_{Mi} = 268 \text{ Nm}$
1. Mildeki iş	$W_{m1} = 0,5 \cdot J_1 \cdot \omega_1^2$	$W_{m1} = 10'106 \text{ Nm}$
2. Mildeki iş	$W_{m2} = 0,5 \cdot J_2 \cdot \omega_2^2$	$W_{m2} = 444 \text{ Nm}$
3. Mildeki iş	$W_{m3} = 0,5 \cdot J_3 \cdot \omega_3^2$	$W_{m3} = 16 \text{ Nm}$
4. Mildeki iş	$W_{m4} = 0,5 \cdot J_4 \cdot \omega_4^2$	$W_{m4} = 12 \text{ Nm}$
Bütün yükün tamburda yaptığı iş	$W_{mT} = 0,5 \cdot m_G \cdot v_L^2$	$W_{mT} = 1'530 \text{ Nm}$
Bütün işin 1. mile yani motor miline toplanması, İşletmedeki iş:		
	$W_{İş} = W_{m1} + \frac{1}{\eta_{Top}} \cdot (W_{m2} + W_{m3} + W_{m4} + W_{mT})$	$W_{İş} = 12'331 \text{ kgm}^2/\text{s}^2$
Redüktörde ivme momenti	$T_{İvRed} = T_{Mi} \cdot \left(1 - \frac{W_{m1}}{W_{İş}}\right)$	$T_{İvRed} = 48 \text{ Nm}$
Tahrikin toplam momenti	$T_{Tah} = T_M + T_{İvRed}$	$T_{Tah} = 380 \text{ Nm}$
İvme zamanı	$t_i = \frac{2 \cdot W_{İş}}{T_{Mi} \cdot (\omega + \omega_0)}$	$t_i = 0,91 \text{ s}$
	$t_i = \frac{W_{İş}}{T_{Mi} \cdot \pi \cdot n_1}$	
İvme	$a = \frac{v_L - v_0}{t_i}$	$a = 1,09 \text{ m/s}^2$
Karar verme oranları	$S_1 = \frac{T_{Tah}}{T_{Sa}}$	$S_1 = 0,63$
	$S_2 = \frac{T_{Tah}}{T_M}$	$S_2 = 1,15$

Sonuç analizi: Bu gibi "S₂" oranının oldukça 1 e yakın olduğu tahriklerde, redüktör ve motor hesapları genel olarak statik moment büyüklüğüne göre hesaplanır. Dinamik zorlamalar pek dikkate alınmaz.

5.2 Örnek 2, Krende araba yürüyüş tahriki



Şekil 82, Krende araba yürüyüş tahriki

Yürüyüş tahriki:

Hızlar	Arabanın başlangıç hızı Arabanın hareket hızı	$v_0 = 0$ $v_{Ar} = 3 \text{ m/s}$
İvme zamanı		$t_i = 10 \text{ s}$
Yük dahil toplam ağırlık		$m_G = 96'840 \text{ kg}$
Yürüyüş tahrikinin toplam randımanı		$\eta_{Top} = 0,90$
Motor mili, 1. mil	Devir sayısı Statik motor momentini Kütlelesel eylemsizlik momentini rotor, fren ve pinyon için	$n_1 = 750 \text{ d/dak}$ $T_M = 900 \text{ Nm}$ $J_1 = 22,0 \text{ kgm}^2$
2. ve 3. millerin toplam kinetik enerjisi		$W_{m2m3} = 29 \cdot 10^3 \text{ Joule}$

Hesaplamalar:

1. Milin açısal hızı	$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot n_1$	$\omega_1 = 78,54 \text{ 1/s}$
1. Mildeki iş	$W_{m1} = 0,5 \cdot J_1 \cdot \omega_1^2$	$W_{m1} = 68 \cdot 10^3 \text{ Joule}$
Bütün yapılan iş	$W_{mTop} = 0,5 \cdot m_G \cdot v_{Ar}^2$	$W_{mTop} = 436 \cdot 10^3 \text{ Joule}$
Bütün işin 1. mile yani motora toplanması, İşletmedeki iş:		
	$W_{İş} = W_{m1} + \frac{1}{\eta_{Top}} \cdot (W_{m2m3} + W_{mTop})$	$W_{İş} = 584 \cdot 10^3 \text{ Joule}$
İvme momenti	$T_{İv} = \frac{W_{İş}}{\pi \cdot n_1 \cdot t_i}$	$T_{İv} = 1'488 \text{ Nm}$
Tahrikin toplam momentini	$T_{Tah} = T_M + T_{İv}$	$T_{Tah} = 2'388 \text{ Nm}$

Redüktörde ivme momenti	$T_{İvRed} = T_{İv} \cdot \left(1 - \frac{W_{ml}}{W_{İş}}\right)$	$T_{İvRed} = 1'315 \text{ Nm}$
Tahrikin toplam momenti	$T_{Red} = T_M + T_{İvRed}$	$T_{Red} = 2'215 \text{ Nm}$
İvme	$a = \frac{v_{Ar} - v_0}{t_i}$	$a = 0,3 \text{ m/s}^2$
Karar verme oranları	$S_1 = \frac{T_{Tah}}{T_{Sa}}$	$S_1 = 0,93$
	$S_2 = \frac{T_{Tah}}{T_M}$	$S_2 = 2,46$

Sonuç analizi: Bu gibi "S₂" oranının oldukça büyük olan tahriklerde, statik zorlama dinamik zorlamanın yanında oldukça küçüktür. Redüktör ve diğer parçaların kinetik enerjileri oldukça büyüktür. Bu gibi tahriklerde, tahrikin toplam momenti T_{Tah} hesaplar için kullanılan momenttir.

Böyle tahrik hesaplarında kullanılacak değerler:

Motor ve redüktörün mukavemet hesapları için kullanılacak moment:

Motorun gücü

Atalet gücü

Hareket gücü

$$F_{Top} = F_{Yük} + F_{Araba}$$

$$P'_{İv} = \frac{F_{Top} \cdot v_{Ar}^2}{g \cdot t_A \cdot \eta_{Top}}$$

$$T_{Tah} = 2'388 \text{ Nm}$$

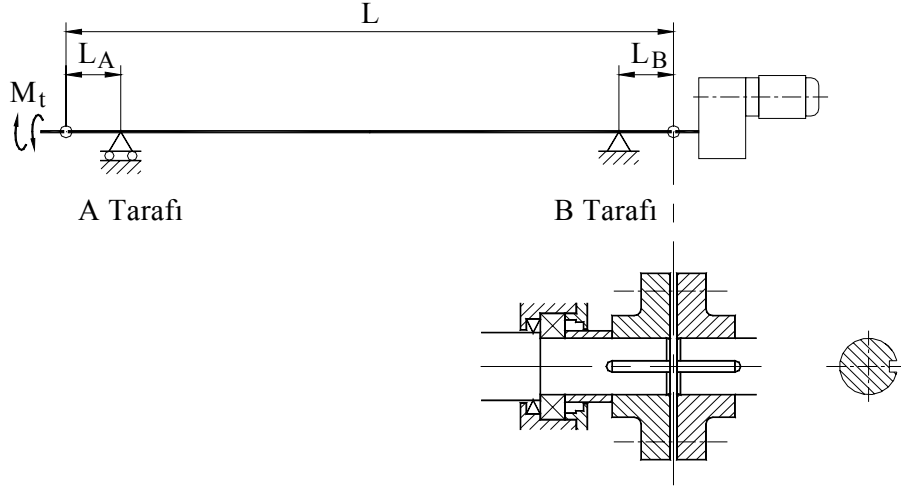
$$P_M = \frac{P_v + P_{İv}}{1,7 \dots 2,0}$$

$$P_v = \frac{F_{Top} \cdot v_{Ar}}{\eta_{Top}}$$

$$P_{İv} = (1,1 \dots 1,2) \cdot P'_{İv}$$

5.3 Örnek 3, Krende kren yürüyüş tahriki ara mili

Aşağıda Şekil 83 de görülen kren yürüyüş tahriki ara milinin kontrolünü yapınız. Sonuca göre gereken önlemlerin alıp, tahrikin bu boyutlarla fonksiyonunu yapmasını sağlayınız.



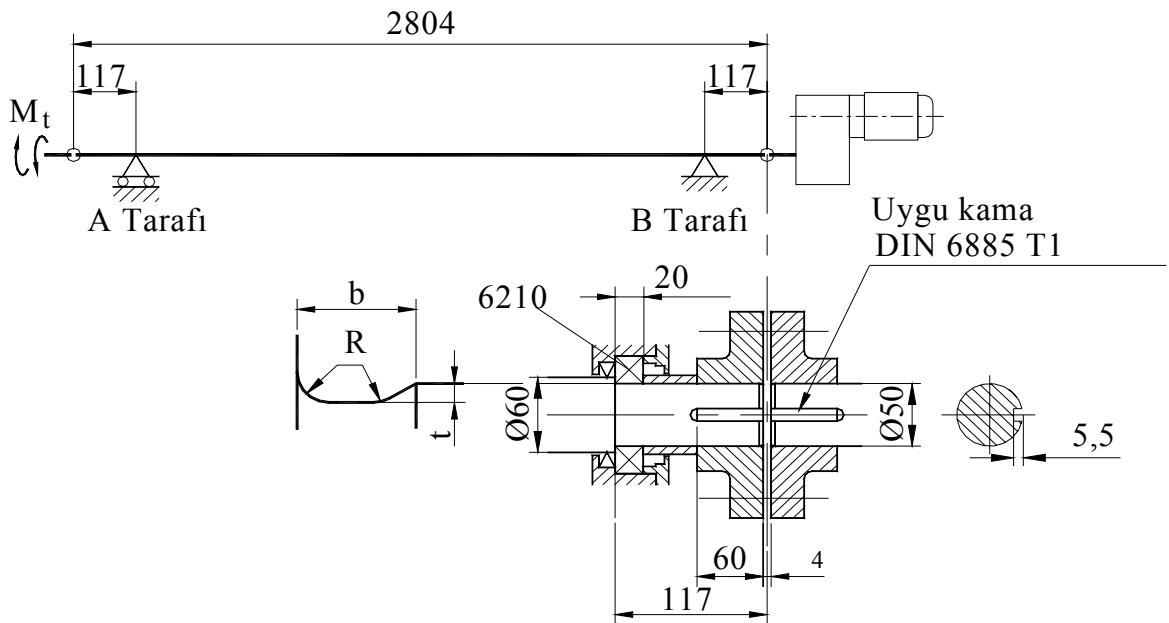
Şekil 83, Krende kren yürüyüş tahriki eskizi

Çözüm:

Her ne kadar problem çok basit görünüyorsa da, problemi hafife alıp büyük hata yapmamak için sistemli olarak çözümü gerçekleştirelim. Yapılacak kontroller:

1. Mukavemet hesabı ve kontrolü,
2. Burulma açısı hesabı ve kontrolü
3. Sehim hesabı ve kontrolü
4. Kritik devir sayıları hesabı ve kontrolü
5. Yataklarda eğim hesabı ve kontrolü

Bilinenleri eskiz üzerinde göstereyim ve mil için detaylı istekler listesini yapalım.



Şekil 84, Krende kren yürüyüş tahrikinin tamamlanmış eskizi

Kren yürüyüş tahriki ara mili için istekler listesi

Proje : Örnek 3, Kren yürüyüş tahriki ara milinin

Cinsi : K = Kati istek ; İ = İhtiyari istek ; D = Dilekler

Cinsi	Nitel isteklerin tanımı	Sayısal değeri	Düşünceler
BİLİNENLER			
F	Milin kullanılacağı yer	Kren yürüyüş tahriki	Çoğunlukta ara yükler taşıyan atölye kreni
F	Milin kullanılacağı şekil	Yatay	
F	Göbek (kavrama) / mil bağlantısı	Uygu kama	DIN 6885 T1
F	Ökçe köşelerinin boyutlanması	Standart	DIN 509, Tip E
F	Çevre Isısı Hava bileşimleri Havadaki nem	max. 40 °C normal % 60	Asitsiz, çimento tozsuz normal
F	max. işletme ısısı	60 °C	çok kısa zaman devamlı 0 ile 40 °C
F	Kullanılacağı tipler	tek tip	özel tek tip imalat
F	Ömür	$> 3 \cdot 10^6$ Yükleme	Devamlı mukavemet
F	En yüksek Yükyükleme Yüzdesi ve Emniyet	% 25, $S_{EM} = 1,25$	Krenler
F	Milin malzemesi	St 60-2, 1.0060	DIN 17 100
F	Yataklama	6210	Rulman yataklama

FONKSİYON İÇİN İSTEKLER

F	Boyutlar	Kavraama ortasından ortasına Kavraama ortasından ökçeye Çaplar	L L_A D d	2804 mm 117 mm 60 mm 50 mm	Eskizden $L_A = L_B$
F	Burma momenti		M_t	800 Nm	
F	Dönme yönü			sağ ve sol, değişik	
F	max devir sayısı		n_{max}	500 d/dak	
F	Toleranslar:	Milin burulma açısı Sehim Yataklarda eğim açısı Yüzey hassaslığı	φ_{EM} f_{max} $\tan \alpha_{A,B}$ R_z	$\leq 0,5$ °/m $\leq 1,3$ mm $\leq 0,001$ 25 μ m	$f_{EM} = L / 2000$, $n=500$ için Rulman yatak
F	Yüklenme durumu	Eğilme Torsiyon ...		Değişken Değişken	$\alpha_0 = 1,0$ $\kappa_{eg} = -1$ $\kappa_t = -1$

KONSTRUKSİYON İÇİN İSTEKLER

	Mil / Kavrama bağlantı şartı	Uygu kama	
--	------------------------------	-----------	--

SERVİS İÇİN İSTEKLER

	Montaj ve bakım takımları	Piyasada bulunan	Basit ve sağlam
--	---------------------------	------------------	-----------------

EKONOMİK YÖNDEN İSTEKLER

	İmalat adedi	Senede 2 ile 10	adet arası
--	--------------	-----------------	------------

Hazırlayan:

Ahmet Birinci

Kontrol ve kabul edenler : Behçet İkinci

Cavit Üçüncü

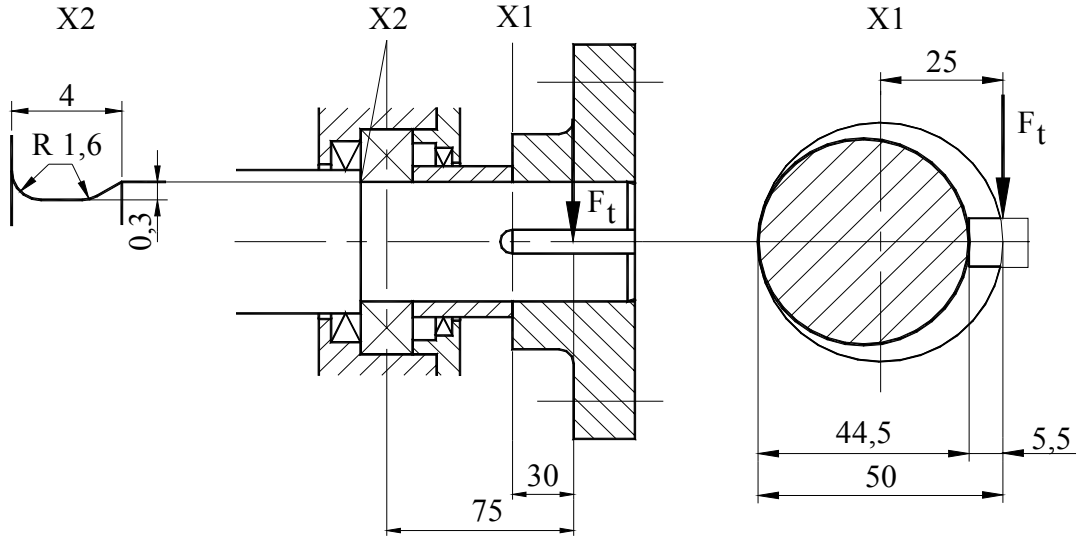
Davut Dördüncü

Ekrem Beşinci

Tarih : 14. Nisan 2007

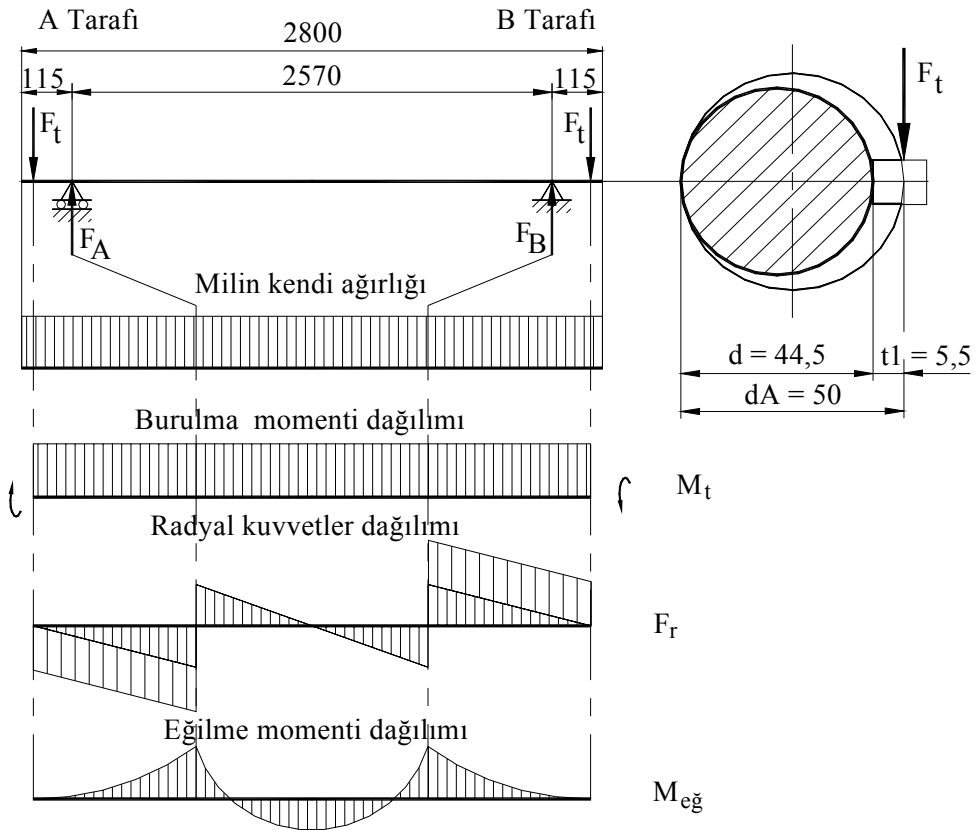
5.3.1 Mukavemet hesabı ve kontrolü

Milde tehlikeli kesit olarak iki kesiti ele alabiliriz. "X1-kesiti", kavramanın veya kamanın sonu. "X2-kesiti", Rulman ortası. Burada moment ve kuvvetler için rulman ortası kabul edilmesine karşın ufak bir kaydırma ile ökçe çentik etkisini hesaba dahil etmek için malzemenin mukavemet değeri ökçede hesaplanır.



Şekil 85, Milde hesaplanması gereken tehlikeli kesitler

Kritik kesitleri belirledikten sonra sistemdeki kuvvet ve moment dağılımlarını inceleyelim ve kritik kesitteki zorlamaları belirleyelim.



Şekil 86, Sistemdeki kuvvet ve moment dağılımları

X1 Kesitinin şekline göre emniyetli mukavemet değeri

X1 Kesitinin şekline göre emniyetli mukavemet değeri:

Devamlı eğilme mukavemeti, akma mukavemetinden büyük olamaz:

Değişken eğilme mukavemeti:

Eğilmede akma mukavemeti:

Yüzey pürüzlüğü katsayısı "b₁": R_z = 25 µm için

büyüklik katsayısı b₂ :

Geometri katsayısı:

Teknoloji katsayısı:

Form katsayısı, çentik faktörü β_{Çt} = 1,8 için:

Çentik faktörü β_{Çt} , Kama

X2 Kesitinin şekline göre emniyetli mukavemet değeri

X2 Kesitinin şekline göre emniyetli mukavemet değeri:

Devamlı eğilme mukavemeti, akma mukavemetinden büyük olamaz:

Değişken eğilme mukavemeti:

Eğilmede akma mukavemeti:

Yüzey pürüzlüğü katsayısı "b₁": R_z = 25 µm için

büyüklik katsayısı b₂ :

Geometri katsayısı:

Teknoloji katsayısı:

Form katsayısı, çentik faktörü β_{Çt} = 1,8 için:

Çentik faktörü β_{Çt} = 1 + η_{Çt} · (α_{Çt} - 1)β_{Çt}

Çentik sayısı α_{Çt} ve η_{Çt}

$$\sigma_{EM1} = \frac{\sigma_{DEG} \cdot b_{1\sigma} \cdot b_2}{\beta_{\text{Çt}}} = 110 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{DEG} = \sigma_{EG DG} = 285 \text{ N/mm}^2 \quad \kappa = -1$$

$$\sigma_{EG DG} = R_m \cdot K_1 = 570 \cdot 0,5 = 285 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{AK} = R_e \cdot K_2 = 335 \cdot 1,4 = 470 \text{ N/mm}^2$$

$$b_{1\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \lg R_z \cdot \left(\lg \frac{R_m}{20} - 1 \right) = 0,86$$

$$b_2 = k_g \cdot k_t \cdot k_\alpha = 0,97 \cdot 1,0 \cdot 0,93 = 0,85$$

$$k_g \approx 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 0,97$$

$$k_t \approx 1 - 0,25 \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 1,0 \quad \text{İmalat çeliği}$$

$$k_\alpha \approx 1 - 0,2 \cdot \lg \alpha_k \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 0,93$$

$$\beta_{\text{Çt}} = 1,9$$

$$\sigma_{EM2} = \frac{\sigma_{DEG} \cdot b_{1\sigma} \cdot b_2}{\beta_{\text{Çt}}} = 85 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{DEG} = \sigma_{EG DG} = 285 \text{ N/mm}^2 \quad \kappa = -1$$

$$\sigma_{EG DG} = R_m \cdot K_1 = 570 \cdot 0,5 = 285 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{AK} = R_e \cdot K_2 = 335 \cdot 1,4 = 470 \text{ N/mm}^2$$

$$b_{1\sigma} = 1 - 0,22 \cdot \lg R_z \cdot \left(\lg \frac{R_m}{20} - 1 \right) = 0,86$$

$$b_2 = k_g \cdot k_t \cdot k_\alpha = 0,87 \cdot 1,0 \cdot 0,96 = 0,71$$

$$k_g \approx 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 0,87$$

$$k_t \approx 1 - 0,25 \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 1,0 \quad \text{İmalat çeliği}$$

$$k_\alpha \approx 1 - 0,2 \cdot \lg \alpha_k \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 0,96$$

$$\beta_{\text{Çt}} = 1,9$$

$$\alpha_{\text{Çt}} = 2,03$$

$$\eta_{\text{Çt}} = 0,52$$

Radyal kuvvet kamadaki teğetsel kuvvettir.

$$\text{Radyal kuvvet: } F_t = \frac{2 \cdot M_t}{d}$$

$$F_t = 32'000 \text{ N}$$

X1 Kesitindeki toplam gerilimler

Karşılaştırma gerilimi, bileşik gerilim:

$$\sigma_{\text{Bil}} = \sqrt{\sigma_{\text{eğl}}^2 + 3 \cdot (\alpha_0 \cdot \tau_{t1})^2} = 123 \text{ N/mm}^2$$

X1 Kesitindeki normal gerilimler

$$\sigma_{\text{eğl}} = M_{\text{eğl}} / W_{\text{eğ}} = 95 \text{ N/mm}^2$$

X1 Kesitindeki eğilme momenti

$$M_{\text{eğl}} = F_t \cdot L_{Ft} = 960 \text{ Nm}$$

X1 Kesitindeki eğilme karşı koyma momenti

$$W_{\text{eğl}} = 0,012 \cdot (d + d_A)^3 = 10'127 \text{ mm}^3$$

X1 Kesitindeki kayma gerilimi

$$\tau = \tau_{t1} + \tau_{k1} = 45 \text{ N/mm}^2$$

X1 Kesitindeki burulma gerilimi

$$\tau_{t1} = M_{t1} / W_{t1} = 45 \text{ N/mm}^2$$

X1 Kesitindeki kesme gerilimi

Eğilme gerilimi ile bileşik gerilim hesaplanacağından dikkate alınmaz.

X1 Kesitinin analizi

X1 Kesitindeki hesaplanan emniyet

$$S_{\text{He1}} = \sigma_{\text{EM1}} / \sigma_{\text{He1}} = 0,892..$$

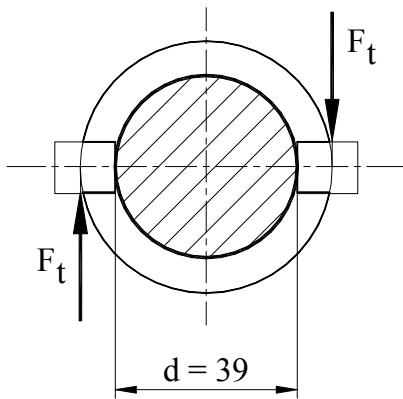
X1 Kesitindeki gerekli emniyet

$$S_{\text{GER1}} = 1,25$$

Sonuç: Mil X1 kesitinde yeterli değildir. Buda eğilme geriliminin çok yüksek olmasından ötürü normal sonuçtur. Eğer eğilme gerilimini ortadan kaldıra bilirse, aynı boyutlar ve malzeme ile mili kullanabiliriz.

1. Teklif: Teğetsel kuvvet kamanın 180° de iki adet alınmasıyla sıfıra indirilir, bak Şekil 87. Buda eğilme geriliminin sıfır olması demektir. Aynı zamanda mil kesmeye zorlanmaz ve yataklar yalnız milin kendi ağırlığını taşırlar.

Yeni çözüm, X1 Kesitindeki toplam gerilimler



Şekil 87, Çift kamalı kesit

Karşılaştırma gerilimi, bileşik gerilim:

$$\tau = \tau_{t1} = 70 \text{ N/mm}^2$$

X1 Kesitindeki burulma gerilimi:

$$\tau_{t1} = M_{t1} / W_{t1} = 68,7 \text{ N/mm}^2$$

X1 Kesitindeki burulma karşı koyma momenti:

$$W_{t1} = \pi \cdot d^3 / 16 = \pi \cdot 39^3 / 16 = 11'647 \text{ mm}^3$$

$$S_{\text{He1}} = \tau_{\text{EM1}} / \tau_{t1} = 90 / 70 = 1,285$$

$$S_{\text{GER1}} = 1,25$$

Sonuç: $S_{\text{He1}} = 1,285 > S_{\text{GER1}} = 1,25$ olduğundan mil bu tahrikte mukavemet hesabına göre fonksiyonunu yapar.

X1 Kesitinin şekline göre emniyetli burulma mukavemet değeri:

X1 Kesitinin şekline göre emniyetli burulma mukavemet değeri:

Devamlı burulma mukavemeti, akma mukavemetinden büyük olamaz:

Değişken burulma mukavemeti:

Eğilmede akma mukavemeti:

Yüzey pürüzlüğü katsayısı "b₁": R_z = 25 µm için

büyüklik katsayısı b₂ :

Geometri katsayısı:

Teknoloji katsayısı:

Form katsayısı, çentik faktörü β_{Çt} = 1,8 için:

Çentik faktörü β_{Çt} , Kama

$$\tau_{EM1} = \frac{\tau_D \cdot b_{1\tau} \cdot b_2}{\beta_{\text{Çt}}} = 90 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_D = \tau_{Dt} = 171 \text{ N/mm}^2 \quad \kappa = -1$$

$$\tau_{Dt} = R_m \cdot K_{1\tau} = 570 \cdot 0,3 = 171 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{AK} = R_e \cdot K_{2\tau} = 335 \cdot 0,58 = 195 \text{ N/mm}^2$$

$$b_{1\tau} = 0,575 \cdot b_{1\sigma} + 0,425 = 0,92$$

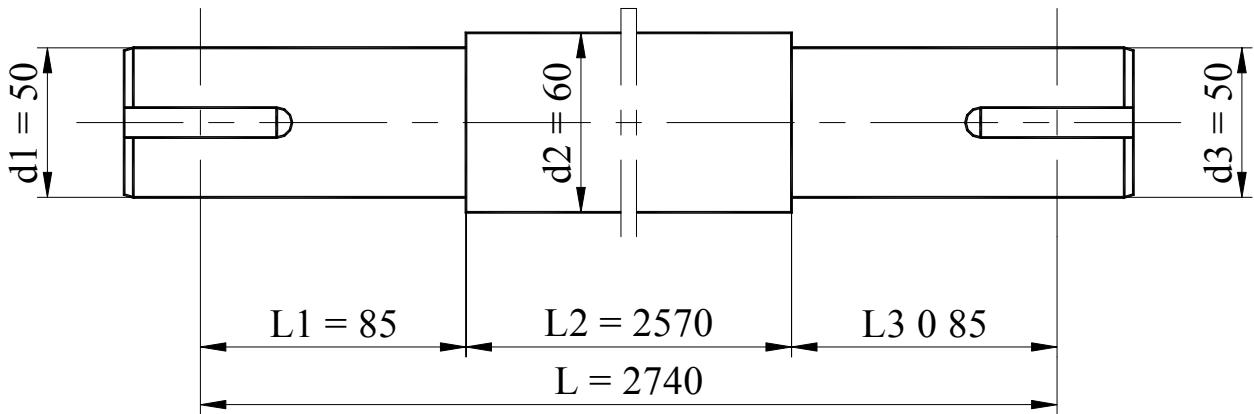
$$b_2 = k_g \cdot k_t \cdot k_\alpha = 0,88 \cdot 1,0 \cdot 0,98 = 0,86$$

$$k_g \approx 1 - 0,2 \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 0,88$$

$$k_t \approx 1 - 0,25 \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 1,0 \text{ İmalat çeliği}$$

$$k_\alpha \approx 1 - 0,2 \cdot \lg \alpha_k \cdot \frac{\lg(d/7,5)}{\lg 20} = 0,98$$

$$\beta_{\text{Çt}} = 1,5$$

5.3.2 Burulma açısı hesabı ve kontrolü

Şekil 88, Milde burulma hesabı boyutları

Kayma modülü:

Bütün boyda burulma açısı:

Uzunluğun çapa oranının toplamı:

Karşılaştırma burulma açısı:

$$G = 81'000 \text{ N/mm}^2$$

$$\varphi^\circ = 583,6 \cdot \frac{M_t}{G} \cdot \sum \frac{L_i}{d_i^4} = 1,3^\circ$$

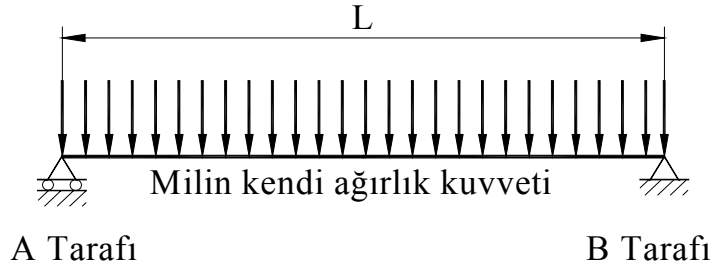
$$\sum \frac{L_i}{d_i^4} = \frac{85}{50^4} + \frac{2570}{60^4} + \frac{85}{50^4} = 225,5 \cdot 10^{-6} \text{ mm}^{-3}$$

$$\varphi = \varphi^\circ / L = 1,3 / 2,74 = 0,474 \text{ }^\circ/\text{m} < 0,5 \text{ }^\circ/\text{m}$$

Sonuç: $\varphi_{He} = 0,474 \text{ }^\circ/\text{m} < \varphi_{EM} = 0,5 \text{ }^\circ/\text{m}$ olduğundan mil burulmaya karşı emniyetli taraftadır.

5.3.3 Sehim hesabı ve kontrolü

Sistemi Şekil 89 de görüldüğü gibi basitleştirelim.



Şekil 89, Krende kren yürüyüş tahriki milinin basitleştirilmiş hali

max. Sehim:

$$f_{\max} = \frac{5 \cdot q_m \cdot L^4}{384 \cdot E \cdot I_{eğ}} = 0,955 \text{ mm}$$

Yataklar arası mesafe:

$$L = 2,59 \text{ m}$$

Elastiklik modülü:

$$E = 210'000 \text{ N/m}^2$$

Bir metre ağırlık kuvveti:

$$q_m = m_1 \cdot g = 218 \text{ N/m}$$

Bir metre ağırlığı:

$$m_1 = V_1 \cdot \rho_{Çe} = 22,2 \text{ kg/m}$$

Milin bir metredeki hacmi: $L_1 = 1 \text{ m}$

$$V_1 = \pi \cdot d^2 \cdot L_1 / 4 = 0,00283 \text{ m}^3$$

Özgül ağırlık:

$$\rho_{Çe} = 7850 \text{ kg/m}^3$$

Mil çapı:

$$d = 0,06 \text{ m}$$

Emniyetli sehim (istekler listesinden):

$$f_{EM} = 1,295 \text{ mm}$$

Sonuç: $f_{He} = 0,955 \text{ mm} < f_{EM} = 1,295 \text{ mm}$ olduğundan mil sehim bakımından emniyetli taraftadır.

5.3.4 Kritik devir sayıları hesabı ve kontrolü

Kritik devir sayıları hesabı içinde sistem Şekil 89 de görüldüğü gibi basit kabul edilir.

5.3.4.1 Eğilmede kritik devir sayısı hesabı

Burada en küçük kritik devir sayısı n_{k1} hesaplanır. Hesap Şekil 59 da verilmiş ek kütleli sabit çaplı millerde kullanılan kritik devir sayısı formülüyle yapılır.

Eğilmede kritik devir sayısı, teorik:

$$n_{keğl} = 122,5 \cdot 10^6 \cdot d / L^2 = 1095 \text{ d/dak}$$

Burada bulunan değer %85 ini pratikte garantili kritik devir sayısı olarak kabul edersek

Eğilmede kritik devir sayısı, pratik:

$$n_{k1} = 0,85 \cdot n_{keğl} = 930 \text{ d/dak}$$

Sonuç: Eğilmede kritik devir sayısı $n_{k1} = 930 \text{ d/dak} > n_{Mil} = 500 \text{ d/dak}$ olduğundan mil eğilme kritik devir sayısı bakımından emniyetli taraftadır.

5.3.4.2 Burulmada kritik devir sayısı hesabı

Burulmada kritik devir sayısının hesabı oldukça karışıktır. Fakat "Dubbel" a göre, ki 3.1.3 Ek kütleli sabit çaplı miller, çubuklar ın eğilme kritik sayı formülleri verilmiştir. Aynı zamanda yine "Dubbel" burulma kritik devir sayısı hesabı için şu kaba formülü vermiştir:

$$n_{kt} = n_{keğ} \cdot \sqrt{2 \cdot (1 + \nu)} \quad F(69)$$

n_{kt}	d/dak	Burulma kritik devir sayısı
$n_{keğ}$	d/dak	Eğilme kritik sayısı
ν	1	Poisson sayısı, esneklik katsayısı

Burada $\sqrt{2 \cdot (1 + \nu)} = k_{nkt}$ değerine burulma kritik devir sayısı katsayısı diye adlandıralım. Böylece milimizin malzemesi St 60 olduğuna göre esneklik katsayısı $\nu = 0,3$ ve katsayımız $k_{nkt} = 1,612$ olur.

Burulma kritik devir sayısı: $n_{kt} = 1,612 \cdot n_{keğ} = 1,612 \cdot 930 = 1500$ d/dak çıkar.

Sonuç: Burulma kritik devir sayısı $n_{kt} = 1500$ d/dak $>$ $n_{Mil} = 500$ d/dak olduğundan mil burulma kritik devir sayısı bakımından emniyetli taraftadır.

5.3.5 Yataklarda eğim açısı hesabı ve kontrolü

Yataklardaki eğim iki tarafta aynı büyüklüktedir, $\alpha_A = \alpha_B$ ve büyüklüğü, **Hata! Başvuru kaynağı bulunamadı.** ve **Hata! Başvuru kaynağı bulunamadı.** deki formülle bulunur:

Yatak yerlerinde milin eğim açısı hesabı:

$$\alpha_A = \alpha_B = \frac{q \cdot L^3}{24 \cdot E \cdot I_y} = 0,00118$$

Emniyetli eğim açısı (istekler listesinden):

$$\alpha_{EM} = 0,001$$

Sonuç: Burada onbinde iki hata ile $\alpha_A = \alpha_B = 0,001$ kabul edersek, $\alpha_{EM} = 0,001$ olduğundan hesaplanan yatak eğim açıları ile emniyetli eğim açısı eşit olur. Böylece yataklardaki eğim açısında emniyetli olmuş olur.

Böylece milimiz fonksiyonunu yerine getiren bir parça olarak kabul edilir.

6 Kaynaklar

- Bargel/Schulze, Werkstoffkunde,
VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf
- Dubbel,H. Taschenbuch für den Maschinenbau,
Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York, 14.Auflage 1981
- Decker,K-H. MASCHINENELEMENTE, Gestaltung und Berechnung
Carl Hanser Verlag, München Wien, 8.Auflage
- Köhler/Rögnitz MASCHINENTEILE, Teil 1 und Teil 2
B.G.Teubner, Stuttgart
- Langer,E. MASCHINENELEMENTE, Berechnung und Gestaltung
Dümmler
- Matek,W./Muhs,D./Wittel,H. ROLOFF / MATEK MASCHINENELEMENTE,
LEHR UND TABELLENBUCH,
Verlag Fried.Vieweg & Sohn, 11.Auflage 1987
- Niemann,G. MASCHINENELEMENTE, Band I,
Springer-Verlag, Berlin/Heidelberg/New York, 2.Auflage 1981
- Wellinger,K./Dietmann,H. Festigkeitsberechnung,
Grundlagen und technische Anwendung,
Alfred Kröner Verlag, Stuttgart 1976

7 Konu İndeksi

A		K	
Açısal hız.....	56	Kavis çapı	33
Açısal hız " ω ".....	21	Kayma gerilmeleri " τ "	20
Akslar	5, 7	Kesme faktörü " k_τ "	10
Aksların boyutlanması.....	10	Kesme gerilmesi " τ_k "	10, 21
B		Kritik açısal hız.....	56
Bası gerilmesi " σ_b "	9, 20	Kritik açısal hız " ω_k "	63
Bileşik moment " M_{B1} "	22	Kritik devir sayıları	54
Burulma açısı " φ° "	29	Kritik devir sayısı.....	56, 57
Burulma deformasyonu	29	M	
Burulma gerilmesi " τ_t "	21	Malzeme	5
Burulma karşıkoyma momenti " W_t "	21	Merkezkaç ivmesi.....	58
Burulma kritik devir sayıları	62	Merkezkaç kuvveti " F_Z ".....	58
Burulma momenti " M_t "	21	Miller	5, 17
Burulma pandülü.....	62	Millerde eğilme deformasyonu	33
Burulma titreşimi.....	62	Muylular	5
Burulma yay sabitesi " c_t "	63	O	
Ç		özgül titreşim sayısı	58
Çeki gerilmesi " $\sigma_\ç$ "	9, 20	S	
Çizimsel sehım hesabı	42	Sehım	34
D		Şekle göre mukavemet " $\sigma_{ŞK}$ "	10
Deformasyon hesapları.....	29	T	
dingiller	7	Titreşim hesapları	54
E		Titreşim sayısı.....	58
Eğilme gerilmesi " $\sigma_{eğ}$ "	9, 20	Toplam gerilme.....	8
Eğilme titreşimleri.....	54	Toplam gerilmeler " σ_{Top} "	19
Eğilmede kritik devir sayıları.....	54	Toplam normal gerilmeler ""	20
Eğim açısı.....	35	Toplam normal gerilmeler " σ ".....	9
Elastik kuvvet " F_R "	57	Torsiyon (Burulma) momenti " M_t "	21
Emniyet faktörü " S "	10	Torsiyon titreşimi.....	62
Emniyetli burulma açısı " φ_{EM} "	30	Y	
Emniyetli eğim	36	Yay sabitesi.....	56
Emniyetli sehım.....	36	Z	
G		Zorlanma katsayısı " α_0 "	9, 19
Gerekli emniyet faktörü " S_{ger} "	10		
Geri tepme kuvveti " F_R "	57		