2013 Nisan

www.guven-kutay.ch

DİŞLİ ÇARKLAR

PLANET SİSTEMLERİ

12-02

M. Güven KUTAY / 2013-Nisan-14 ***Yeniden elden geçirilmiş çıktı.***

Sevgili eşim

FİSUN ' a

ÖNSÖZ

Bir konuyu bilmek demek, onu eldeki imkanlara göre kullanabilmek demektir. Dişliler konusunu bilmek, dişli üretip kullanabilmek demektir.

Bu belgelerde;

- dişli ve dişli redüktörlerini fonksiyonlarına göre hesaplayıp üretmek için gerekli bütün bilgiler detaylı anlatılmış,
- dişli hesap örnekleri, üretim için gerekli teknik resimler verilmiş,
- dişli imalat ve konstruksiyon esasları anlatılmış,
- Oldukça detaylı teorinin yanında uygulamada kullanılan değerler, tablolar ve diyagramlar verilmiştir.

Çok yönlü ve detaylı çözüm örnekleri uygulamada yardımcı olacaktır. Bütün kullanılan literatürün dökümü, gereğinde dahada etraflı bilgi edinmek için, belgenin sonunda verilmiştir. Ayrıca belgenin sonunda konu indeksi verilerek, aranılan konunun bulunması kolaylaştırılmıştır.

Bu belgede verilen bilgilere göre hesaplama programlarıda üç dilde Türkçe, Almanca ve İngilizce olarak hazırlanmış ve "Programlar" kısmında excel programı olarak verilmiştir. Programları istediğiniz dilde kullanıp bütün hesapları yaptıktan sonra, bir tek emir ile istediğiniz dile çevirim imkanınız vardır. Umarım ki bu programlar uygulamada yardımcı olur.

Bu arada çok az imkanlarla ve büyük çabalarla Türkçe teknik literatüre bu konuda kazandırdıkları kitaplar için sayın ***Şefik OKDAY***' ı ve diğer kişileri, saygıyla anar, Türk makina mühendislerinin pratikte önderliğini yapıp bir çok genç mühendise yol gösteren sayın ağabeyimiz merhum Dr. Müh. ***Dündar ARF*** ve bu yolda çalışan vede çalışmış olan diğer bütün mühendislere teşekkür etmeyi borç bilirim.

İsviçrede, ***MAAG AG*** ve ***Reishauer AG*** firmalarına arşivlerinden ve teknik yayınlarından istediğim çok değerli bilgileri belgelerime aktarma müsadesi verdikleri için teşekkürlerimi sunarım.

Bu belgede iyi, kötü veya eksik bulduğunuz konuları ve bilgileri bildirirseniz çok sevinirim.

Hepinize mutlu ve başarılı günler dileğiyle...

İsviçre, Baden 2013

M. Güven KUTAY

DİKKAT:

Bu belgedeki bilgiler iyi niyet, büyük dikkat ve çabayla son teknik bilgilere göre hazırlanmıştır. Ben ve **MAAG AG** firması ile **REISHAUER** AG firmaları bu belgedeki bilgilerin kullanılmasından ötürü oluşacak zarar ve ziyan için hiç bir şekilde maddi, manevi ve hukuki sorumluluk taşımıyacağımızı belirtirim. Bu belgedeki verileri kullanan kişi, verilerin kullanıldığı yerdeki özel şartlara uygun olup olmadığına kendisi karar vermelidir. Verileri kullanan kişi genel kapsamlı metotları özel problere uygulamayı kontrol edip verileri titizlikle kullanmalıdır. Çok özel hallerde, ya imalatcıdan edinilen veya özel deneyler sonucu elde edilen değerlerle hesabın yapılması gereklidir.

M. Güven KUTAY

İÇİNDEKİLER

0 Genel ... 5

0.1 Sisteminin şematik gösterilmesi ... 5
0.2 Planet dişlilerin üstünlükleri ... 7
0.3 Planet dişlilerin sakıncaları ... 7
0.4 Ön işaret kuralları ... 7
0.5 Genel analiz ... 8
0.6 Planet sistemleri ... 9

1 Kinematik temel bilgiler ... 11

1.1 Planet sisteminin temel formülünün bulunması ... 11
1.1.1 Detaylı çözüm ... 11
1.1.2 Kısa yol çözümü ... 13
1.1.3 Temel formülün genel geçerliliği ... 15
1.1.4 Temel çevirim oranı "i_0" ... 15

2 Basit planet sisteminin temel kanunları ... 19

2.1 Devir sayıları ... 19
2.1.1 Üç milli planet sisteminde devir sayıları ... 19
2.1.2 İki milli planet sisteminde devir sayıları ... 21
2.1.3 Planet dişlilerin göreceli devir sayıları ... 21
2.2 Torsiyon momentleri "M": ... 22
2.2.1 Toplama mili "TM" nin bulunması ... 26
2.3 Millerdeki güçler "P" ... 27
2.3.1 Milin yuvarlanma gücü "P_y" ... 27
2.3.2 Milin kavrama gücü "P_k" ... 28
2.3.3 Millerdeki çeşitli güç bağlantıları ... 29
2.3.3.1 Kör güç ... 31
2.3.3.2 Artı ve eksi redüktörlerde güçlerin analizi ... 31
2.3.3.3 Güç akışının hesaplara etkisi ... 31
2.4 Randıman "η" ... 32
2.4.1 Randıman genel ... 32
2.4.2 Temel randıman "η_0" ... 33
2.4.3 Üç milli planet sisteminde randıman ... 36

3 Blokaj ... 38

4 Konstrüksiyon önerileri ve dişli hesabı ... 39

5 Örnekler; Basit planet sistemi ... 40

5.1 Örnek 1, Planet kademesinin seçimi ... 40
5.2 Örnek 2, Planet kademesi analizi ... 41
5.3 Örnek 3, Planet kademeli redüktör ... 43
5.4 Örnek 4, Çok yönlü planet dişli kademesi ... 45

6 İki güneşli planet sistemi ... 49

6.1 1. Güneş-Kovan arası çevirim oranı "$i_{G1/K}$", 2. Güneş sabit ... 49
6.2 1. Güneş - 2. Güneş arası çevirim oranı "$i_{G1/G2}$", kovan sabit ... 50
6.3 2. Güneş - Kovan arası çevirim oranı "$i_{G2/K}$", 1. Güneş sabit ... 50
6.4 İki planetli, güneşli ve çemberli planet sistemi ... 50
6.5 Çeşitli planet sistemlerinde montaj koşulu ... 51

7 Diferansiyel mekanizmaları ... 52

7.1 Diferansiyel dişli takımı, tip 1, Şekil 34 ... 52
7.2 Diferansiyel dişli takımı, tip 2, Şekil 35 ... 52
7.3 Diferansiyel dişli takımı, tip 3, Şekil 36 ... 53
7.4 Yüklenmenin eşit dağılımı ... 54
7.5 Planet sisteminde devir sayıları ve hız planı ... 54
7.5.1 Temel sistem de devir sayıları ve hızlar ... 54
7.5.2 Dış dişli planet kademesinde devir sayısı ve hız planı ... 55
7.5.2.1 Devir sayısı ve hız planının çizimi ... 55

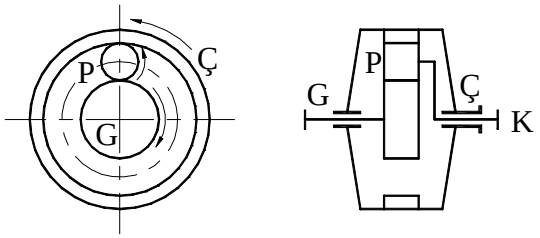
8 Planet sistemlerinde tanımlamalar 58
8.1 Planet sistemlerinde deyimler ve tanımlamaları 58
8.2 Planet sistemlerinde semboller ve tanımlamaları 60
8.2.1 Latin harfleri 60
8.2.2 Yunan harfleri 60
8.2.3 Genel harfler ve tanımlamaları normal veya indekste 60
9 Kaynaklar 62
9.1 Literatür 62
9.2 Standartlar 64
10 Konu İndeksi 10.66

Planet Dişli Sistemleri

0 Genel

Planet sistemleri genel olarak dişli ve sürtünme ile hidrolik redüktörler olarak görünürler. Bu sistemin basit ve hemde en çok kullanılan şekli dişli çarklardan oluşan planet kademesi olduğu için, biz burada yalnız dişli çarklardan oluşan planet sistemlerini göreceğiz. Burada incelediğimiz temel kanunlar; devir sayıları ve moment oranları, iç güçler, randıman bağıntıları ile blokaj yeteneği istisnasız hidrolik ve diğer planet sistemlerindede geçerlidir. Planet sisteminde normal redüktörde olduğu gibi enerji iletirler ve böylece torsiyon momenti ve devir sayılarını değiştirerek iletirler. Sistem moment taşıması için yere bağlanmadığından üç milide hareketli olup özel hal arzeder. Planet "***gezegen***" demektir. İsmindende görüldüğü gibi planet dişliler tıpkı gezegenler gibi hem kendi eksenleri, güneşin etrafında bir yörüngede dönerler. Ekseni etrafında döndükleri dişli, merkezde ve dış dişli ise "***güneş***" diye, dışta ve iç dişli ise "***çember***" diye adlandıralım. Birde planeti veya planetleri taşıyan kol vardır. Bu ya hakikaten bir kol gibi veya bir ayna şeklindedir. Bu kola veya aynaya "***kovan***" diyelim. Bu sistemde kullanılan dişliler ya silindirik veya konik dişlilerdir. Aşağıda silindirik planet dişlilerin en fazla kullanılan düzeni Şekil 1 ile gösterilmiştir. Bu sistem basit bir planet sistemidir ve ***GÜNEŞ, PLANET, ÇEMBER ve KOVAN*** diye dört elemandan oluşmuştur. Planet ve kovan aynı mili paylaştığından basit bir planet sistemi ***GÜNEŞ, ÇEMBER ve KOVAN*** millerinden oluşan üç mil sistemi olarakta düşünülür.

İmalatlarının gittikçe daha kolay yapılabilmesi, konstrüksiyon şekillerinin yuvarlak olması vede çok küçük hacimde ekstrem büyük ve küçük çevirim oranına sahip olmalarından ötürü, planet dişli kademeleri gün geçtikçe makina sanayiinde daha çok kullanılmaktadır. Genelde büyük güçlerin veya tahrik mili ile çıkış mili arasında aşırı büyük çevirim oranı isteyen yerlerde kullanılır. Belirtilmesi gereken en önemli fonksiyonları, bir redüktör içinde devir sayılarının üst üste konulup ayarlanması, hareket ve momentin bir kaç yöne dağıtılabilinmesidir.



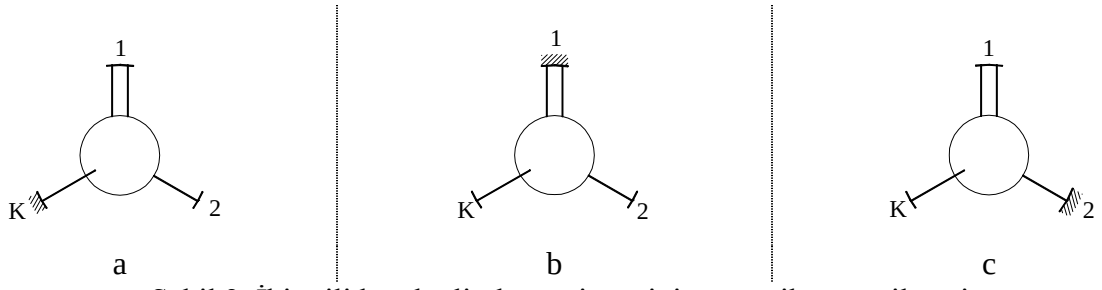
Şekil 1, Planet dişli sistemi

G	Güneş dişlisi "GÜNEŞ" ve güneş dişli mili, 1. mil
Ç	Çember dişlisi "ÇEMBER" ve çember dişli mili, 2. mil
K	Planet taşıyıcısı, kısaca "KOVAN", K mili
P	Planet dişlisi "PLANET"

0.1 Sisteminin şematik gösterilmesi

Şekil 2 ve Şekil 3 ile "***Wolf***" un [34] teklif ettiği planet sistemlerinin *"şematik olarak gösterilmesi"* görülmektedir. Burada redüktör daire olarak, çembere dik üç çizgi sistemdeki üç mili, çift çizgili mil *"Toplam güç mili"*, kovan mili çemberin içine geçen çizgi, dişli milleri güneş *"birinci mil, 1 rakkamı ile"*, çember *"ikinci mil, 2 rakkamı ile"* ve *"kovan mili K harfi ile"* gösterilmiştir. Bu tanımlama bütün dosyada aynen kabul edilecektir. Dişli milleri rakkamla, planet millerini taşıyan kovan milide "K" harfiyle gösterilecektir.

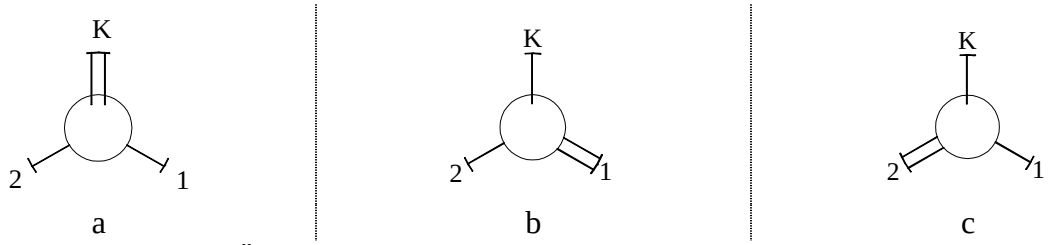
İki mili hareketli planet sisteminin şematik gösterilmesi



Şekil 2, İki mili hareketli planet sisteminin şematik gösterilmesi

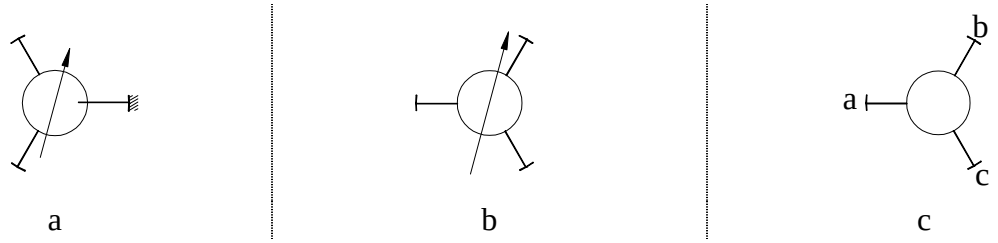
Şekil 2 ile iki mili hareketli planet sistemi şematik olarak gösterilmiştir. "Şekil 2 a" ile gösterilen şematik sistem esasında planet dişlisi ara dişli vazifesi yapan *"artı normal redüktör"* dür, $i_0 > 1$ ve merkezi milli redüktörde denilir. Burada planet ara dişlisi ile çıkış milinin yalnız dönüş yönü değiştirilir fakat giriş ve çıkış millerinin eksenleri aynıdır. "Şekil 2 b" ve "Şekil 2 c" ile hakiki iki mili hareketli planet sistemi şematik olarak gösterilmiştir ve çevirim oranı temel çevirim oranıdır.

Üç mili hareketli planet sisteminin şematik gösterilmesi



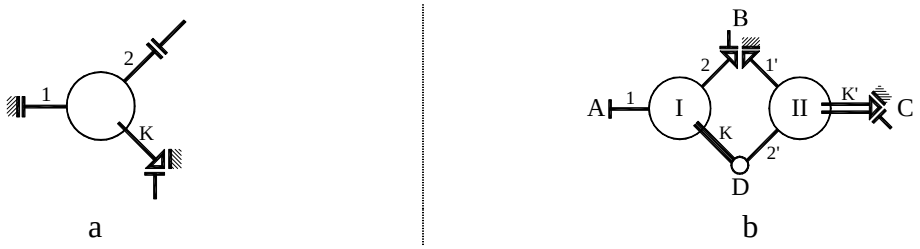
Şekil 3, Üç mili hareketli planet sisteminin şematik gösterilmesi

Yukarıda "Şekil 3 a" ile $i_0 < 0$ *"Eksi redüktör"*, "Şekil 3 b" ile "Artı redüktör" $0 < i_0 < 1$ ve "Şekil 3 c" ile *"Artı redüktör"* $i_0 > 1$ gösterilmiştir.



Şekil 4, Basamaksız ayarlanan üç mili hareketli planet sisteminin şematik gösterilmesi

Yukarıda "Şekil 4 a" ile basamaksız ayarlanan normal redüktörüdür. "Şekil 4 b" ile temel çevirim oranı i_0 olan ve basamaksız ayarlanan ama kovan mili, toplama mili belli olmayan üç mili hareketli planet sistemi göstermektedir. "Şekil 4 c" ile üç aynı mil ile gösterilen şema rakamlarla değil küçük harflerle gösterilmiştir. Burada her mil istenildiği gibi kabul edilen ve fakat basamaksız ayarlanan sistemi göstermektedir.



Şekil 5, Planet sisteminin bağlantı şartları

Yukarıda "Şekil 5 a" ile isteye göre serbest veya frenlenebilen 1. milli, isteye göre serbest veya kavrama ile bağlanan 2. mili, isteye göre serbest, firenlenebilen veya kavrama ile bağlanan kovan milli planet sistemi gösterilmiştir.

Yukarıda "Şekil 5 b" ile bir birine bağlanabilen iki sistemin (I ve II işaretli redüktörler) millerinin özellikleri şöyledir:

A ucu: Sabit bağlanmış mil (giriş veya çıkış mili),

B ucu: Eğer 2 ile 1' arasında kavrama bağlantısı varsa: serbest, bağlantılı veya frenli. Eğer 2 ile 1' arası serbest ise: 2. mil isteye göre serbest veya frenlenebilir, 1'. Mil isteye göre serbest veya frenlenebilir.

C ucu: İsteye göre serbest ya kavrama ile bağlantılı (giriş veya çıkış mili) veya frenlemeli.

D ucu: I nci sistemin kovan mili ile II nci sistemin 2' numaralı mili biribiriyle kavrama bağlantılı fakat dışarı ile bağlantıları yok (serbet miller)

Burada verilmiş olan terimler ileride tam ve detaylı olarak anlatılacak ve tanımlanacaktır.

0.2 Planet dişlilerin üstünlükleri

Aşağıda verilmiş olan üstünlüklerin hepsinin bir anda gerekmesi ve yapılması imkansızdır. Fakat gerekli olan yerlerde kullanılır ve yararları görülür.

- Genelde birden fazla planet olduğundan ve iletilen kuvvet için aynı anda çalıştıklarından normal kademedeki dişlilere göre daha küçük modüllüdürler. Birden fazla planette diş dibi zorlanmaları hepsinde eşit büyüklükte kabul edilir.
- Ağırlıkları ve boyutları normal mekanizmalara göre küçüktür. Genelde bu oran normal mekanizmaların yarısı veya üçte biri kadardır.
- Normalde tahrik mili ile çıkış mili aynı eksen üzerindedir. İstenilirse eksenler kaydırılabilir.
- Planet sistemlerinin randımanları, normal dişli mekanizmalarından daha yüksektir. Fakat çok büyük çevirim oranlarında randıman düşer.
- Redüktör içinde devir sayıları ayarlanabilir.
- Redüktör içinde güç, moment veya hareket bir kaç yöne dağıtılabilinir.

0.3 Planet dişlilerin sakıncaları

- Büyük hızlarda planetler büyük santrafüj kuvvetleri doğururlar ve yataklandırma ve yağlama problemleri olur.
- Planet kutusu küçük olduğundan çabuk ısınır.

Planet dişlilerinde mukavemet hesapları silindirik veya konik dişli olduklarından, hesapları silindirik veya konik dişlilerinin aynı yöntemleriyle yapılır. Bundan ötürü burada planet sistemlerindeki dişlilerin mukavemet hesaplarına değinilmeyecektir.

Planet sistemlerindeki değişiklik ve enteresan kısım, hareket ve çevirim oranlarıdır. Bunu detaylı inceleyelim. Bu inceleme detaylı olarak veya kısa yoldan yapılabilir. Burada her iki metotla incelemeyi yapıp her kişinin isteğine cevap vermiş olalım.

0.4 Ön işaret kuralları

Planet sistemininin analizinde şu ön işaret kuralları geçerlidir.

Devir sayıları: Bütün paralel millerde aynı yöne dönüşler aynı işareti alırlar. Genelde tahrik edilen taraf bakış yönü olarak seçilir. Saat yelkovanının dönüş yönü "+" pozitif, karşıt yönü "–" negatif olarak kabul edilir.

Torsiyon (burulma) momenti : Momentler devir yönüne göre işaretlenir. Eğer etkili moment "+" pozitif devir yönünde ise işareti "+", değilse "–" negatif işaretini alır.
Birbirine kavramayla bağlanmış iki redüktörün bağlama millerinde momentin büyüklüğü aynı olup işaretleri terstir.
Giriş milinde momentin ve devir yönünün işareti aynı, çıkış milinde biri birlerine terstir.

Güç (verim) : Planet sistemine (Redüktöre) verilen güç "+" pozitiftir.

$$\boxed{P_{Ta} = 2 \cdot \pi \cdot M_{Ta} \cdot n > 0} \qquad F(1)$$

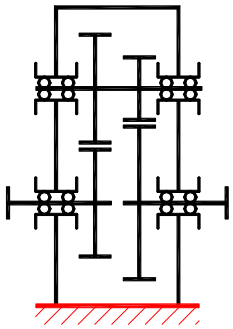
Planet sisteminin çıkış gücüde "–" negatiftir. Çünki, planet sisteminin bağlandiği mildeki karşı koyma momenti, çıkış devir yönünün karşıt yönündedir. Arada kaybolan güçte P_{ka} "–" negatiftir ve ısıya dönüşür.

Çevirim oranı : Giriş ve çıkış milleri aynı yönde dönüyorlarsa i>0 (Pozitif), ters yönde dönüyorsa i<0 (Negatif) dir.

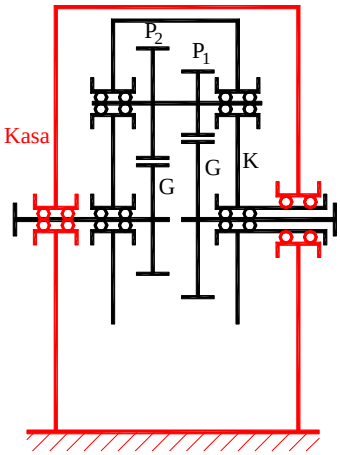
Burada verilen kuralların düşünce ve hesaplarda büyük faydası görülecektir.

0.5 Genel analiz

Aşağıda Şekil 6 ile verilmiş olan iki kademeli redüktör bildiğimiz normal redüktördür. Milleri sabit ve redüktör kasası bir yere sabit bağlanmış olup sistemin dönme hareketi ve momenti bağlanan yer tarafından karşılanmaktadır. Bu redüktörün kasasını kovan olarak düşünüp toplam sistemi bir kasanın içine yerleştirir ve Şekil 6 ile verilmiş olan sistemi sabit bir yere bağlamaz ve ana eksen etrafında dönmesine müsade edersek bu bir planet sistemi olur. Bak Şekil 7.



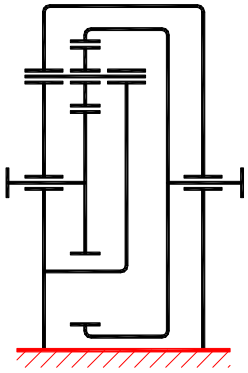
Şekil 6, İki kademeli normal redüktör



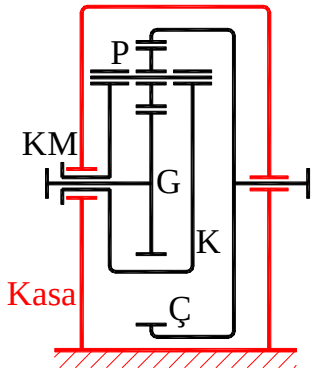
Şekil 7, Planet redüktör

Burada kırmızı kısım yeni redüktör kasası olup dikkat edilirse siyah bırakılan kısım Şekil 6 ile verilmiş olan konstrüksiyonun aynısıdır. Bu yeni kasa, bir yere bağlı olmasına rağmen, sistemin dönme hareketi ve momentini karşılamaz. Sistemin üç milide hareketli ve dış sistemlere bağlanabilir. [25]

Aşağıda Şekil 8 ile verilmiş olan koaksial redüktör bildiğimiz normal redüktördür olup buradada aynı düşünceleri ve konstrüksiyonu yapma imkanı vardır. Koaksial redüktörün milleri sabit, giriş ve çıkış millerinin eksenleri ortaktır ve redüktör kasası bir yere sabit bağlanmış olup sistemin dönme hareketi ve momenti bağlanan yer tarafından karşılanmaktadır. Buradada sistemin tamamını serbest bırakıp yeni bir kasanın (Şekil 9, kırmızı konstrüksiyon) içine yerleştirirsek Şekil 9 ile gösterilen sistemi elde ederiz. Bu konstrüksiyonda bir planet sistemidir. Buradada yeni kasa (kırmızı çizim), bir yere bağlı olmasına rağmen, sistemin dönme hareketi ve momentini karşılamaz.



Şekil 8, Koaksial redüktör



Şekil 9, Planet redüktör

Yukarıda iki haldede yeni kasanın sistemin dönme hareketi ve momentini karşılamadığını söyledik. Burada sistemde üç mil vardır. Bu millerin hangisi çıkış mili olarak fonksiyonunu gösterirse bu mil sistemin momentinide karşılar [25].

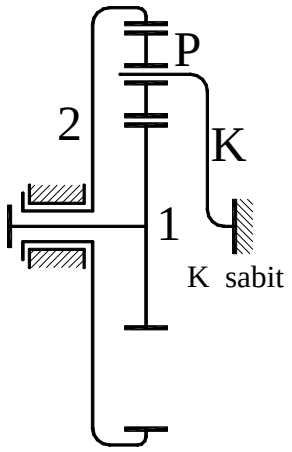
Bir redüktörde aynı eksen üzerinde isteye göre giriş veya çıkış mili olarak üç mil varsa, bu planet sistemidir.

0.6 Planet sistemleri

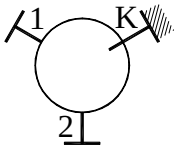
Temel sistem: Kovan mili redüktör kutusuna sabit bağlı, $n_K = 0$. 1 inci ve 2 nci miller giriş veya çıkış milleri fonksiyonunu yaparlar, Şekil 10.

Yörünge sistemi: Kovan hareketli, $n_K \neq 0$. Yerine ve şartlara göre ya 1 inci veya 2 nci mil sabit. Fonksiyona göre; birinci hal, 2 nci mil sabit tahrik kovan çıkış 1 inci mil veya tahrik 1 inci mil çıkış kovan. İkinci hal, 1 inci mil sabit tahrik kovan, çıkış 2 nci mil veya tahrik 2 nci mil, çıkış kovan,
Şekil 11. Bazan hareketli iki milde iki motorla tahrik edilir. Böylece çeşitli devir sayıları elde edilir.

Diferansiel sistemi: Burada her üç milde hareketli sabit olan mil yok. Buna üç mil planet sistemide denilir. Genelde iki mil iki ayrı motorla tahrik edilir ve üçüncü mil çıkış milidir, Şekil 12. Bu sistemdede çeşitli devir sayıları elde edilir.

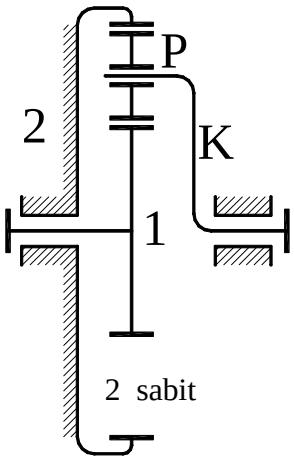


Şematik

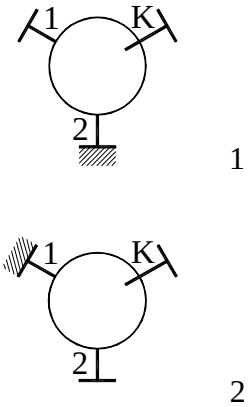


Sembol

Şekil 10, Temel sistem

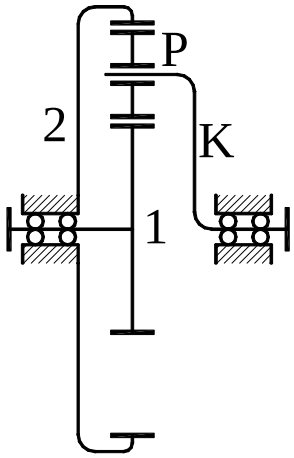


Şematik

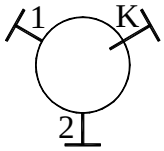


Sembol

Şekil 11, Yörünge sistemi



Şematik



Sembol

Şekil 12, Diferansiel sistem

Ortak eksenli planet sistemi: Yukarıda verilen örneklerde hep ortak eksenli planet sistemi için verilmiştir. Bu özellik planet sistemlerin en önemli hususiyetidir. 1 inci mil, 2 nci mil ve kovan milinin eksenleri çakışır ve ortak eksen olarak kabul edilir. Bundan ötürü burada göreceğimiz bütün planet sistemler koaksiyal (ortak eksenli) olacaktır. Koaksiyal olmayan planet sistemleri basit dişli kademesi gibidir. Bu bir güneş (1 inci mil) ve bir planetten oluşur.

Güneş "G; 1 inci mil" ve Çember "Ç; 2 nci mil" dişlileri: Hemen hemen bütün literatürde merkezde dönen silindirik alın dişli (güneş dişlisi) 1 inci mil olarak verilmiştir. Burada daha belirli anlaşmamız için merkezde dönen silindirik dış dişli olana ***"1 inci mil, güneş"***, çevrede dönen ve iç dişli olanınada ***"2 nci mil, çember"*** adını verelim. Bu iki dişlininde rotasyon eksenleri sistemin ana ekseni ile aynıdır.

Planet dişlisi "P": Güneş ile çember arasında kendi ve güneşin ekseni etrafında dönen dişlidir. Bazı literatürde "uydu", "gezegen" veya "satalit" diyede adlandırılır.

Kovan "K": Planet dişlileri taşıyan kol veya aynadır. Kütle eşitliği, güç ve kuvvet dağılımının avantajı için genelde üç kollu veya ayna şeklindedir. Bu üç kol 120° dağılımındadır.

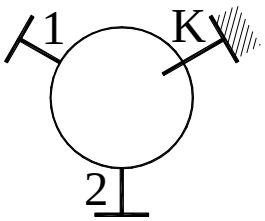
Mutlak devir sayısı: Planet sisteminde bulunan dişlilerin sabit sistem kutusuna göre devir sayılarıdır. Burada tek indeks ile gösterilirler. Örneğin; kovanın mutlak devir sayısı "n_K" olarak gösterilir.

Göreceli devir sayısı": Planet sisteminde bulunan dişlilerin bir birlerine göre devir sayılarıdır. Burada çift sembollü indeks ile gösterilirler.
Örneğin: 1. milin kovana göre göreceli devir sayısı $m_{1K} = n_1 - n_K$ kadardır.

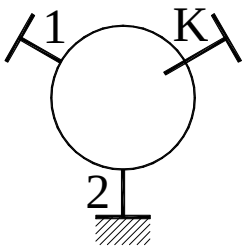
Sistemin temel çevirim oranı "i_0": Sistemdeki diş sayılarının oranıyla bulunur. Burada dikkat edilecek husus şudur; Güneş (1. mil) ve çember (2. mil) aynı yönde dönüyorsa i_0 pozitif (+), ters yönde dönüyorsa i_0 negatif (–) işaretli olur.

Göreceli çevirim oranı "$i_{x/y}$": Buna göreceli çevirimde diyebiliriz. Bu iki eleman arasındaki çevirim oranıdır. Çift indeksle gösterilir.
Örneğin; Güneş (1. mil) ile kovan arasındaki göreceli çevirim $i_{1/K}$ ile gösterilir. Bak Şekil 10,

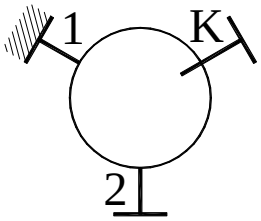
$$i_{12} = \pm \frac{z_1}{z_3} \cdot \frac{z_3}{z_2}$$



$i_{12} = n_1 / n_2$
$i_{21} = n_2 / n_1$



$i_{1K} = n_1 / n_K$
$i_{K1} = n_K / n_1$



$i_{2K} = n_2 / n_K$
$i_{K2} = n_K / n_2$

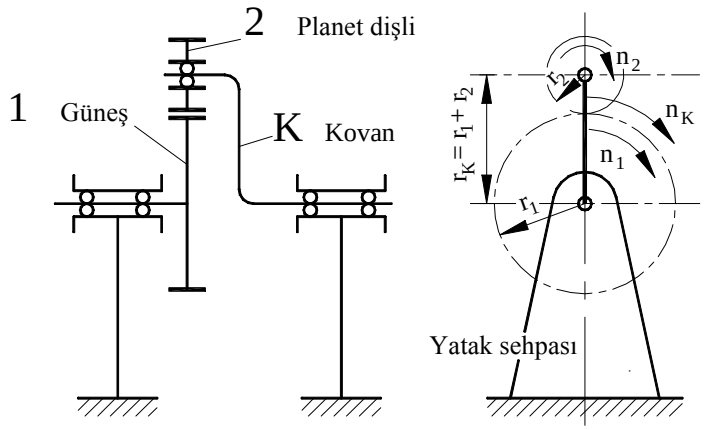
Genel çevirim oranı $i = n_{Giriş} / n_{Çıkış}$ olarak hesaplanır. Fakat her zaman giriş ve çıkış devir sayıları bilinmez. Bilinen veya istenen giriş veya çıkış devir sayısıdır. Aranan devir sayısı, bilinen devir sayısından çevirim oranı yardımı ile bulunur.

1 Kinematik temel bilgiler

1.1 Planet sisteminin temel formülünün bulunması

1.1.1 Detaylı çözüm

Planet sisteminde çevirim oranları hep görecelidir. Yani bir dişlinin hızı veya devir sayısı herhangi bir parçaya göre belirlenir. Bunu belirtmek için çevirim oranlarının indeksini buna göre verelim. Basit olarak gösterilen planet sistemi Şekil 13 ile görüldüğü gibi; yuvarlanma yarı çapı r_1 olan ***"Güneş"*** (dış dişli) indeksini "1" alalım, yuvarlanma yarı çapı r_2 olan ***"Planet dişli"*** indeksini "2" alalım ve eksenler mesafesi veya yarı çapı $r_K = r_1 + r_2$ olan ***"Kovan"*** nında indeksini "K" alalım.



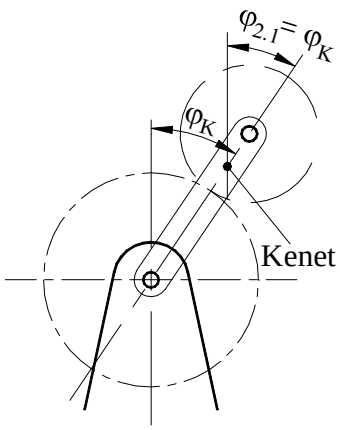
Şekil 13, En basit planet sistemi

Bu sistemde aynı zamanda Güneş mili "1" i n_1 ile, Kovan "K" yı n_K ile çevirelim. Burada Planet dişli "2" yatak sehpası eksenine göre n_2 dönüşü yapar.

Burada tanımladığımız bu üç devir sayısını analitik olarak veya ***"Hız planı"*** yardımıyla bulabiliriz. Devir sayıları yerine açısal hızları "ω" veya sabit bir zamanda dönüş açılarını "φ" kullanabiliriz. Çünkü bu boyutlar devir sayısı ile doğru orantılıdır (bak Tablo 1).

Tablo 1, Devir sayısı, açısal hız ve dönüş açıları

Dişlinin adı	Devir sayısı	Açısal hız	Dönüş açısı	Çap	Diş sayısı
Güneş dişli	n_1	$\omega_1 = 2.\pi.\ n_1$	$\varphi_1 = \omega_1.t$	d_1	z_1
Planet dişli	n_2	$\omega_2 = 2.\pi.\ n_2$	$\varphi_1 = \omega_1.t$	d_2	z_2
Kovan	n_K	$\omega_K = 2.\pi.\ n_K$	$\varphi_K = \omega_K.t$	-	-



Şekil 14, Durum 1

Düşüncelerimizin çıkış durumu olarak Şekil 13 ü alalım ve planet dişlisi ile kovanı bir biri ile kenetleyelim ve kovanı "φ_K" açısı kadar sağa çevirelim. Planet dişlisi "$\varphi_{2.1}$" açısı ve güneş dişliside kovanla beraber "φ_K" açısı kadar dönerler (bak Şekil 14, Durum 1). Burada şu eşitlik bulunur;

$$\boxed{\varphi_{2.1} = \varphi_K}$$

Kenetlemeyi çözelim, kovanı sabit tutalım ve güneş dişlisini "φ_K" kadar geriye, yani sola çevirelim.

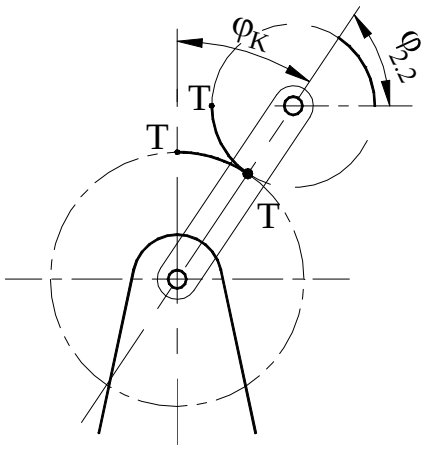
Bu durumda planet dişlisinie bakarsak, güneş dişlisi "φ_K" kadar dönünce planet dişliside "$\varphi_{2.2}$" kadar döner (bak Şekil 15, Durum 2). Burada iki dişlinin bir biri ile yuvarlandıkları çember parçasının eşitliğinden şu bağıntı yazılır:

$$\varphi_{2.2} \cdot r_2 = \varphi_K \cdot r_1$$

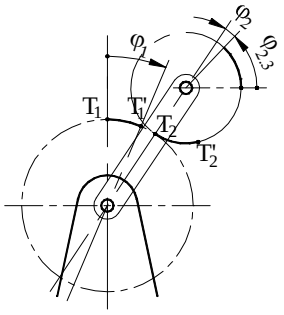
Bu eşitliktende şu denklem

$$\boxed{\varphi_{2.2} = \varphi_K \cdot \frac{r_1}{r_2}}$$

bulunur. Şimdi güneş dişlisini "φ_1" açısı kadar sağa (+) çevirince planet dişliside "$\varphi_{2.3}$" kadar sola (–) döner.



Şekil 15, Durum 2



Şekil 16, Durum 3

$$\boxed{\varphi_{2.3} = \varphi_1 \cdot \frac{r_1}{r_2}}$$

Böylece planet dişlisini dönme açısı bulunur.

$$\varphi_2 = \varphi_{21} + \varphi_{2.2} - \varphi_{2.3}$$

veya

$$\boxed{\varphi_2 = \varphi_K + \frac{r_1}{r_2} \cdot \varphi_K - \frac{r_1}{r_2} \cdot \varphi_1} \qquad F(2)$$

Bu formül kovan "φ_K" ve güneş "φ_1" kadar sağa döndürülürse geçerlidir. F (2) formülünün iki tarafını "t" ye bölersek, eşitliği açısal hız bağıntısı olarak buluruzF (3).

$$\boxed{\omega_2 = \omega_K + \frac{r_1}{r_2} \cdot \omega_K - \frac{r_1}{r_2} \cdot \omega_1} \qquad F(3)$$

Burada $\omega = 2.\pi.n$ olduğuna göre F (3) nin iki tarafını "$2.\pi$ " ye bölersek, eşitliği devir sayıları bağıntısı olarak buluruz F (4):

$$\boxed{n_2 = n_K + \frac{r_1}{r_2} \cdot n_K - \frac{r_1}{r_2} \cdot n_1} \qquad F(4)$$

Temel çevirim oranını $i_{1/2} = -\, r_2/r_1 = i_0$ yazar ve formülün iki tarafını i_0 ile çarparsak Planet sisteminin temel formülünü buluruz:

$$n_2 = n_K - \frac{n_K}{i_0} - \frac{n_1}{i_0} \qquad / \,.\, i_0$$

$$n_1 - n_2 \cdot i_0 = n_K \cdot (1 - i_0)$$

$$\boxed{n_1 - n_2 \cdot i_0 - n_K \cdot (1 - i_0) = 0} \qquad F(5)$$

n	1/s	indeksine göre devir sayısı
i	[-]	indeksine göre çevirim oranı
r	m	indeksine göre yarı çap
ω	1/s	indeksine göre açısal hız
φ	rad	indeksine göre dönüş açısı

Bu formüle ***"Planet sisteminin temel formülü"*** denir ve bütün planet sistemlerinde (silindir ve konik dişli sistemlerde) geçerlidir. Bununla sistemde aranan bütün devir sayıları ve devir sayısına bağlı bütün değerler bulunur.

Burada çevirim oranını $i_0 = i_{2/1} = -r_1/r_2 = 1/i_{1/2}$ olarak alınırsa şu formülümüz F (6) şeklini alır.

$$\boxed{n_2 - n_1 \cdot i_{2/1} = n_K \cdot (1 - i_{2/1})} \qquad F(6)$$

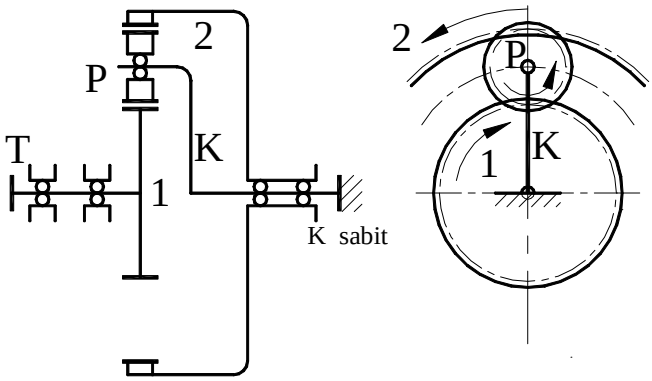
1.1.2 Kısa yol çözümü

Planet sistemindeki hareket ve çevirim oranlarını inceleyebilmek için Şekil 17 ile gösterilmiş olan en basit planet sistemini ele alalım. Bu sistemde dişliler; güneş dişlisi indeks "1" ile, planet dişlisi indeks "P" ile, planeti taşyan kovan indeks "K" ile ve çember dişli indeks "2" ile gösterilmiştir. Hesaplarda dişliler indeksleriyle gösterilecektir.

Bunlar değişik yönlerde dönebilecekleri gibi bunlardan birini sabit tutmakta mümkündür. Burada çember dişliyi sabit kabul edelim ve diğer değerleri şu şekilde gösterelim:

Tablo 2, Dişlinin değerleri ve özellikleri

Dişlinin adı	Devir sayısı	Açısal hız	Dönüş açısı	Çap	Diş sayısı
Güneş dişli	n_1	$\omega_1 = 2.\pi.\ n_1$	$\varphi_1 = \omega_1.t$	d_1	z_1
Planet dişli	n_P	$\omega_P = 2.\pi.\ n_P$	$\varphi_P = \omega_P.t$	d_P	z_P
Çember dişli	n_2	$\omega_2 = 2.\pi.\ n_2$	$\varphi_2 = \omega_2.t$	d_2	z_2
Kovan	n_K	$\omega_K = 2.\pi.\ n_K$	$\varphi_K = \omega_K.t$	-	-



Şekil 17, En basit planet sistemi

Dönüş yönlerini kesin olarak tanımlayalım. Bir dişliye ekseninden bakıp disk şeklinde gördüğümüzde dişli saat yelkovanının dönüşü gibi dönüyorsa buna "Sağ" dönüş, eğer aksi istikametinde dönüyorsa buna "Sol" dönüş diyelim. Bir kademede veya bir kaç kademeli redüktörde bütün dişliler için dönüş yönleri, kabul edilen sabit bir noktaya göre verilir.
Şekil 17 ile dönüş yönleri için kabul edilen sabit noktayı tahrik mili " T " olarak alalım. Böylece dişliler arasındaki bağıntıları inceleyelim. Burada yapacağımız çalışmada kullanacağımız değerlerden; devir sayısı "n", açısal hız "ω" veya zaman "t" eşit ve sabit alınırsa dönüş açısı "φ" olabilir. Karşılaştırmada ve orantılarda bu değerlerden herhangi birini seçmekle hiçbir değişiklik veya yanlış yapılmış olmaz.

Şekil 17 ile gösterilen sistemde (güneş) 1. mil sağa dönerse çevirim oranı şu şekilde hesaplanır:

$$i = \frac{n_1}{n_P} \cdot \frac{n_P}{n_2} \qquad \text{buradan} \qquad i = \frac{n_1}{n_2} \quad \text{bulunur.}$$

Bu formül işlenirse:

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{z_2}{z_1} \qquad \text{bulunur.}$$

Bu bulunan çevirim oranına ***Temel çevirim oranı*** adını verelim ve sembol olarak "i_0" ile gösterelim.

$$\boxed{i_0 = \frac{z_2}{z_1}} \qquad F(7)$$

i_0	[-]	Temel çevirim oranı
z_2	[-]	2. dişlinin (çemberin) diş sayısı
z_1	[-]	1. dişlinin (güneşin) diş sayısı

Diğer taraftan planet dişlisi kovan ile sabit tutulduğundan, 1. milin (güneşin) ve 2. milin (çemberin) kovana göre devir sayıları:

1. milin (güneşin) kovana göre; $m_1 = n_1 - n_K$

2. milin (çemberin) kovana göre; $m_2 = n_{20} - n_K$

Bu eşitlikleri bir birine böler ve işlersek:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{n_2 - n_K}{n_1 - n_K}$$

$$\boxed{i_0 = \frac{n_1 - n_K}{n_2 - n_K}} \qquad F(8)$$

$$n_1 - n_K = i_0 \cdot (n_2 - n_K)$$

$$n_1 - n_K = i_0 \cdot n_2 - i_0 \cdot n_K$$

$$n_1 - n_K - i_0 \cdot n_2 + i_0 \cdot n_K = 0$$

$$\boxed{n_1 - i_0 \cdot n_2 - n_K \cdot (1 - i_0) = 0} \qquad F(9)$$

m	1/s	indeksine göre göreceli devir sayısı
n	1/s	indeksine göre devir sayısı
i_0	[-]	Temel çevirim oranı

Bu formül F (9) ***"Planet sisteminin temel formülü"*** olup, bütün planet sistemlerinde çevirim oranlarının ve hızların bulunmasında kullanılır.

1 inci mil (güneş) ve 2 nci mil (çemberin) dönme yönleri temel çevirim oranı ve dolayısıyla F (9) yi etkiler.

1.1.3 Temel formülün genel geçerliliği

Planet sisteminin karekteristiği deyince akla diş sayısı oranları gelir. Sistemdeki temel çevirim oranı i_0 pozitif (+) veya negatif (–) olabilir. İşaret sistemdeki dişlilerin göreceli dönme yönlerine bağlıdır.
Şöyleki: Eğer 1. mil (güneş) ve 2. mil (çember) biribirleri ile aynı yönde dönüyorsa i_0 pozitif (+), ters yönde dönüyorsa i_0 negatif (–) işaretli olur.

$$\boxed{i_0 = \pm \frac{z_2}{z_1}} \qquad \text{bak F (7)}$$

$$\boxed{n_1 - n_2 \cdot i_0 - n_K \cdot (1 - i_0) = 0} \qquad \text{bak F (5)}$$

$$\boxed{n_G - i_0 \cdot n_Ç - n_K \cdot (1 - i_0) = 0} \qquad \text{bak F (9)}$$

i_0	[-]	Temel çevirim oranı
n_1	1/s	1. milin (güneşin) devir sayısı
n_2	1/s	2. milin (çemberin) devir sayısı
n_K	1/s	Kovanın devir sayısı

Yukarıda verilen F (5) ve F (9) formülleri eşit ve aynı olup, indekslerde aynı parçalar ayrı işaretlerle gösterilmiştir. " $n_1 = n_G$ " ve " $n_2 = n_Ç$ " gibi.

Temel çevirim i_0 pozitif (+) ise buna ***"artı redüktör"*** denir. Bu redüktörde çıkış devir sayısı giriş devir sayısından küçüktür.

Temel çevirim i_0 negatif (–) ise buna ***"eksi redüktör"*** denir. Bu redüktörde çıkış devir sayısı giriş devir sayısından büyüktür.

Planet sisteminde parçaları standart bir indeksle göstermekle bütün planet sistemlerinin hesaplarını ve analizlerini genel olarak yapma imkanı doğar.

1.1.4 Temel çevirim oranı "i_0"

Temel çevirim oranı "i_0" planet sisteminde, normal redüktörlerde olduğu gibi, kovan mili sabit tuttuğumuzda birinci milin (giriş mili, genelde güneş mili) devir sayısının ikinci milin (çıkış mili) devirsayısına olan oranıdır. Bu orantı F (10) ile gösterilmiştir.

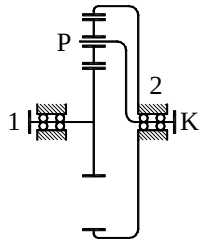
$$\boxed{i_0 = \left(\frac{n_1}{n_2}\right)_{n_K = 0}} \qquad \text{F (10)}$$

i_0	1	Temel çevirim oranını
n_1	1/s	Giriş milinin devir sayısı
n_2	1/s	Çıkış milinin devir sayısı
n_K	1/s	Kovan milinin devir sayısı, burada sıfır

Eğer giriş milini ikinci mil olarak kabul edersek formülümüz şu şekli alır.

$$\boxed{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)_{n_K = 0} = \frac{1}{i_0}} \qquad \text{F (11)}$$

Tablo 3, Planet sistemleri

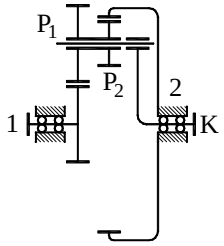


Şekil 18

$i = -1{,}2 \ldots -11$ *)1 ; $i_0 = z_2 / z_1$ *)2

$\eta_{12} \approx \eta_{21} \approx \eta_{wa} \cdot \eta_{wi} \approx 0{,}985$ *)3

$g_{MK} = \dfrac{|z_2| + |z_1|}{q_p}$ Sonuç tamsayı olmalı *)4

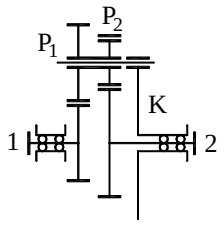


Şekil 19

$i = -0{,}5 \ldots -1 \ldots -53$ *)1; $i_0 = \dfrac{z_2}{z_{P2}} \cdot \dfrac{z_{P1}}{z_1}$ *)2

$\eta_{12} \approx \eta_{21} \approx \eta_{wa} \cdot \eta_{wi} \approx 0{,}985$ *)3

$g_{MK} = \dfrac{|z_{P1} \cdot z_2| - |z_{P2} \cdot z_1|}{q_p \cdot t_{EBB}}$ Sonuç tamsayı olmalı *)4

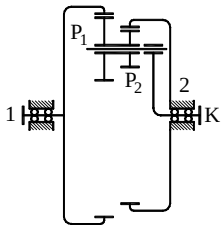


Şekil 20

$i = 1 \ldots 40$ *)1 ; $i_0 = \dfrac{z_Ç}{z_{P2}} \cdot \dfrac{z_{P1}}{z_G}$ *)2

$\eta_{GÇ} \approx \eta_{ÇG} \approx \eta_{wa} \cdot \eta_{wa} \approx 0{,}98$ *)3

$g_{MK} = \dfrac{|z_{P1} \cdot z_Ç| - |z_{P2} \cdot z_G|}{q_P \cdot t_{EBB}}$ Sonuç tamsayı olmalı *)4

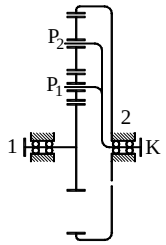


Şekil 21

$i = 1 \ldots 2{,}7$ *)1 ; $i_0 = \dfrac{z_Ç}{z_{P2}} \cdot \dfrac{z_{P1}}{z_G}$ *)2

$\eta_{GÇ} \approx \eta_{ÇG} \approx \eta_{wa} \cdot \eta_{wa} \approx 0{,}98$ *)3

$g_{MK} = \dfrac{|z_{P1} \cdot z_Ç| - |z_{P2} \cdot z_G|}{q_P \cdot t_{EBB}}$ Sonuç tamsayı olmalı *)4

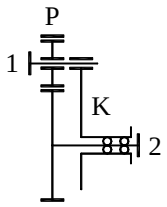


Şekil 22

$i = 1{,}2 \ldots 17$ *)1 ; $i_0 = z_Ç / z_G$ *)2

$\eta_{12} \approx \eta_{21} \approx \eta_{wa} \cdot \eta_{wa} \cdot \eta_{wi} \approx 0{,}975$ *)3

$g_{MK} = \dfrac{|z_2| - |z_1|}{q_P}$ Sonuç tamsayı olmalı *)4



Şekil 23

$i = -0{,}2 \ldots -17$ *)1 ; $i_0 = -\dfrac{z_2}{z_1}$ *)2

$\eta_{12} \approx \eta_{21} \approx \eta_{wa} \approx 0{,}99$ *)3

Her halde çalışır *)4

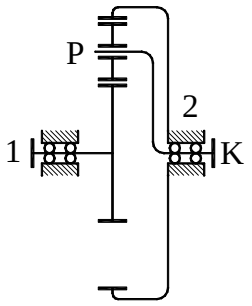
*)1 Kullanılan çevirim oranı sınırı "i", 1 ile 3 planet dişli, minimum diş sayısı $z_{min} = 17$ ve $z_{max} = 300$

*)2 Temel çevirim oranı

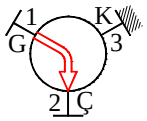
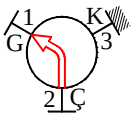
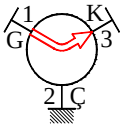
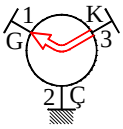
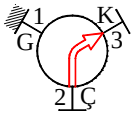
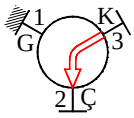
*)3 Verim (randıman) derecesi. Yalnız dişli kademesi için, yataklamada ayrıca hesaplanmalı. $\eta_{12} = \eta_{21}$, alın dişli kademesi $\eta_{wa} = 0{,}99$; iç dişli kademesi $\eta_{wi} = 0{,}995$ teklif,

*)4 Montaj Koşulu q_P = Planet adedi ; g_{MK} = Montaj koşulu sayısı,sonuç ; $t_{EBB} = z_{P1}$ ve z_{P2} nin en büyük ortak böleni. Planet sistemlerinde dişlerin monte edilebilmeleri için gereken koşul şudur: Çember ve güneşin diş sayılarının toplamının planet dişli adedine bölümü tam sayı vermelidir. Bu koşul yerine geliyorsa planet sisteminin montajı yapılabilir ve sistem fonksiyonunu yapar. Yukarıda montaj koşulu denklemleri verilmiştir.

Tablo 4, Şekil 18 ile verilmiş olan planet sisteminin varyantları



Buradaki formüller F (5) formülünden üretilmiştir.

Sabit : Kovan, $n_K = 0$ Tahrik : 1 inci mil (güneş) Çıkış : 2 nci mil (çember)		$i_{12} = \frac{n_1}{n_2} = i_0 = \frac{z_2}{z_1}$
Sabit : Kovan, $n_K = 0$ Tahrik : 2 nci mil (çember) Çıkış : 1 inci mil (güneş)		$i_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{i_0} = \frac{z_1}{z_2}$
Sabit : 2 nci mil (çember), $n_2 = 0$ Tahrik : 1 inci mil (güneş) Çıkış : Kovan		$i_{12} = \frac{n_1}{n_K} = 1 - i_0$
Sabit : 2 nci mil (çember), $n_2 = 0$ Tahrik : Kovan Çıkış : 1 inci mil (güneş)		$i_{K1} = \frac{n_K}{n_1} = \frac{1}{1 - i_0}$
Sabit : 1 inci mil (güneş), $n_1 = 0$ Tahrik : 2 nci mil (çember) Çıkış : Kovan		$i_{2K} = \frac{n_2}{n_K} = 1 - \frac{1}{i_0}$
Sabit : 1 inci mil (güneş), $n_1 = 0$ Tahrik : Kovan Çıkış : 2 nci mil (çember)		$i_{K2} = \frac{n_K}{n_2} = \frac{1}{1 - \frac{1}{i_0}}$

Planet sisteminde temel çevirim oranı konstrüksiyonda sabit olarak (dişli çaplarıyla) belirlendiği için üç milli planet sisteminde iki mile istenilen devir sayısı verilebilir ve üçüncü milde çeşitli çıkış devir sayıları bulunur. Bu durumda sistemin çevirim oranı ***Göreceli çevirim oranı "k_i"*** diye adlandırılır. Buna çok dikkat edilmelidir, çünki iki büyüklük aynı denklemde görülebilir.

$$k_{1k} = \frac{n_1}{n_K} = \frac{1 - i_{12}}{1 - i_{12} / k_{12}} \qquad \text{F (12)}$$

Eğer bir planet sisteminde herhangi bir "i" ve göreceli çevirim oranı "k veya 1/k" biliniyorsa, istenilen herhangi bir göreceli çevirim oranı "k veya 1/k" değeri Tablo 5 ile verilen formüllerle ya doğrudan veya formüllerin işlenmeleriyle verilen ve aranan oranlara göre kolayca bulunur.

Tablo 5, Göreceli çevirim oranlarının genel formülleri

	k_{12}	k_{21}	k_{1K}	k_{K1}	k_{2K}	k_{K2}
k_{12}	k_{12}	$\frac{1}{k_{21}}$	$\frac{k_{1K} \cdot i_0}{k_{1K} - 1 + i_0}$	$\frac{i_0}{1 - k_{K1} \cdot (1 - i_0)}$	$\frac{1 - i_0 \cdot (1 - k_{2K})}{k_{2K}}$	$k_{K2} \cdot (1 - i_0) + i_0$
k_{21}	$\frac{1}{k_{12}}$	k_{21}	$\frac{k_{1K} - 1 + i_0}{k_{1K} \cdot i_0}$	$\frac{1 - k_{K1} \cdot (1 - i_0)}{i_0}$	$\frac{k_{2K}}{1 - i_0 \cdot (1 - k_{2K})}$	$\frac{1}{k_{K2} \cdot (1 - i_0) + i_0}$
k_{1K}	$\frac{1 - i_0}{1 - i_0 / k_{12}}$	$\frac{1 - i_0}{1 - i_0 \cdot k_{21}}$	k_{1K}	$\frac{1}{k_{K1}}$	$1 - i_0 \cdot (1 - k_{2K})$	$1 - i_0 + i_0 / k_{2K}$
k_{K1}	$\frac{1 - i_0 / k_{12}}{1 - i_0}$	$\frac{1 - i_0 \cdot k_{21}}{1 - i_0}$	$\frac{1}{k_{1K}}$	k_{K1}	$\frac{1}{1 - i_0 \cdot (1 - k_{2K})}$	$\frac{1}{1 - i_0 + i_0 / k_{2K}}$
k_{2K}	$\frac{1 - i_0}{k_{12} - i_0}$	$\frac{1 - i_0}{1 / k_{21} - i_0}$	$\frac{k_{1K} - 1 + i_0}{i_0}$	$\frac{1 / k_{K1} - 1 + i_0}{i_0}$	k_{2K}	$\frac{1}{k_{K2}}$
k_{K2}	$\frac{k_{12} - i_0}{1 - i_0}$	$\frac{1 / k_{21} - i_0}{1 - i_0}$	$\frac{i_0}{k_{1K} - 1 + i_0}$	$\frac{i_0}{1 / k_{K1} - 1 + i_0}$	$\frac{1}{k_{2K}}$	k_{K2}

Yukarıdaki çalışmalardan şu sonuç çıkar:

Eğer parçalar ve konumlar sistematik olarak aynı indekslerle tanımlanırlarsa, sistemdeki bütün değerler, örneğin; Torsiyon momentleri, güçler ve randımanlar genel formüllerle hesaplanır.

Böylece basit planet sistemi için kabul edilen hesap formülleri karışık ve bileşik planet sistemleri içinde geçerlidir. Bunun için sistemin üç milinin ve bu üç milin herhangi birisinin dışarıya bağlanma ihtimali vede sistemin çalışma derecesi 2 olmalıdır.

Çalışma derecesi demek; planet sisteminin kaç miline hareket verilebilir demektir. Burada bizim planet sistemimizin üç mili olduğuna göre bunlardan ikisine hareket verebilme imkanımız var demektir.

Görüleceği gibi hangi milin çıkış mili olması hiç önemli değildir.

Örnek; Sistemde bilinen devir sayıları, n_1 = 9 d/s ; n_2 = 12 d/s ; n_K =18 d/s dir.

F (8) ile $i_0 = \frac{n_1 - n_K}{n_2 - n_K}$ $i_{12} = \frac{9-18}{12-18} = 1{,}5$ $\underline{\underline{i_{12} = 1{,}5}}$

$k_{12} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{9}{12} = 0{,}75$ $\underline{\underline{k_{12} = 0{,}75}}$

Burada $i_{12} > 1$ ve $k_{12} = 0...1$ olduğu için TVM (Toplam Verim Mili) 2.Mildir ve 2.milin devir sayısı n_2 = 12 d/s dir.

Eğer sabit iki çevirim oranı biliniyorsa Tablo 5 ile üçüncü devir sayısı oranı bulunur.

Bilinenler: $k_{21} = 3$ aranan ; k_{12} = ?

Tablo 5 ile $k_{12} = 1/k_{21}$ $k_{12} = 1/3 = 0{,}333$ $\underline{\underline{k_{12} = 0{,}333}}$

Bilinenler: $i_{12} = 1{,}5$ ve $k_{K2} = -3$ aranan ; k_{12} = ?

Tablo 5 ile $k_{12} = k_{K2} \cdot (1 - i_{12}) + i_{12}$ $k_{12} = -3 \cdot (1 - 1{,}5) + 1{,}5$ $\underline{k_{12} = 3{,}000}$

Bilinenler: $i_{12} = 1{,}5$ ve $k_{1K} = -3$ aranan ; k_{12} = ?

Tablo 5 ile $k_{12} = \frac{k_{1K} \cdot i_{12}}{k_{1K} + i_{12} - 1}$ $k_{12} = \frac{-3 \cdot 1{,}5}{-3 + 1{,}5 - 1}$ $\underline{k_{12} = 1{,}800}$

Bilinenler: $i_{12} = 3$ ve $k_{12} = -2$ aranan ; k_{2K} = ?

Tablo 5 ile $k_{2K} = \frac{1 - i_{12}}{k_{12} - i_{12}}$ $k_{2K} = \frac{1-3}{-2-3} = 0{,}4$ $\underline{\underline{k_{2K} = 0{,}400}}$

Bilinenler: $k_{K2} = 1{,}5$ aranan ; k_{2K} = ?

Tablo 5 ile $k_{2K} = 1/k_{K2}$ $k_{2K} = 1/1{,}5$ $\underline{\underline{k_{2K} = 0{,}667}}$

Bilinenler: $i_{12} = 2$ ve $k_{1K} = -2$ aranan ; k_{2K} = ?

Tablo 5 ile $k_{2K} = \frac{k_{1K} + i_{12} - 1}{i_{12}}$ $k_{2K} = \frac{-2 + 2 - 1}{2} = -0{,}5$ $\underline{k_{2K} = 0{,}500}$

2 Basit planet sisteminin temel kanunları

Basit planet sisteminin temel kanunları denince akla sistemdeki ***devir sayıları, momentler, güçler ve randıman*** gelir. Bunların, genel olarak üç hareketli mili olan planet sistemlerinde, analizini yapıp aynı zamanda iki hareketli mili olan planet sistemlerindede geçerliliğini göreceğiz.

2.1 Devir sayıları

Planet sisteminin hareketi sistemdeki momentlerle hiç bağlantısı yoktur. Bunun içinde sistemin hareket analizi sistemdeki moment ve güçler dikkate alınmadan yapılır ve moment ve güçler ne olursa olsun geçerlidir. Sistemi ek bir ivme momenti etkilemediği müddetçe, momentler yalnız statik eşitliklerle hesaplanır ve devir sayıları ile alakaları yoktur. Fakat millerin giriş ve çıkış mili olmalarında, sürtünme kaybı analizi için, dikkate alınırlar.

Devir sayılarının analizini yaparken ***Wolf*** un [34] kabul ettiği gibi bizde konstrüksiyon şekline bağlı sabit çevirim oranını "i" ile, bunnların muadili devir sayılarınıda "n" ile gösterelim. İndekslerdeki sayıların sırasıda pay ve paydayı göstersin. Örneğin;

$$i_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{i_{12}}$$

Aynı zamanda o konstrüksiyon şekline ve momentlerle alakası olmayan millerin devir sayılarınıda "m" ile göstermiştir. . Örneğin;

$$k_{K2} = \frac{m_K}{m_2} = \frac{1}{k_{2K}}$$

Bu tanımlamalarla analizlerimizi basit olarak idade etmemiz mümkün olacaktır.

2.1.1 Üç milide hareketli planet sisteminde devir sayıları

Bu karmakarışık problemi ilk defa 1841 senesinde ***Willis*** [32] kolayca anlaşılır hale getirmiştir. F (13) ile gösterilmiş devir sayıları formülünü bulmuştur.

Birinci kısmi hareket dişlilerin kovana göre göreceli hareketidir. Bu sabit kovanlı sabit planet kademesinin hareketinin aynıdır. Burada kovana göre belli bir zaman biriminde 1 inci mil göreceli olarak "n'_1" ve 2 nci milde "n'_2" devir gösterirler.

$$\frac{n_1'}{n_2'} = i_0$$

İkinci kısmi hareket ise her iki dişli milinin kovanla eşit devirde dönmesi. Burada göreceli devir sayısı sıfırdır. Yani sitem tek olarak kavrama pozisyonunda hep beraber döner.

$$n_1'' = n_2'' = n_K'' = m_K$$

Her mil için bu kısmi hareketleri toplarsak, her milin işletmedeki devir sayısını buluruz.

$$m_1 = n_1' + n_1'' = n_1' + m_K$$

$$m_2 = n_2' + n_2'' = n_2' + m_K$$

$$m_K = 0 + n_K'' = m_K$$

Buradan ***Willis*** in devir sayıları formülünü bulmuştur.

$$\boxed{\frac{n_1'}{n_2'} = i_0 = \frac{m_1 - m_K}{m_2 - m_K}} \qquad F\ (13)$$

Göreceli devir sayılarını şu şekilde de gösterebiliriz;

$$n_1' = m_1 - m_K \qquad n_2' = m_2 - m_K$$

Göreceli devir sayılarına aynı zamanda ***"yuvarlanma devir sayıları"*** da denilir.

Üç milli planet sisteminde millerin devir sayıları şu formüllerle gösterilir;

F (5) i hatırlayalım $n_1 - n_2 \cdot i_0 - n_K \cdot (1 - i_0) = 0$ devir sayılarını göreceli yazarsak şu formülleri buluruz;

1 inci milin devir sayısı;

$$\boxed{m_1 = i_0 \cdot m_2 + (1 - i_0) \cdot m_K} \qquad F(14)$$

2inci milin devir sayısı;

$$\boxed{m_2 = \frac{m_1 + (i_0 - 1) \cdot m_K}{i_0}} \qquad F(15)$$

Kovan milinin devir sayısı;

$$\boxed{m_K = \frac{i_0 \cdot m_2 - m_1}{i_0 - 1}} \qquad F(16)$$

Burada bu formülleri m_1, m_2 ve m_K ile bölersek, göreceli devir sayıları oranlarını buluruz.

Tablo 6, Göreceli devir sayıları

Detaylı gösteriş	Basit gösteriş	
$\frac{m_2}{m_1} = \frac{1}{i_0} + \left(1 - \frac{1}{i_0}\right) \cdot \frac{m_K}{m_1}$	$k_{21} = \frac{1}{i_0} + \left(1 - \frac{1}{i_0}\right) \cdot k_{K1}$	F (17)
$\frac{m_1}{m_2} = i_0 + (1 - i_0) \cdot \frac{m_K}{m_2}$	$k_{12} = i_0 + (1 - i_0) \cdot k_{K2}$	F (18)
$\frac{m_1}{m_K} = (1 - i_0) + i_0 \cdot \frac{m_2}{m_K}$	$k_{1K} = (1 - i_0) + i_0 \cdot k_{2K}$	F (19)
$\frac{m_K}{m_1} = \frac{\frac{m_2}{m_1} \cdot i_0 - 1}{i_0 - 1}$	$k_{K1} = \frac{k_{21} \cdot i_0 - 1}{i_0 - 1}$	F (20)
$\frac{m_K}{m_2} = \frac{i_0 - \frac{m_1}{m_2}}{i_0 - 1}$	$k_{K2} = \frac{i_0 - k_{12}}{i_0 - 1}$	F (21)
$\frac{m_2}{m_K} = \frac{\frac{m_1}{m_K} - (1 - i_0)}{i_0}$	$k_{2K} = \frac{k_{1K} - (1 - i_0)}{i_0}$	F (22)

2.1.2 İki mili hareketli planet sisteminde devir sayıları

Üç ihtimalli iki milli planet sisteminde bir mil sabit kalacağından devir sayılarınıF (13), F (14), F (15) ve F (16) formüllerinde sağ taraftaki bir devir sayısını "0" kabul eder ve devir sayıları göreceli olmayacağı için "n" ile göstererek hesaplarız.

İki milli planet sisteminde devir sayıları

F (13) ile, $n_K = 0$

$$n_1 = i_0 \cdot n_2 \qquad F(23)$$

F (14) ile, $n_2 = 0$

$$n_1 = (1 - i_0) \cdot n_K \qquad F(24)$$

F (13) ile, $n_K = 0$

$$n_2 = \frac{n_1}{i_0} \qquad F(25)$$

F (15) ile, $n_1 = 0$

$$n_2 = \frac{n_K \cdot (i_0 - 1)}{i_0} \qquad F(26)$$

F (16) ile, $n_2 = 0$

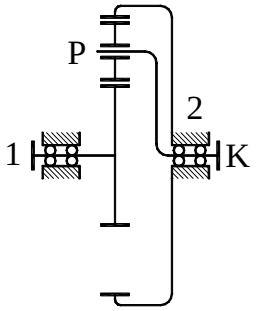
$$n_K = \frac{n_1}{1 - i_0} \qquad F(27)$$

F (16) ile, $n_1 = 0$

$$n_K = \frac{n_2 \cdot i_0}{1 - i_0} \qquad F(28)$$

2.1.3 Planet dişlilerin göreceli devir sayıları

Planet dişlilerin göreceli devir sayıları sistemin kovanına göre devir sayıları demektir. Planet dişlilerin göreceli devir sayılarını hesaplarken daha iyi anlamak için Şekil 18 veya Tablo 4 ile verilmiş olan planet sistemini ele alalım. 1 inci ve 2 nci millerin göreceli devir sayıları (m_1-m_K) ve (m_2-m_K) formüllerinin benzerini planet dişliler için yazalım.



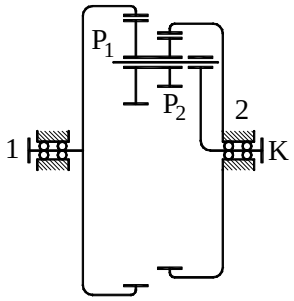
$$(m_p - m_K) = (m_1 - m_K) \cdot i_{pl} = \pm(m_1 - m_K) \cdot \frac{z_1}{z_p}$$

veya

$$(m_p - m_K) = (m_2 - m_K) \cdot i_{p2} = \pm(m_2 - m_K) \cdot \frac{z_2}{z_p}$$

Burada + İç dişliler, – Dış dişliler içindir.

Eğer iki planet dişlisi varsa



$$(m_{p1} - m_K) = (m_1 - m_K) \cdot i_{p11} = \pm(m_1 - m_K) \cdot \frac{z_1}{z_{p1}}$$

veya

$$(m_{p2} - m_K) = (m_2 - m_K) \cdot i_{p22} = \pm(m_2 - m_K) \cdot \frac{z_2}{z_{p2}}$$

Burada + İç dişliler, – Dış dişliler içindir.

2.2 Torsiyon momentleri "M":

Burada moment yalnız ***"Torsiyon momenti"*** olduğundan sembolünüde ***"M"*** olarak göstereceğiz. Bu moment aynı zamanda "Burulma momenti" olarakta tanımlanır. Fakat biz burada yalnız torsiyon momenti deyimini kullanacağız. Herhangi bir elemanda torsiyon momentinin bulunması için konstruksiyonun temel çevirim oranı "i_0" ve temel randımanının "η_0" bilinmesi gerekir. Genelde tahrik edilen mildeki veya çıkış milindeki torsiyon momenti bilinir.

Konstruksiyon bilindiğine göre, giriş yani tahrik edilen mil ile momentin hesaplanması gereken yer arasındaki toplam verim η_0 yüzde (%) olarak hesaplanabilir.

Sistemin içinin özelliklerini bilmeden eşitlik kanunlarına göre sistemin temel çevirim oranı ve randımanını bilerek sistemin momentleri hesaplanabilinir. Böyle bir sistemin kendisi ne moment üretebilir, nede moment tüketir.
Burada eşitlik kanunlarına göre moment şartı şöyledir:

Bütün sistemi etkileyen momentlerinin toplamı sıfırdır.

$$\Sigma M = M_1 + M_2 + M_K = 0 \qquad \text{F (29)}$$

ΣM	Nm	Sistemin toplam momenti
M_1	Nm	Giriş milindeki moment
M_2	Nm	Çıkış milindeki moment
M_K	Nm	Kovan milindeki moment

Yukarıda F (29) ile verilen eşitliğin olabilmesi için momentlerin bir kısmının ön işaretinin pozitif ve diğer kısmınında negatif olması gerekir. Burada iki momentin ön işareti biri birine eşittir ve değerlerinin toplamıda üçüncü momente eşit olması gerekir. Toplam momenti ileten mile ***"Toplama mili",*** diğer iki milede ***"Farklı mil"*** denir. Farklı millerden birinin momenti diğer iki milin moment farkı kadardır.

Burada her planet sisteminde geçerli olan şu kurallar ortaya çıkar;

Toplama mili ile Farklı millerin momentlerinin ön işaretleri karşıttır.

Farklı millerin momentlerinin ön işaretleri aynıdır.

Basit planet kademesinde genel olarak güneş tahrikli sistemde çember ve güneş arasındaki moment bağıntısını yazarsak;

$$M_2 \cdot n_2 = -M_1 \cdot n_1 \cdot \eta_{12}$$

Diğer taraftan aynı sistemde çember tahrikli sistemde çember ve güneş arasındaki moment bağıntısını yazarsak;

$$M_2 \cdot n_2 = -M_1 \cdot n_1 \cdot \eta_{21}$$

Burada her iki denklemdeki randıman analizini yapıp ortak bir tanıma getirirsek "η_0" torsiyon momentleri şu şekilde formüller edilir.

Tahrik 1 inci mil

$$\left(\frac{M_2}{M_1}\right)_{P_{w1}>0} = -\frac{n_1}{n_2} \cdot \eta_{12} = -i_{12} \cdot \eta_{12} = -i_0 \cdot \eta_{12} \qquad \text{F (30)}$$

Tahrik 2 nci mil

$$\boxed{\left(\frac{M_2}{M_1}\right)_{P_{w1}<0} = -\frac{n_1}{n_2}\cdot\eta_{21}^{-1} \approx -i_{12}\cdot\eta_0^{-1} \approx -i_0\cdot\eta_0^{-1}} \qquad F(31)$$

Burada F (30) ile verilmiş olan indeks "P_{W1}" giriş (1. mil, güneş mili) milindeki yuvarlanma (W) gücüdür ve sıfırdan büyük değeri olması gerekir. Diğer taraftan kovan sabit kabul edilmiştir.

F (30) ile yaptığımız gibi aynı şekilde diğer miller arasındaki bağıntıları yazıp sonuşlarını hesaplarsak aşağıda F (6) ve Tablo 8 ile verilen formülleri buluruz.

Eğer sistem kovanın dışarıya bağlanmasıyla kavrama vazifesi görüyorsa miller arasındaki devir sayıları, torsiyon momentleri ve yuvarlanma güçleri bağıntıları ve oranları aynen kalır, vede F (30) ile bulunan F (6) ve Tablo 8 ile verilen formüller her yerde geçerlidir.

F (30) ve F (31) ile verilen formüllerin biri birinden farkı randıman üssünün ön işaretidir. Randımanın üssünün işareti, eğer güç pozitif ise randıman üssünün ön işareti "+" pozitif, eğer güç negatif ise randıman üssünün ön işareti "−" negatifdir. Burada bay Brandenberger'in teklifi olan randımanın bir sembolle gösterilmesi [6] ve ön işaretinin "+" pozitif veya "−" negatif olmasının duruma göre seçilmesini kabul ederek randıman üssünün literatürde son kabulüne göre "w1" sembolüyle gösterelim ve bu randımana ***Hesaplanan randıman "η_0^{w1}"*** diyelim. Burada tekrardan randımanın ön işaretinin birinci (güneş) milindeki yuvarlanma gücünün ön işareti olduğunu hatırlatırım. Burada dikkat edilecek bir nokta var; işaret büyük ***"W"*** ise bu yuvarlanmayı, işaret küçük ***"w"*** ise bu randımanın ön işaretini gösterir. Böylece bu üs sembolünün kabulü ile ileride giriş ve çıkış milleri bilinmeden dahi moment ve randıman formüllerinin çeşitli şekillerde bulunması kolaylaştırılmış olacaktır. Bunun basit veya bileşik planet sistemlerinde ne kadar faydalı olduğunu, giriş ve çıkış millerinin yeri bilinmeden veya işletmede yer değiştirmelerine rağmen, hesaplamalarda ilerde göreceğiz.

Bu kabuller sonunda bağıntımızı genel olarak şu formülle gösterebiliriz:

$$\boxed{\frac{M_2}{M_1} = -i_0\cdot\eta_0^{w1}} \qquad F(32)$$

M_2	Nm	Çıkış milindeki moment
M_1	Nm	Giriş milindeki moment
i_0	1	Temel çevirim oranı
η_0^{w1}	1	Hesaplanan randıman

Burada Hesaplanan randımanın analizini yaparsak randıman üssü "w1";

$$w1 = \frac{P_1}{|P_1|} = \frac{M_1\cdot(n_1-n_K)}{|M_1\cdot(n_1-n_K)|} \quad \text{ve buradan} \quad w1 = \pm 1 \quad \text{bulunur ve.}$$

şu kural ortaya çıkar

Üs w1 in ön işareti birici (güneş) milin yuvarlanma gücünün ön işaretinin aynısıdır.

Randıman üssünün ön işareti ilerde verilmiş olan tablolardanda alınabilir, bak Tablo 13.

Bu bilgilere göre formül F (32) formül F (29) de duruma göre yerleştirilirse şu formülleri elde ederiz.

$$M_1 + M_K = i_0\cdot\eta_0^{w1}\cdot M_1$$

$$\boxed{\frac{M_K}{M_1} = i_0 \cdot \eta_0^{w1} \cdot -1} \qquad F(33)$$

$$M_2 + M_K = \frac{M_2}{i_0 \cdot \eta_0^{w1}}$$

$$\boxed{\frac{M_K}{M_2} = \frac{1}{i_0 \cdot \eta_0^{w1}} - 1} \qquad F(34)$$

Yukarıdaki formüllerden F (32), F (33) ve F (34) ile görüldüğü gibi, planet sisteminde momentler temel çevirim oranı, temel randıman ve randımanın üs ön işareti ile bağıntılıdır. Millerin devir sayıları ile momentlerin alakası yoktur.

Birinci mildeki (güneş mili) gücü "P_{WG}" ile gösterirsek, eğer;

$P_{W1} > 0$ ise güç 1 inci milden 2 nci mile aktarılıyor demektir.
$P_{W1} < 0$ ise güç 2 nci milden 1 inci mile aktarılıyor demektir.

Bu tanımlama sonucu şu bağıntılar bulunur;

$$P_{W1} = M_1 \cdot (n_1 - n_2) \cdot 2 \cdot \pi$$

$P_{W1} > 0$ ise güç ; W1 = +1 ==> $\eta_0^{w1} = \eta_{12}$

$P_{W1} < 0$ ise güç ; W1 = –1 ==> $\eta_0^{w1} = 1/\eta_{21}$

M_1	Nm	Verilen, M_2 veya M_K dan hesaplanan moment
η_0^{w1}	1	Hesaplanan randıman

Görüldüğü gibi üç milin kendi aralarındaki moment bağıntıları temel çevirim oranı "i_0" ve temel randıman "η_0" ile hesaplanır. Böylece güç akışları sabit olur ve momentlerin oranı sabittir.

$$\boxed{M_1 : M_2 : M_K \approx f\left\{i_0, \eta_0^{w1}\right\} = \text{sabit}} \qquad F(35)$$

M_1	Nm	1 inci mildeki moment
M_2	Nm	2 nci mildeki moment
M_K	Nm	Kovan milindeki moment
f	1	Fonksiyon
i_0	1	Temel çevirim oranı
η_0^{w1}	1	Hesaplanan randıman

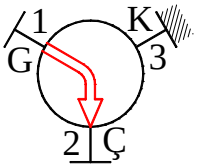
Yukarıda F (35) ile verilen denklem, ***"differansiel sistemin karekteristik denklemi"*** olup, devir sayılarına bağlı olmadan ve hatta bir milin hareketsiz sabit kalması halinde bile geçerlidir. Sistemin üç mili üç ayrı makinanın güçlerini bir birine taşıyorsa, fonsiyonun yapılabilmesi için, devir sayıları ve moment bağıntıları sağlanmalıdır. Böylece sistemin işletmedeki devir sayılarının ve momentlerinin durumları belirlenir. bak F (36).

$$\boxed{M_i = f\{n_i\}} \qquad F(36)$$

Eğer stabil duruma ulaşılamıyorsa sistem fonksiyonunu yapamaz veya durur. Eğer momentlerden biri "$M_i = 0$" ise, differansiel sistemin karekteristik denklemine F (35) göre diğer momentlerde sıfırdır. Buda sistemin boşuna çalıştığını gösterir ve güç taşımak imkansızdır.

Planet sisteminde moment bağıntıları temel çevirim oranı "i_0" ve temel randıman "η_0" ile hesaplanır. Millerin devir sayıları ile momentlerin alakası yoktur

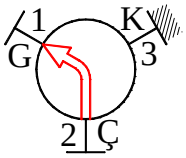
Tablo 7, Güneş mili tahrikli, millerdeki momentler



$M_1 > 0$, biliniyor	$M_2 > 0$, biliniyor	$M_K > 0$, biliniyor
$M_2 = -M_1 \cdot i_0 \cdot \eta_0$	$M_1 = -M_2 \cdot \frac{1}{i_0 \cdot \eta_0}$	$M_1 = -M_K \cdot \frac{1}{1 - i_0 \cdot \eta_0}$
$M_K = M_1 \cdot (i_0 \cdot \eta_0 - 1)$	$M_K = M_2 \cdot \left(\frac{1}{i_0 \cdot \eta_0} - 1\right)$	$M_2 = -M_K \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{i_0 \cdot \eta_0}}$

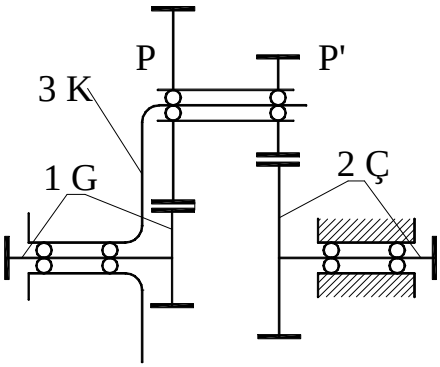
Sonuçta görülecek (–) işareti momemt yönünün bilinen moment yönüne ters olduğunu gösterir.

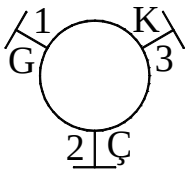
Tablo 8, Çember mili tahrikli, millerdeki momentler



M_1 biliniyor	M_2 biliniyor	M_K biliniyor
$M_2 = -M_1 \cdot \frac{i_0}{\eta_0}$	$M_1 = -M_2 \cdot \frac{\eta_0}{i_0}$	$M_1 = -M_K \cdot \frac{1}{1 - \frac{i_0}{\eta_0}}$
$M_K = -M_1 \cdot \left(1 - \frac{i_0}{\eta_0}\right)$	$M_K = -M_2 \cdot \left(1 - \frac{\eta_0}{i_0}\right)$	$M_2 = -M_K \cdot \frac{1}{1 - \frac{\eta_0}{i_0}}$

Tablo 9, Tablo 7 ve Tablo 8 ile verileri pratikte kontrol edelim *)1





Bilinen: $M_1 = +80$ Nm, $i_0 = -5$	Bilinen: $M_2 = +400$ Nm, $i_0 = -5$	Bilinen: $M_K = -480$ Nm, $i_0 = -5$
$M_2 = -M_1 \cdot i_0 \cdot \eta_0$	$M_1 = -M_2 \cdot \frac{1}{i_0 \cdot \eta_0}$	$M_1 = -M_K \cdot \frac{1}{1 - i_0 \cdot \eta_0}$
$M_2 = -80.(-5 \,.\, 1) = 400$	$M_1 = -400.(1/(-5 \,.\, 1)) = 80$	$M_1 = 480.(1/(1-5)) = 80$
$M_K = -M_1 \cdot (1 - i_0 \cdot \eta_0)$	$M_K = -M_2 \cdot \left(1 - \frac{1}{i_0 \cdot \eta_0}\right)$	$M_2 = -M_K \cdot \frac{i_0 \cdot \eta_0}{i_0 \cdot \eta_0 - 1}$
$M_K = -80.(1+5 \,.\, 1) = -480$	$M_K = -400.(1+1/5) = -480$	$M_2 = 480.(5/6) = 400$
$M_1 + M_2 + M_K = 0$	$M_1 + M_2 + M_K = 0$	$M_1 + M_2 + M_K = 0$
$80 + 400 - 480 = 0$	$80 + 400 - 480 = 0$	$80 + 400 - 480 = 0$

*)1 Burada hesaplar yaparken teorik olarak $\eta_0 = 1$ kabul edilmiştir.

Momentlerin özetlenmiş hali Tablo 10 ile gösterilmiştir.

Tablo 10, Moment denklemlerinin özeti

$\Sigma M = M_1 + M_2 + M_{tK} = 0$		$M_1 : M_2 : M_K = f\left\{i_0, \eta_0^{w1}\right\} = \text{sabit}$
$\frac{M_2}{M_1} = -i_0 \cdot \eta_0^{w1}$	$\frac{M_K}{M_1} = i_0 \cdot \eta_0^{w1} - 1$	$\frac{M_K}{M_2} = \frac{1}{i_0 \cdot \eta_0^{w1}} - 1$

F (29) ile görüleceği gibi üç milden birinin ön işareti diğer ikisinin tersi ve moment büyüklüğüde diğer ikisinin momentlerinin toplamına eşit olması gerekir. Bu mile ***toplama mili "TM"***, diğer millerede ***farklı miller "FM"*** denir.

Eğer toplama mili durdurulursa, diğer farklı millerin ikiside aynı yöne döndükleri ve aynı yön momentlerine sahip olduklarından ***negatif çevirim oranı*** elde edilir ve bu redüktöre ***eksi redüktör*** denir. Eğer farklı millerden biri durdurulursa ***pozitif çevirim oranı*** elde edilir ve bu redüktöre ***artı redüktör*** denir.

Böylece basit planet sisteminde iki karşıt negatif ve çift olarak dört karşıt pozitif çevirim oranı olduğu görülür.

2.2.1 Toplama mili "TM" nin bulunması

Buraya kadar gördüğümüz bilgilere göre, eğer temel çevirim oranı ve temel randıman biliniyorsa toplama milinin hangi mil olduğu kolayca bulunur.

F (32) ele alınır eksi redüktör için eşitlik yazılırsa;

$i_0 \cdot \eta_0^{w1} < 0$ olması gerekir.

Buda $M_2/M_1>0$ yani pozitif demektir.

M_2/M_1 değerinin pozitif olması için iki momentin ön işaretlerinin aynı olası ve buda bu millerin farklı miller olduğunu gösterir. Bu miller farklı miller ise kovan mili toplama milidir.

Aynı şekilde F (32) ele alınır artı redüktör için eşitlik yazılırsa;

$i_0 \cdot \eta_0^{w1} > 1$ olması gerekir.

Buda $M_2/M_1<-1$ yani negatif ve $|M_2| > |M_1|$ demektir.

M_2/M_1 negatif olması için iki milden birinin toplama mili diğerininde farklı mil olmasını gerektirir.

Eğer $\left|\frac{M_2}{M_1}\right| > 1$ ise 2. mil toplama milidir.

Eğer $\left|\frac{M_2}{M_1}\right| < 1$ ise 2. mil farklı mildir.

Eksi redüktörde kovan mili toplama mili, artı redüktörde momentinin mutlak değeri büyük olan merkezi mil toplama milidir.

Planet sistemleri hakkındaki genel literatürün çoğunluğunda, pratikte hesapları daha kolay yapabilmek için, sistemdeki randıman kaybı dikkate alınmadan temel randıman değeri $\eta_0 = 1$ kabul edilip hesaplar yapılır.

2.3 Millerdeki güçler "P"

Üç milide hareketli planet sisteminin çalışma şeklinin iki alternatifi vardır:

1. Bir tahrik edilen (giriş) mil ve iki çıkış mili,
2. İki tahrik edilen (giriş) milleri ve bir çıkış mili.

Bu alternatiflerin hangisinin işletmede olması prensipte bir şey değiştirmez. Giriş milindeki güç pozitiftir ve buda momentin ve devir ön işaretinin aynı olmasını gerektirir.
Buradan şu formül doğar:

$$P_{Gi} = M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n > 0 \qquad F(37)$$

Çıkış milindeki güç negatiftir. Buradanda şu formül doğar:

$$P_{Çı} = M \cdot 2 \cdot \pi \cdot n < 0 \qquad F(38)$$

Üç milide hareketli planet sisteminindeki her mil tek başına giriş mili veya çıkış mili olabilir. Bu mile ***toplam güç mili*** mili denir ve diğer iki milede ***farklı güç milleri*** denir.

Üç milli planet sisteminde toplam güç mili giriş miliyse, diğer iki mil çıkış milidir. Veya toplam güç mili çıkış miliyse, diğer iki mil giriş milidir.

Üç milide hareketli planet sisteminin iki mili giriş mili ve bunların dönüş yonleri karşıt işaretli olabilir. Bu durumda herhangi birini, hiçbir düşünceye bakmadan, pozitif diğeride negatif olarak kabul edebiliriz. Bu kabulle bir yanlış yapmış olmayız.

Genel olarak herhangi bir mildeki güç şu şekilde hesaplanır. Mildeki gücün hesaplanmasında milin açısal hızı ile mildeki torsiyon momenti yeterlidir. Açısal hız devir sayısı ile tanımlanır.

$$P_i = M_i \cdot \omega_i \qquad F(39)$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n$$

$$P_i = M_i \cdot 2 \cdot \pi \cdot n_i \qquad F(40)$$

P_i	W	Milin dış gücü
M	Nm	Mildeki moment
ω	1/s	Milin açısal hızı
n	1/s	Milin devir sayısı

Millerdeki güçlere ***"Milin dış gücü"*** de denir. Millerde şu üç güç görülür; ***Yuvarlanma gücü, Kavrama gücü*** ve ***Kayıp güç***. Bu güçleri sırasıyla görelim ve bağıntılarının analizini yapalım.

2.3.1 Milin yuvarlanma gücü "P_y"

Milin yuvarlanma gücü, milin normal gücü gibi hesaplanır. Yalnız burada birbirini kavrayan dişli çifti için hesap yapıldığından, bulunan güç kısmi güçtür. Hesapda göreceli devir sayısı kullanılır. Buna aynı zamanda ***"Sistemdeki iç güç akışı"*** da denir. Temel sistem prensibi ile çalışan planet sistemlerinde, dişliler yalnız kademenin yuvarlanma gücünü iletilir, kavrama gücü sıfırdır, $P_k = 0$.

Örneğin: 1 inci mil ile kovan mili arasındaki yuvarlanma gücü;

$$P_{y1} = M_1 \cdot \omega_{1K} \qquad F(41)$$

1 inci milin yuvarlanma gücünü, 1 inci milin kovan miline göre göreceli devir sayısı ile gösterirsek, 1 inci mil ile kovan milinin göreceli açısal hızı:

$$\omega_{1K} = 2 \cdot \pi \cdot (m_1 - m_K)$$

$$\boxed{P_{y1} = M_1 \cdot (m_1 - m_K) \cdot 2 \cdot \pi} \qquad F\ (42)$$

P_{y1}	W	1 inci milin yuvarlanma gücü
M_1	Nm	1 inci milin torsiyon momenti
ω_{1P}	1/s	1 inci mil ile planetin açısal hızı
m_i	1/s	Göreceli devir sayısı, indekse göre

Aynı şekli 2 nci mil içinde düşünebiliriz:

$$\boxed{P_{y2} = M_2 \cdot \omega_{2K}} \qquad F\ (43)$$

$$\omega_{2K} = 2 \cdot \pi \cdot (m_2 - m_K)$$

$$\boxed{P_{y2} = M_2 \cdot (m_2 - m_K) \cdot 2 \cdot \pi} \qquad F\ (44)$$

Yuvarlanma gücünün hesaplamasını pratikte kullanılan şekliyle göstermek istersek şu formülleri buluruz.

1 inci milin gücü $P_1 = M_1 \cdot \omega_1 = M_1 \cdot n_1 \cdot 2 \cdot \pi$

$$\boxed{P_1 = \frac{M_1 \cdot n_1}{9'550}} \qquad F\ (45)$$

2 nci milin gücü $P_2 = M_2 \cdot \omega_2 = M_2 \cdot n_2 \cdot 2 \cdot \pi$

$$\boxed{P_2 = \frac{M_2 \cdot n_2}{9'550}} \qquad F\ (46)$$

Kovan milindeki güç $P_K = M_K \cdot \omega_K = M_K \cdot n_K \cdot 2 \cdot \pi$

$$\boxed{P_K = \frac{M_K \cdot n_K}{9'550}} \qquad F\ (47)$$

Sistemdeki kayıp güç

$$\boxed{P_V = -M_1 \cdot (n_1 - n_K) \cdot 2 \cdot \pi \cdot \left(1 - \eta_0^{w1}\right)} \qquad F\ (48)$$

P_i	kW	Milin dış gücü, indeksine göre
P_V	kW	Isıya dönüşen kayıp güç
M_i	Nm	Mildeki torsiyon momenti, indeksine göre
n_i	1/dak	Milin devir sayısı, indeksine göre
η_0^{w1}	1	Hesaplanan randıman

Planet dişli sisteminde güç, dişlileri taşıyan millerin devir sayılarına bağlı hesaplanır ve dişlilerin sürtünmesinden oluşan güç kaybı ısıya dönüşür. Eğer bir planet sisteminde kovan ile dişliler arasında göreceli hareket yoksa, sistem ***kavrama*** olarak çalışıyor demektir.

2.3.2 Milin kavrama gücü "P_k"

Bütün miller kovanın devir sayısına, "n_K" ya eşit devir sayısı ile çalışıyorsa, güç göreceli devir sayısı olmassa miller arasında güç taşınmadığından güç kaybıda olmaz. Bu şekilde taşınan güce ***kavrama gücü "P_k"*** denir.

Eşit devir sayısı ile çalışan milleri olan planet sisteminin millerinin güçleri arasındaki orantı, momentleri arasındaki orantı gibidir ve sabittir.

$$P_{k1} : P_{k2} : P_{kK} = M_1 : M_2 : M_K = \text{sabit} \qquad F(49)$$

Buradada momentler için söylenen teorik kurallar, randıman dikkate alınmassa, tamamen geçerlidir. Farklı millerin güçlerinin ön işareti aynı ve değerlerinin toplamıda toplam milin güç değerine eşittir. Bu düşünceyi formüllerle göstermek istersek:

$$\begin{aligned} P_1 &= P_{k1} + P_{y1} = M_1 \cdot m_K + M_1 \cdot (m_1 - m_K) = M_1 \cdot m_1 \\ P_2 &= P_{k2} + P_{y2} = M_2 \cdot m_K + M_2 \cdot (m_2 - m_K) = M_2 \cdot m_2 \\ P_K &= P_{kK} + P_0 = M_K \cdot m_K \end{aligned} \qquad F(50)$$

P_i	W	Milin dış gücü, indeksine göre
P_{ki}	W	Mildeki kavrama gücü, indeksine göre
P_{yi}	W	Mildeki yuvarlanma gücü, indeksine göre
M_i	Nm	Mildeki moment, indeksine göre
m_i	1/s	Göreceli devir sayısı, indekse göre

Buradanda şu sonucu çıkarırız: Her milin gücü o milin yuvarlanma ve kavrama gücünün toplamı kadardır. [32]

$$P_i = P_{yi} + P_{ki} \qquad F(51)$$

$P_ı$	W	Milin dış gücü, indeksine göre
P_{yi}	W	Mildeki yuvarlanma gücü, indeksine göre
P_{ki}	W	Mildeki kavrama gücü, indeksine göre

Planet sistemin kendisi ne enerji üretebilir, nede enerji tüketir. Mekaniğin temel kanuna göre bütün güçlerin toplamının sıfır olması gerekir. Aşağıda bir mildeki bütün güçlerin analizi bir tabloda formüllerle verilmiştir. Güçlerin toplamı sıfırdır.

Kavrama güçleri $P_{k1} + P_{k2} + P_K = 0$

Yuvarlanma güçleri $P_{y1} + P_{y2} + P_V = 0$

Toplam mil güçleri $\Sigma P = P_1 + P_2 + P_K + P_V = 0$ F (52)

P_i	W	Milin dış gücü, indeksine göre
P_{ki}	W	Mildeki kavrama gücü, indeksine göre
P_{yi}	W	Mildeki yuvarlanma gücü, indeksine göre
P_V	W	Kayıp güç

2.3.3 Millerdeki çeşitli güç bağlantıları

Yukarıda gördüğümüz çeşitli güçleri özet halinde bir tablo olarak verirsek, Tablo 11 ortaya çıkar.

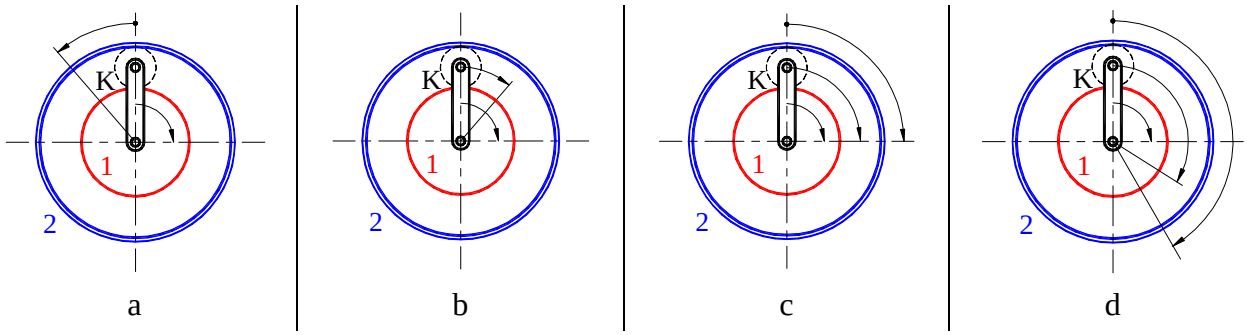
Tablo 11, Millerdeki çeşitli güçler

Mil	Milin dış gücü "P_i"	Yuvarlanma gücü "P_{yi}"	Kavrama gücü "P_{ki}"
1	$P_1 = M_1 \cdot m_1$	$P_{y1} = M_1 \cdot (m_1 - m_K)$	$P_{k1} = M_1 \cdot m_K$
2	$P_2 = M_2 \cdot m_2$	$P_{y2} = M_2 \cdot (m_2 - m_K)$	$P_{k2} = M_2 \cdot m_K$
K	$P_K = M_K \cdot m_K$	$P_{yK} = 0$	$P_{k1} = M_K \cdot m_K$

Tablo 11 ile verilen formülleri yazı ile şu şekildede ifade edebiliriz, aynı şekilde bak F (51).

Milin dış gücü "P_i" = Milin Yuvarlanma gücü "P_{yi}" + Milin kavrama gücü "P_{ki}"

Planet sistemindeki güçleri analize etmek istersek Şekil 24 ile vermiş olduğumuz hallerin analizini yapmamız gerekir.



Şekil 24, Hareketin çeşitli durumlarında güçlerin analizi [25]

1 ≡ G birinci veya güneş mili, 2 ≡ Ç ikinci veya çember mili, K kovan mili

Şekil 24, a) ile verilen durumda; Kovan hareketsiz ve sabittit. Bütün yuvarlanma gücü dişli çarklar ile iletiliyor. Yani $P_1 = P_{y1}$. Çıkış mili devir sayısı ön işareti negatif "–". Burada kavrama gücü $P_{k1} = M_1 \cdot m_K = 0$ olur.

Şekil 24, b) ile verilen durumda; Kovan 1. milin aynı yönünde hareket ettiğinde kovana göre göreceli devir sayısı (m_1-m_K) olur ve 1. milin yuvarlanma gücü daha küçüktür. Burada oluşan fark kavrama gücüdür. Bu durumu formülle göstermek istersek, şu formülleri elde ederiz.

$$P_1 = P_{y1} + P_{k1} \qquad \text{Burada} \qquad \begin{aligned} P_{y1} &= M_1 \cdot (m_1 - m_K) > 0 \\ P_{k1} &= M_1 \cdot m_K > 0 \end{aligned}$$

Kovan devir sayısı yükseldikce kovanın göreceli çevirim oranı "k_{K1}" de kovanın çevirim oranı "i_{K1}" e eşit olunca "$k_{K1} = i_{K1}$", 2. mil dönüş yönünü değiştirir. Buda milin devririnin ve gücünün ön işaretinin değişmesi demektir. Başlangıçta çıkış mili olan mil giriş mili olması gerekir ve kovan mili yalnız olarak çıkış mili vazifesini yapar.

Şekil 24, c) ile verilen durumda; Kovanın göreceli devir sayısı 1. milin devir sayısına ulaştığında göreceli devir sayıları farkı sıfır olur, (m_1–m_K) = 0 . Buda sistemde göreceli hareketin olmadığını, göreceli devir sayılarının m_1=m_2=m_K olduğunu gösterir. Buda sistemin kavrama noktasına geldiğinin işaretidir. Burada güçler yalnız kavrama gücü olarak iletilir.

Şekil 24, d) ile verilen durumda; Kovanın devir sayısı 1. milin devir sayısındanda daha fazlalaştırılırsa, bütün göreceli devir sayıları ve yuvarlanma devir sayısı (m_1–m_K) ile 1. milin yuvarlanma gücünün ön işareti değişir. Yuvarlanma gücü negatif ve kavrama gücü 1. milin tahrik gücündende büyük olur. Bu durumu formülle göstermek istersek, şu formülleri elde ederiz.

$$P_1 = P_{y1} + P_{k1} \qquad \text{Burada} \qquad \begin{aligned} P_{y1} &= M_1 \cdot (m_1 - m_K) < 0 \\ P_{k1} &= M_1 \cdot m_K > P_1 > 0 \end{aligned}$$

Özet; Kovandan bakarak göreceli olarak durumun analizini yapacak olursak şunları tespit ederiz. 1. milde oluşan kavrama gücü "P_{k1}" tahrik (giriş) gücüdür ve 1. milin yuvarlanma gücü "P_{y1}" çıkış gücüdür. Buda sistemin içindeki güçlerin biribirlerine karşıt yönlerde olduğunu gösterir. Kovan 1. milden daha hızlı döndüğünden, göreceli olarak bize 1. mil geriye doğru dönüyor hissini verir. Bu durum bize 1. milin çıkış mili ve yuvarlanma gücününde negatif olduğunu gösterir.

2.3.3.1 Kör güç

Planet sisteminde iki dişli mili arasında yuvarlanma ve kavrama gücünün yönleri birbirine ters ise mildeki kullanılan güç bu iki gücün farkı olan değerdir. Burada değeri küçük olan güç kullanılan güce ters yönde olan güçtür ve ***"kör güç"*** olarak adlandırılır. Çünki bu güç iletilen güçte gözükmeyen güçtür.

Eşitlik kanununa göre bu güce eşit bir karşıt güç olması gerekirki ikisinin toplamı sıfır, yani eşitlik elde edilsin. Bu güçte milin ilettiği güçte görülmediğinden bunada kör güç denilir. Bu iki kör güç, biri yuvarlanma diğeri kavrama gücü planet sisteminin içindeki güç akışında tüm kuvvetleriyle etkilidirler. Bu güçlerden yuvarlanma kör gücü sürtünme etkisinden dolayı toplam randımanın azalmasına ve sistemin ısınmasına sebep olur.

2.3.3.2 Artı ve eksi redüktörlerde güçlerin analizi

Buraya kadar gördüklerimiz ile planet sistemlerinde şu kuralları ortaya koyabiliriz:

Eksi "–" redüktörlerde yuvarlanma gücü, iletilen güçten küçüktür.

Bu kural ile yörüngeli planet kademesi randımanı, sabit planet kademesi randımanından yüksektir. Eksi redüktörlerde kör güç oluşamaz.

Buna karşın;

Artı "+" redüktörlerde (sistemdeki güç akışına göre) yuvarlanma gücü, iletilen güçten büyük, eşit ve küçük olabilir.

Artı redüktörlerde sistemdeki güç akışına göre kör güç ¾ ihtimalle oluşur. Oluşma ihtimali yuvarlanma gücünün milin dış gücüyle karşılaştırılmasıyla bulunur.

- Eğer iki dişli milinden biri toplam güç mili ise, yuvarlanma gücü, milin dış gücünden küçüktür.
- Eğer diğer dişli mili (fark mili) toplam güç mili ise, yuvarlanma gücü, milin dış gücünden büyüktür.
- Eğer kovan mili toplam güç mili ise, yuvarlanma gücünün büyük veya küçük olması devir sayılarına bağlıdır.

Planet sisteminde (üç hareketli mil) temel çevirim oranı i_0 ve temel randıman η_0 biliniyorsa, güç akımı devir sayılarına bağlıdır. Ön işaret kuralına göre bu durumda sistemdeki güç akışı ve hesapları verilmiş tablolardaki formüllere göre bulunur.

Planet kademesinde (iki hareketli mil) ise millerden birinin devir sayısı m_1 veya m_2 sıfır ise güç akışı sınırlıdır. Bütün planet kademelerinde merkez dişli milinde toplam yuvarlanma gücü fakat ters yönde eşit büyüklükte kavrama gücü oluşur.

2.3.3.3 Güç akışının hesaplara etkisi

Yukarıda detaylı analizini yaptığımız güç akışının faydası sistemi daha iyi anlamamız için faydalıdır. Fakat pratikte yapılacak planet sistemi hesaplarında bu analize gerek yoktur. Kinematik olarak yapılacak hesap ve analizlerde güç akışı analizi ve etkisi görülmeyecektir.

Randıman hesaplarında güç akışı muhakkak dikkate alınacaktır. Bu birinci milin yuvarlanma gücünün ön işaretinin belirlenmesi ve "w1" in bulunması ile oluşur.

2.4 Randıman "η"

2.4.1 Randıman genel

Planet sistemlerinde kullanılan konstrüksiyon elemanlarının, dişli takımı ve kademeleri, sızdırmazlık contaları, rulman yatakların dönüş hareketlerindeki sürtünmeleri, yağlanmadaki basınç ve parçaların salgıları kaçınılmaz bir durumdur. Sürtünmeden vede salgılarından dolayıda güç kaybına uğramaları doğaldır.

Bir sistemde güç kaybı sistemin randımanı ile gösterilir. Sistemin randımanı konstrüksiyon elemanlarının tek tek randımanlarının çarpımıyla bulunur. Sistemin randımanının hesabını ileride göreceğiz. Şimdilik randımanın genel tarifini ve analizini yapalım.

Genel olarak ***randıman***, çıkış gücünün giriş gücüne oranıdır, bak F (53).

$$\boxed{\eta = -\frac{P_{Çı}}{P_{Gi}}} \qquad F(53)$$

$$\boxed{P_{Çı} = -\eta \cdot P_{Gi}} \qquad F(54)$$

$P_{Çı}$	W	Çıkış gücü
P_{Gi}	W	Giriş gücü

Aynı zamanda çıkış gücü giriş gücünden kaybolan güce eşittir.

$$P_{Çı} = P_{Gi} - P_V$$

$$\eta = \frac{P_{Çı}}{P_{Gi}} = \frac{P_{Gi} - P_V}{P_{Gi}} = 1 - \frac{P_V}{P_{Gi}} = 1 - \zeta$$

$$\boxed{\eta = 1 - \zeta} \qquad F(55)$$

P_V	W	Isıya dönüşen kayıp güç
ζ	1	Kayıp derecesi

Randımanın tamamlayanı ***kayıp derecesi "ζ"*** dir, ve şu şekilde formüle edilir, F (56).

$$\boxed{\zeta = \frac{P_V}{P_{Gi}} = 1 - \eta} \qquad F(56)$$

P_V	W	Isıya dönüşen kayıp güç
P_{Gi}	W	Giriş gücü
η	1	Randıman

İki veya üç hareketli mili olan bir planet sisteminin ***toplam randıman "η_{Top}"*** ını hesaplamak istersek şu formülü kullanmamız gerekir.

$$\boxed{\eta_{Top} = 1 + \frac{P_V}{\Sigma P_{Gi}}} \qquad F(57)$$

P_V	W	Isıya dönüşen kayıp güç
ΣP_{Gi}	W	Giriş gücü

Burada ısıya dönüşen kayıp güçün F (48) ile verilen değerini F (57) yerleştirirsek şu formülü buluruz;

$$\eta_{Top} = 1 + \frac{M_1 \cdot (n_1 - n_K) \cdot 2 \cdot \pi \cdot \left(1 - \eta_0^{w1}\right)}{\Sigma P_{Gi}} \qquad F(58)$$

M	Nm	Mildeki torsiyon momenti, indeksine göre
n	1/s	Milin devir sayısı, indeksine göre
ΣP_{Gi}	W	Giriş gücü
η_0^{w1}	1	Hesaplanan randıman

2.4.2 Temel randıman "η_0"

İlerde daha detaylı göreceğimize rağmen, burada kısaca planet sisteminin temel randımanı "η_0" tanımlayalım. Randıman ne bire eşit, nede birden büyük olamaz. Burada güç akışı indekslerin sıralanmasıyla gösterilmiştir.

$$\eta_0 = \eta_{12} = -\left(\frac{P_2}{P_1}\right)_{n_K=0} < 1 \qquad F(59)$$

η_0	1	Temel randıman
η_{12}	1	Güç akışı giriş milinden çıkış miline doğru randıman
P_2	W	Çıkış milindeki güç
P_1	W	Giriş milindeki güç
n_K	1/s	Kovan milinin devir sayısı, burada sıfır

Burada görülen randıman genel randımandır. Planet sisteminin randımanının genel analizinde, randımanın dalgalanmasına rağmen; Örneğin, işletme şartlarına göre; Isı, yağın viskozitesi, yağlanma şekli, devir sayısı ve yüklenmenin dalgalanması. Diğer taraftan üretim etkileri; temas yüzeylerinin hassasiyeti, sertlik, malzeme eşlenmesi gibi. Bu etkenler genelde bir sistemde değişmedikleri ve sabit kaldıkları vede analizi basitleştirmek için, dişli kademesi randımanları ile analiz yapılır ve diğer bütün randımanlar sistem randımanı analizinde dikkate alınmaz.

Böylece F (60) ile görülen bağıntı geçerli sayılır.

$$(\eta_{12})_{n_K=0} \approx (\eta_{21})_{n_K=0} \qquad F(60)$$

F (60) ile görülen bağıntı iudur: kovan mili sabitken 1. milden 2. mile doğru hesaplanan randıman, kovan mili sabitken 2. milden 1. mile doğru hesaplanan randımana hemen hemen eşittir. Pratikte bu eşit olarak kabul edilir.

Tek mil tahrikli standart planet sistemlerinde randıman yalnız temel çevirim oranı ve temel randıman ile rahatca hesaplanır. Hesaplama formülleri Tablo 12 ile gösterilmiştir

Birden fazla mil tahrikli standart planet sistemlerinde randıman temel çevirim oranı ve temel randımanın yanı sıra serbest seçilmiş çevirim oranı, örneğin; k_{12} gibi güç akışınıda gösteren serbest çevirim oranının verilmesiyle rahatca hesaplanır. Hesaplama formülleri Tablo 13 ile gösterilmiştir. Tablo 13 ve Tablo 13-a ile verilmiş olan formüllerde görüldüğü gibi güç akışı da randımanın hesaplanmasında rol oynar.

Basit planet sistemlerinde randıman $\eta_{12} \approx \eta_{21}$ kabul edilir. Planet redüktörlerinin, bilhassa ***artı redüktör***lerde randıman, her iki güç akışı istikametindede yuvarlanma ve kavrama güçlerinin aynı yönde olmalarından dolayı çok farklı olabilir. Bunun yanında ***eksi redüktör***lerde sistemin randımanı temel randımanından daha yüksek olur.

Tablo 12, Basit planet sistemlerinin randımanı
Burada verilen değerlerde genel olarak $\eta_{12} \approx \eta_{21}$ kabul edilir ve birinci indeks giriş (tahrik), ikinci indeks ise çıkış milini gösterir.

$i_{12} = i_0$	< 0	0...1	> 1
η_{1K}	$\frac{i_{12} \cdot \eta_{12} - 1}{i_{12} - 1}$	$\frac{i_{12} / \eta_{21} - 1}{i_{12} - 1}$	$\frac{i_{12} \cdot \eta_{12} - 1}{i_{12} - 1}$
w1	+1	–1	+1
η_{K1}	$\frac{i_{12} - 1}{i_{12} / \eta_{21} - 1}$	$\frac{i_{12} - 1}{i_{12} \cdot \eta_{12} - 1}$	$\frac{i_{12} - 1}{i_{12} / \eta_{21} - 1}$
w1	–1	+1	–1
η_{2K}	$\frac{i_{12} - \eta_{21}}{i_{12} - 1}$	$\frac{i_{12} - \eta_{21}}{i_{12} - 1}$	$\frac{i_{12} - 1/\eta_{12}}{i_{12} - 1}$
w1	–1	–1	+1
η_{K2}	$\frac{i_{12} - 1}{i_{12} - 1/\eta_{21}}$	$\frac{i_{12} - 1}{i_{12} - 1/\eta_{21}}$	$\frac{i_{12} - 1}{i_{12} - \eta_{21}}$
w1	+1	+1	–1

Tablo 12 ve Tablo 13 ile verilmiş olan randıman formüllerinde, bütün teknik literatürde kabul edildiği gibi, bütün planet sistemlerinde yüklenmeye bağlı dişli kademesi sürtünme kaybı ile nakledilen yuvarlanma gücü eşit kabul edilmiş ve formüllerde yalnız bunlar ifade edilmiştir. Planetlerle beraber dönen kovan milin salgı ve vantilasyon kayıpları, sızdırmazlık contaları, yataklar ile yağlamanın getireceği randıman kayıpları toplam randıman hesaplandıktan sonra, duruma ve istenilen hesaplama doğruluğuna göre, sonradan detaylı hesaplanıp dikkate alınacaktır.

Temel randımanın hesaplanmasında yalnız yüklemeden oluşan kayıplar dikkate alınacaktır. Eğer şartnamede kati veriler yoksa, pratikte dişli çiftlerinin yuvarlanma randımanları kabul edilir;

Taşlanmış ve iyi yağlanan dış dişli kademesi randımanı	$\eta_{wa} \approx 0{,}995$
İşlenmiş ve iyi yağlanan dış dişli kademesi randımanı	$\eta_{wa} \approx 0{,}990$
Taşlanmış ve iyi yağlanan iç dişli kademesi randımanı	$\eta_{wi} \approx 0{,}995$
İşlenmiş ve iyi yağlanan iç dişli kademesi randımanı	$\eta_{wa} \approx 0{,}990$

Temel randıman η_{12} dişli kademelerinin yuvarlanma randımanlarının çarpımıyla elde edilir.

Bazı özel durumlarda detaylı hesap gerektiğinde sistemin randımanının hesabında sistemdeki randımanı etkileyebilecek bütün konstrüksiyon elemanlarının tam olarak randımanlarının dikkate alınması gerektiğinde, eğer elde tecrübelerden dolayı değerler yoksa aşağıda önerilen değerler kabul edilir.

Sızdırmazlık contalarının randımanı, normal yağlanan	$\eta_{Co} \approx 0{,}980$
Rulman yatak randımanı	$\eta_{RY} \approx 0{,}995$

Tablo 13, Birden fazla mil tahrikli planet sistemlerinin randımanı

i_{12}	k_{12}	k_{1K}	k_{2K}	TM	GA	Randıman η_{Top}	w1	GA	Randıman η_{Top}	w1
< 0	$< i_0$	$> i_{1K}$	< 0	1	$1 < {}^{2}_{K}$	**A**	+1	${}^{2}_{K} > 1$	**G**	–1
	$i_0 ... 0$	< 0	$> i_{2K}$	2	$2 < {}^{1}_{K}$	**B**	–1	${}^{1}_{K} > 2$	**H**	+1
	0...1	0...1	$1 ... i_{2K}$	K	$K < {}^{1}_{2}$	**C**	+1	${}^{1}_{2} > K$	**I**	–1
	> 1	$1 ... i_{1K}$	0...1	K	$K < {}^{1}_{2}$	**D**	–1	${}^{1}_{2} > K$	**K**	+1
0...1	< 0	$0 ... i_{1K}$	$i_{2K} ... 1$	K	$K < {}^{1}_{2}$	**C**	+1	${}^{1}_{2} > K$	**I**	–1
	$0 ... i_0$	< 0	$< i_{2K}$	2	$2 < {}^{1}_{K}$	**B**	–1	${}^{1}_{K} > 2$	**H**	+1
	$i_0 ... 1$	> 1	> 1	1	$1 < {}^{2}_{K}$	**A**	+1	${}^{2}_{K} > 1$	**G**	–1
	> 1	$i_{1K} ... 1$	0...1	1	$1 < {}^{2}_{K}$	**E**	–1	${}^{2}_{K} > 1$	**L**	+1
> 1	< 0	$i_{1K} ... 0$	$1 ... i_{2K}$	K	$K < {}^{1}_{2}$	**D**	–1	${}^{1}_{2} > K$	**K**	+1
	0...1	0...1	$i_{2K} ... 1$	2	$2 < {}^{1}_{K}$	**F**	+1	${}^{1}_{K} > 2$	**M**	–1
	$1 ... i_0$	> 1	> 1	2	$2 < {}^{1}_{K}$	**B**	–1	${}^{1}_{K} > 2$	**H**	+1
	$> i_0$	$< i_{1K}$	< 0	1	$1 < {}^{2}_{K}$	**A**	+1	${}^{2}_{K} > 1$	**G**	–1

TM Toplama mili ; GA Güç akışı ; w1 Randımanın üssü

Tablo 13-a) Tablo 13 deki formüller

A	$\frac{k_{12} - i_{12} + i_{12} \cdot \eta_{12} \cdot (1 - k_{12})}{k_{12} \cdot (1 - i_{12})}$	**G**	$\frac{k_{12} \cdot \eta_{12} \cdot (1 - i_{12})}{\eta_{21} \cdot (k_{12} - i_{12}) + i_{12} \cdot (1 - k_{12})}$
B	$\frac{k_{12} - i_{12} + \eta_{12} \cdot (1 - k_{12})}{1 - i_{12}}$	**H**	$\frac{\eta_{12} \cdot (1 - i_{12})}{\eta_{21} \cdot (k_{12} - i_{12}) + 1 - k_{12}}$
C	$\frac{(k_{12} - i_{12} \cdot \eta_{12}) \cdot (1 - i_{12})}{(k_{12} - i_{12}) \cdot (1 - i_{12} \cdot \eta_{12})}$	**I**	$\frac{(k_{12} - i_{12}) \cdot (\eta_{21} - i_{12})}{(k_{12} \cdot \eta_{21} - i_{12}) \cdot (1 - i_{12})}$
D	$\frac{(k_{12} \cdot \eta_{21} - i_{12}) \cdot (1 - i_{12})}{(k_{12} - i_{12}) \cdot (\eta_{21} - i_{12})}$	**K**	$\frac{(k_{12} - i_{12}) \cdot (1 - i_{12} \cdot \eta_{12})}{(k_{12} - i_{12} \cdot \eta_{12}) \cdot (1 - i_{12})}$
E	$\frac{\eta_{21} \cdot (k_{12} - i_{12}) + i_{12} \cdot (1 - k_{12})}{k_{12} \cdot \eta_{21} \cdot (1 - i_{12})}$	**L**	$\frac{k_{12} \cdot (1 - i_{12})}{k_{12} - i_{12} + i_{12} \cdot \eta_{12} \cdot (1 - k_{12})}$
F	$\frac{\eta_{21} \cdot (k_{12} - i_{12}) + 1 - k_{12}}{\eta_{21} \cdot (1 - i_{12})}$	**M**	$\frac{1 - i_{12}}{k_{12} - i_{12} + \eta_{21} \cdot (1 - k_{12})}$

2.4.3 Üç milli planet sisteminde randıman

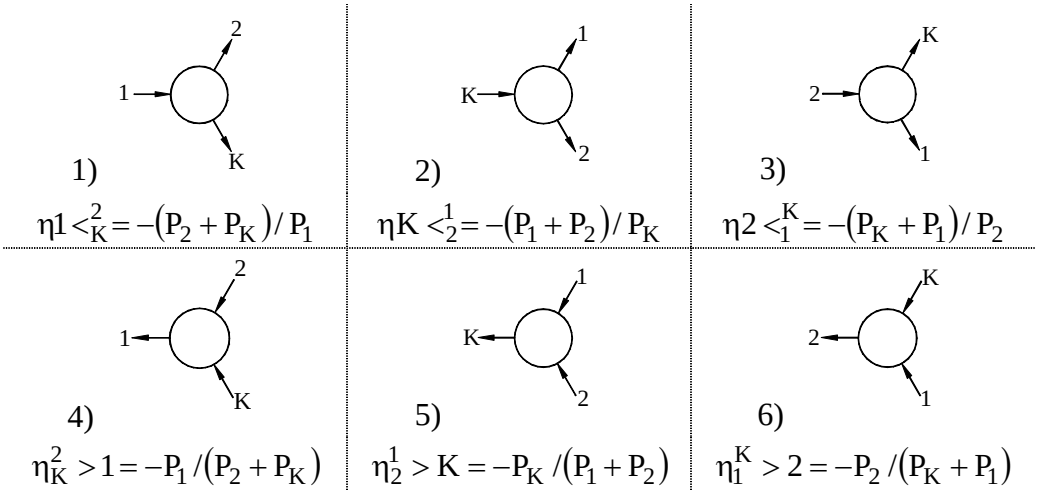
Genel olarak randıman, çıkış gücünün giriş gücüne oranıdır, bak F (53)

$$\eta = -\frac{\text{Çıkış gücü}}{\text{Giriş gücü}} = -\frac{P_{Çı}}{P_{Gi}}$$

Bizim planet sistemimizde üç hareket bağlantılı (giriş ve çıkış) millerimiz olduğundan çıkış veya giriş gücü iki milden olabileceğinden randımanı şu şekilde yazmamız gerekir.

$$\eta = -\frac{P_{Çı}}{P_{Gi}} = \frac{\Sigma M_{Çı} \cdot \omega_{Çı}}{\Sigma M_{Gi} \cdot \omega_{Gi}} = -\frac{\Sigma M_{Çı} \cdot m_{Çı}}{\Sigma M_{Gi} \cdot m_{Gi}}$$

Sistemde her mil yalnız giriş ve çıkış mili olabilir. Buda bize her redüktörün altı çeşit güç akımının olacağını ve bununda altı çeşit randıman formülü vereceğini gösterir. Bu durumu şematik olarak gösterirsek Şekil 25 ortaya çıkar.



Şekil 25, Altı çeşit randıman halleri

Planet sisteminde eğer "i_0" ve "η_0" biliniyorsa, F (31) ve F (32) formüllerinin yardımı ile Şekil 25 ile verilmiş olan güç akışına göre sistemin randımanı belirlenir.

$$\eta 1 <^{2}_{K} = -\frac{P_2 + P_K}{P_1} = -\frac{M_2 \cdot m_2 + M_K \cdot m_K}{M_1 \cdot m_1} = -\frac{M_1 \cdot i_0 \cdot \eta_0^{w1} \cdot m_2 + M_1 \cdot \left(i_0 \cdot \eta_0^{w1} - 1\right) \cdot m_K}{M_1 \cdot m_1}$$

Burada M_1 kısaltılır ve $m_2/m_1=k_{21}$, $m_K/m_1=k_{K1}$ konulursa;

$$\eta 1 <^{2}_{K} = i_0 \cdot \eta_0^{w1} \cdot k_{21} - i_0 \cdot \eta_0^{w1} \cdot k_{K1} + k_{K1}$$

Burada göreceli çevirim oranı "k_{21}" i "k_{K1}" ile gösterirsek, F (17);

$$k_{21} = \frac{1}{i_0} + \left(1 - \frac{1}{i_0}\right) \cdot k_{K1}$$

Böylece

$$\eta 1 <^{2}_{K} = \eta_0^{w1} + \left(i_0 \cdot \eta_0^{w1} - \eta_0^{w1}\right) \cdot k_{K1} - i_0 \cdot \eta_0^{w1} \cdot k_{K1} + k_{K1}$$

$$\boxed{\eta 1 <^{2}_{K} = \eta_0^{w1} + k_{K1} \cdot \left(1 - \eta_0^{w1}\right)} \qquad \text{F (61)}$$

Yukarıda Şekil 25-4 ile güç akışı yönündeki randımanı yazarsak;

$$\boxed{\eta^{2}_{K} > 1 = \frac{1}{\eta_0^{w1} + k_{K1} \cdot \left(1 - \eta_0^{w1}\right)}} \qquad \text{F (62)}$$

Aynı şekilde Şekil 25-3 ile güç akışı yönündeki randımanı yazarsak;

$$\eta 2 <^{1}_{K} = -\frac{M_1 \cdot m_1 + M_K \cdot m_K}{M_2 \cdot m_2} = \frac{k_{12} + i_0 \cdot \eta_0^{w1} \cdot k_{K2} - k_{K2}}{i_0 \cdot \eta_0^{w1}}$$

Burada; $k_{12} = i_0 + (1 - i_0) \cdot k_{K2}$ yerleştirirsek

$$\eta 2 <^{1}_{K} = \frac{i_0 + k_{K2} - i_0 \cdot k_{K2} + i_0 \cdot \eta_0^{w1} \cdot k_{K2} - k_{K2}}{i_0 \cdot \eta_0^{w1}}$$

$$\boxed{\eta 2 <^{1}_{K} = \frac{1}{\eta_0^{w1}} + \left(1 - \frac{1}{\eta_0^{w1}}\right) \cdot k_{K2}} \qquad F\ (63)$$

Şekil 25-6 ile güç akışı yönündeki randıman bunun ters kesirini verir,

$$\boxed{\eta^{1}_{K} > 2 = \frac{1}{\frac{1}{\eta_0^{w1}} + \left(1 - \frac{1}{\eta_0^{w1}}\right) \cdot k_{K2}}} \qquad F\ (64)$$

Son olarak Şekil 25-2 ile verilen güç akışı yönündeki randıman F (15) ve F (16) ile bulunur.

$$\eta K <^{1}_{2} = -\frac{M_1 \cdot m_1 + M_2 \cdot m_2}{M_K \cdot m_K} = \frac{i_0 \cdot \eta_0^{w1} \cdot k_{2K} - k_{1K}}{i_0 \cdot \eta_0^{w1} - 1}$$

Burada Tablo 5 ile verilmiş olan k_{2K} eşitliğini $k_{2K} = \frac{k_{1K} - 1 + i_0}{i_0}$ yukarıdaki formule yerleştirirsek

şu formülleri buluruz; $\eta K <^{1}_{2} = \frac{\eta_0^{w1} \cdot (k_{1K} - 1 + i_0) - k_{1K}}{i_0 \cdot \eta_0^{w1} - 1}$ ve buradan da;

$$\boxed{\eta K <^{1}_{2} = \frac{\eta_0^{w1} \cdot (i_0 - 1) + k_{1K} \cdot (\eta_0^{w1} - 1)}{i_0 \cdot \eta_0^{w1} - 1}} \qquad F\ (65)$$

Şekil 25-5 ile verilen güç akışı yönündeki randımanda F (65) değerinin ters kesiri olur:

$$\boxed{\eta^{1}_{2} > K = \frac{i_0 \cdot \eta_0^{w1} - 1}{\eta_0^{w1} \cdot (i_0 - 1) + k_{1K} \cdot (\eta_0^{w1} - 1)}} \qquad F\ (66)$$

Tablo 6 ilede görüleceği gibi bütün göreceli devir sayıları diğer devir sayıları ile hesaplanabilinirler. Bütün randımanlarda aynı sonuca varan altı çeşitli denklemlerle hesaplanırlar.
Örneğin; F (62) deki "k_{K1}" değerinin yerine Tablo 6 ile verilmiş olan "k_{21}" değeri yerleştirilirse şu formül ortaya çıkar:

$$\eta 1 <^{2}_{K} = \eta_0^{w1} + \frac{i_0 \cdot k_{21} - 1}{i_0 - 1} \cdot (1 - \eta_0^{w1})$$

Karşıt güç akışının randımanıda ters kesir değeri olur.

$$\eta^{2}_{K} > 1 = \frac{i_0 - 1}{\eta_0^{w1} \cdot (i_0 - 1) + (i_0 \cdot k_{21} - 1) \cdot (1 - \eta_0^{w1})}$$

Görüldüğü gibi, altı güç akışı hali bize 36 randıman formülü verir. Bunu bir birinin ters kesiri olan iki 18 erlik grup olarakta düşünebiliriz. Tablo 13 ile temel çevirim oranının üç grubunun ($i_0 < 0$; $i_0 = 0...1$; $i_0 > 1$) 1 inci ve 2 nci millerin devir sayısı oranı k_{12} ile belirlenen formülleri toplu olarak randıman üssü "w1" in işareti ile verilmiştir.

3 Blokaj

Bir planet redüktörü belirli bir momentle tahrik edildiğinde hiç bir hareket göstermesse, redüktör içinde bloke olmuş demektir. Biz bunu ***"blokaj"*** olarak tanımlıyoruz.
Bu durum redüktöre verilen güç veya momentin redüktör içinde oluşturduğu güç kayıplarının tahrik gücünden daha büyük veya eşit olduğunu gösterir. Redüktöre verilen güç artırıldıkca, redüktör içinde oluşturduğu güç kayıplarıda orantılı olarak artar ve sistem teorik olarak sonsuz büyüklükte güç verilse dahi, karşıt güçte aynı oranda artacağından daima bloke olarak kalır. Ancak redüktör çıkışındaki mile istenilen yönü verecek ek bir işletme gücü verilince, redüktör hareket eder. Burada çıkış gücü ve momenti sıfırdır.
Redüktör içindeki güç kayıplarının tahrik gücünden daha büyük olması halinde blokaj oluşur ve bunu formülle şu şekilde ifade edebiliriz;

$$\boxed{\eta_{Bl} = \frac{P_V}{P_{Gi}} < -1} \qquad \text{F (67)}$$

$$\boxed{\eta_{Bl} = -\frac{P_{Çı}}{P_{Gi}} = \frac{P_{Gi} + P_V}{P_{Gi}} = 1 + \frac{P_V}{P_{Gi}} < 0} \qquad \text{F (68)}$$

$$\boxed{\eta_{Bl} = 1 + \frac{M_1 \cdot (n_1 - n_K) \cdot 2 \cdot \pi \cdot (1 - \eta_0^{w1})}{\Sigma P_{Gi}} < 0} \qquad \text{F (69)}$$

η_{Bl}	1	Blokaj randımanı
P_V	W	Isıya dönüşen kayıp güç
P_{Gi}	W	Giriş gücü
ΣP_{Gi}	W	Toplam giriş gücü
M_1	Nm	1 inci mildeki torsiyon momenti
n_1	d/s	1 inci milin devir sayısı
n_K	d/s	Kovan milin devir sayısı
η_0^{w1}	1	Hesaplanan randıman

Eğer sürtünmeden oluşan güç kaybı tahrik (giriş) gücüne eşit ise blokaj randımanı "$\eta_{Bl} = 0$" olur. Bu durumda sistemde bir hareket olsa bile çıkış gücü "$P_{Çı} = 0$" ve çıkış momenti "$M_{Çı} = 0$" olur. Bu sistemin ***blokaj sınırı***nda olduğunu gösterir.
Planet sisteminde blokajın olup olamayacağını kontrol etmemiz için randımanın analizini yapıp randımanın negatif (–) olup olamayacağını araştırmamız gerekir. Buda yukarıda verilen formüllerle yapılır. Dikkat edilecek tek husus, çıkış gücü "$P_{Çı}$" positif olduğundan, formüllerde sistemin giriş gücünün "P_{Gi}" verilmesi gereken yerde, sistemin çıkış gücünün "$P_{Çı}$" yerleştirilmesidir. Böylece güç akışı yönünde yapılan blokaj analizinde blokaj randımanı negatif "$\eta_{Bl} < 0$" olur.
Blokaj, çıkış miline yeteri büyüklükte ek tahrik gücünün verilememesi halinde, her üç bağlantı milinin karşılıklı biribirlerini bloke etmesiyle oluşur. Bloke edilen çıkış mili iki veya üç bağlantılı planet sistemindeki tek çıkış mili olduğundan blokaj "$\eta_{Bl} < 0$" oluşur.
Eğer sistemin iki milide şıkış mili olarak fonksiyon gösteriyorsa, blokaj güç akışına göre yalnız bir mile etkisini gösterir ve diğer mil bloke edilmediğinden sistemde ***kısmi blokaj*** oluşur. Bloke olmayan milde "i = 1" ve "$\eta = 1$" bağıntısı ile kısmi blokajın olduğu görülür.
Kısmi blokaj yalnız üç bağlantılı planet sisteminde oluşabilir ve şu durumlarda görülür;

1. Temel redüktörde bir veya iki güç akışı yönünde blokaj varsa, veya
2. Temel çevirim oranı $\eta_{12} < i_{12} < 1/\eta_{21}$ ise.

Birinci durumda tam veya kısmi blokaj olabilir, eğer 1 inci veya 2 nci mil güç akışı yönünde bloke olabilen çıkış milleri ise. İkinci durumda tam veya kısmi blokaj eğer kovan mili çıkış mili ise olur.

Eğer F (61) ile F (66) arası ormüllere göz atacak olursak, yalnız F (66) ile verilen randıman formülünde çıkış mili kovan mili olarak görülmektedir ve yalnız burada randıman sıfır olabilir, eğer;

$$i_0 \cdot \eta_0^{w1} = +1$$

olursa. Artı redüktörde temel çevirim oranı bire çok yakın olabilir ve buda iki alternatif doğurur.

1. Hal

Temel çevirim oranı birin biraz üstünde ise, $k_{1K} < 0$ ve böylece 1 inci mil için $M_1 > 0$ ve $m_1 > 0$ vede $m_K < 0$ olur. Buradan;

$$M_1 \cdot (m_1 - m_K) > 0 \qquad\qquad w1 = +1$$

F (66) in paydası pozitif olur. Payın negatif olması için

$$i_0 \cdot \eta_0 < 1 \qquad\qquad 1 < i_0 < 1/\eta_0$$

Bu böyle olunca $\eta_2^1 > K$ negatif olur.

2. Hal

Temel çevirim oranı birin biraz altında ise, $0 < k_{1K} < i_{1K} < 1$ olur ve 1.Hal deki gibi 1 inci mil için $M_1 > 0$ ve $m_1 > 0$, fakat $m_K > m_1$ olur. Buradan;

$$M_1 \cdot (m_1 - m_K) < 0 \qquad\qquad w1 = -1$$

Böylece $\eta = 0$, eğer

$$i_0 \cdot \eta_0^{-1} = \frac{i_0}{\eta_0} = 1 \qquad\qquad i_0 = \eta_0$$

Bu sınır değerlerine göre **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.** şu şekli alır;

$$i_{1K} = 1 - i_0 = 1 - \eta_0$$

Mümkün olan sınır değerler "$k_{1K}=0...(1-\eta_0)$" ile F (66) in paydası negatif değerdedir. Randımanın negatif (sıfırdan küçük) olması için payın pozitif olması gerekir.

$$i_0 \cdot \eta_0^{w1} = \frac{i_0}{\eta_0} > 1 \qquad\qquad \eta_0 < i_0 < 1$$

Bu analizlere göre blokaj yalnız artı redüktörlerde olur, eğer;

$$\eta_0 < i_0 < 1/\eta_0$$

bağıntısı ve kovan çıkış mili olursa. Bu durum iki milli redüktördede geçerlidir, eğer 1 inci veya 2 nci milden biri sabit ise. 1 inci veya 2 nci milden biri çıkış mili ise blokajın olması imkansızdır.

Bay ***Birkle*** nin ispatlamasına göre iki mili çıkış mili olan üç milli planet sisteminde genelde blokaj olamaz. Çünki, genel kanun "ΣM=0" da hem giriş hemde çıkış momentleri sıfır olamaz.
Buradan şu kanunu rahatlıkla söyleyebiliriz:

Blokaj yalnız kovan mili çıkış mili ise olabilir.

4 Konstrüksiyon önerileri ve dişli hesabı

Konstrüksiyon önerileri ve dişli hesabı "Örnek, 5.4, sayfa 45" ile mümkün olduğu kadar detaylı görülecektir.

5 Örnekler; Basit planet sistemi

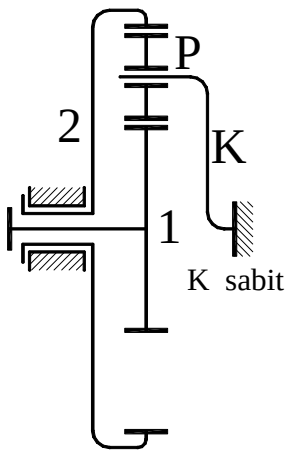
5.1 Örnek 1, Planet kademesinin seçimi

Herhangi bir redüktörde kullanılacak planet kademesi konstrüksiyonu istenmektedir. Kademedeki tek şart çevirim oranı $i_{ger} = 3$ verilmiştir. Konstrüksiyon için gereken büyüklükler şu yolla bulunur.

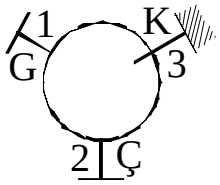
Çözüm;

Konstrüksiyonun seçimi:

$\dot{I}_{12} = i_{ger}$	$\dot{I}_{12} = +3$	Tablo 3, Şekil 20 ve Şekil 22
$\dot{I}_{1K} = 1 - i_{ger}$	$\dot{I}_{1K} = -2$	Tablo 3, Şekil 18 ve Şekil 19
$i_{K1} = 1 - \frac{1}{i_{ger}}$	$i_{K1} = 0{,}6667$	Tablo 3, Şekil 20 ve Şekil 21



Şekil 26, Planet sistemi



En basit ve en ucuz konstrüksiyon olduğundan Tablo 3, Şekil 18 konstrüksiyonu seçelim.

Burada profil kaydırmasız $x_1 = x_2 = 0$ dişli konstrüksiyonunu seçelim.

Konstrüksiyona göre;

$m.z_2 = m.z_1 + 2.m.z_P$

Kolaylık için m = 1 seçelim. Böylece formülümüz şu şekli alır:

$$z_2 = z_1 + 2.z_P$$

En küçük diş sayısını $z_{min} = z_P = 17$ ve planet dişli diş sayısı olarak kabul edelim.

Çevirim oranına göre $z_2 = 2.z_1$ bu değeri yukarıdaki formüle yerleştirelim:

$$2.z_1 = z_1 + 2.17$$

Buradan güneşin diş sayısı bulunur: $z_1 = 34$

$z_2 = z_1 + 2.z_P$ formülünden $z_2 = 68$

Böylece sistemdeki bütün dişlilerin diş sayıları bulunmuş olur. Şimdi sıra sistemin monte edilip edilemeyeceğinin kontrolüne gelmiştir.

Planet dişlilerinde modülü mümkün olduğu kadar küçük seçmek için çevre kuvvetini hepsi aynı büyüklükte taşıyacaklarını kabul ederek planet adedini q_P=3 seçelim:

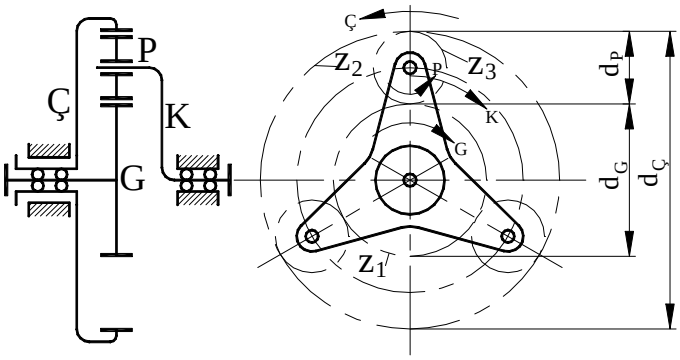
Montaj imkanı $g_{MK} = \frac{z_2 + z_1}{q_P} = \frac{68 + 34}{3} = \frac{102}{3} = 34{,}000$ sonuç tam sayı olduğundan sistem kolaylıkla monte edilir.

Montaj imkanı olmassa ya z_{min} değiştirilir veya profil kaydırmalı dişliler kullanılır. En kötü durumda ise tek planet dişlisi ile sistem kurulur. Fakat burada tek planet kullanılınca mukavemet hesaplarında güneş milini etkileyecek olan eğilme momenti unutulmamalıdır.

Planet sistemlerinin geometri ve mukavemet hesapları dış ve iç alın dişli hesabı olarak yapılır.

5.2 Örnek 2, Planet kademesi analizi

Giriş ve çıkış eksenleri çatışmış planet sistemi, en çok kullanılan planet sistemidir. Bu tip planet sistemi basit olduğundan bir sürü yerde kullanılma imkanı vardır. En çok ek bir hızın gerektiği yerde kullanılır.



Şekil 27, Örnek 1

Bilinenler:

Güneş dişli diş sayısı $z_G = 40$
Çember dişli diş sayısı $z_Ç = 80$

Temel çevirim oranı i_0, bak F (7)

Çemberin Güneşe göre hareketi ters yönde.

$$i_0 = \frac{z_Ç}{z_G} = -\frac{80}{40} = -2$$

Aşağıda verilen şartlara göre bilinmiyen değerleri bulunuz.

Montaj kontrolu: $\frac{z_Ç + z_G}{k_P} = \frac{80+40}{3} = 40$ Tamsayı, sistem monte edilebilir.

Planet dişlilerin diş sayısı "z_P":Şekil 31 ile $z_P = 0{,}5 \cdot (z_Ç - z_G) = 0{,}5 \,.\, (80\text{-}40) = 20$

Devir sayıları ve yönleri:

1. Durum

Güneşin devir sayısı: $n_G = 0$ d/dak Sabit
Çemberin devir sayısı: $n_Ç = -200$ d/dak Sola dönüşlü

a) Kovanın devir sayısı n_K F (9) formülünün $n_G - i_0 \cdot n_Ç - n_K \cdot (1 - i_0) = 0$ işlenmesiyle bulunur:

$$\boxed{n_K = -n_Ç \cdot \frac{i_0}{1 - i_0}}$$

Burada değerler yerleştirilirse;

$$n_K = -200 \cdot \frac{-2}{1+2}$$

Sola dönüşlü $\underline{\underline{n_K = -133{,}33 \text{ d/dak}}}$

b) Planet dişlinin kendi ekseni etrafındaki devir sayısı

$$\boxed{n_{P1} = \frac{z_G}{z_P} \cdot (n_K - n_G)}$$

Sola dönüşlü $n_{P1} = \frac{40}{20} \cdot (-133{,}33 - 0)$ $\underline{\underline{n_{P1} = -266{,}66 \text{ d/dak}}}$

2. Durum

Güneşin devir sayısı: $n_G = -250$ d/dak Sola dönüşlü
Çemberin devir sayısı: $n_Ç = 0$ d/dak Sabit

a) Kovanın devir sayısı F (9) formülünün $n_G - i_0 \cdot n_Ç - n_K \cdot (1 - i_0) = 0$ işlenmesiyle

bulunur:

$$\boxed{n_K = n_G \cdot \frac{1}{1 - i_0}}$$

Burada değerler yerleştirilirse;

$$n_K = -250 \cdot \frac{-2}{1+2}$$

Sola dönüşlü $n_K = -83{,}33$ d/dak

b) Planet dişlinin kendi ekseni etrafındaki devir sayısı

$$n_{PE2} = \frac{z_Ç}{z_P} \cdot (-n_K) = \frac{80}{20} \cdot 83{,}33$$

Sağa dönüşlü $n_{PE2} = 333{,}33$ d/dak

3 Durum

Güneşin devir sayısı: $n_G = 260$ d/dak Sağa dönüşlü
Kovanın devir sayısı: $n_K = 60$ d/dak Sağa dönüşlü

a) Çemberin devir sayısı $n_Ç$ F (9) formülünün $n_G - i_0 \cdot n_Ç - n_K \cdot (1 - i_0) = 0$ işlenmesiyle

bulunur:

$$\boxed{n_Ç = \frac{n_K \cdot (1 - i_0) - n_G}{-i_0}}$$

Burada değerler yerleştirilirse;

$$n_Ç = \frac{60 \cdot (1+2) - 260}{2}$$

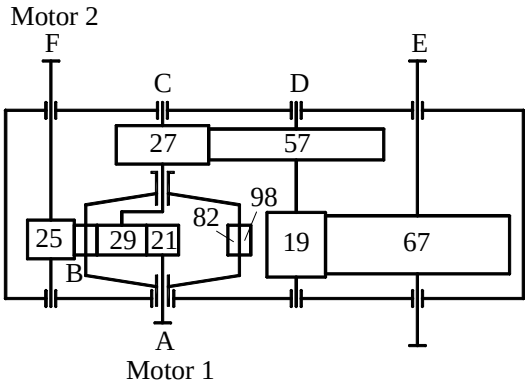
Sola dönüşlü $n_Ç = -40$ d/dak

b) Planet dişlinin kendi ekseni etrafındaki devir sayısı

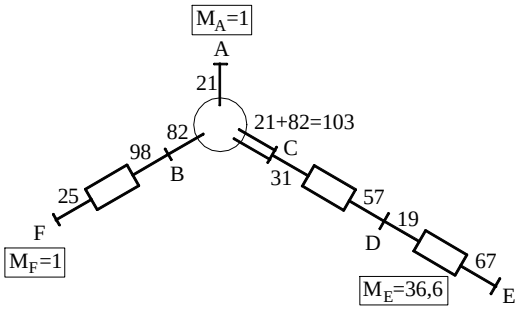
$$n_{PE3} = \frac{z_G}{z_P} \cdot (n_K - n_G) = \frac{40}{20} \cdot (60 - 260)$$

Sola dönüşlü $n_{PE3} = -400$ d/dak

5.3 Örnek 3, Planet kademeli redüktör



Şekil 28, Planet kademeli redüktör



Torsiyon momentinin hesaplanması:
Hesabı genel olarak yapmamız için F ve A millerindeki momenti 1 Nm olarak alalım ve hesabı teoretik olarak, kayıpsız yapalım.

E milindeki (motor 2, F mili) moment:

$$M_E = 1 \cdot \frac{98}{25} \cdot \boxed{\frac{82+21}{82}} \cdot \frac{57}{27} \cdot \frac{67}{19} = 36{,}6$$

E milindeki (motor 1, A mili) moment:

$$M_E = 1 \cdot \boxed{\frac{82+21}{21}} \cdot \frac{57}{27} \cdot \frac{67}{19} = 36{,}6$$

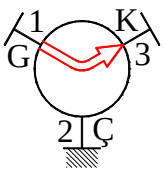
F milindeki (motor 1, A mili) moment:

$$M_F = 1 \cdot \boxed{\frac{82}{21}} \cdot \frac{25}{98} = 1$$

Devir sayılarının hesaplanması:

- Temel çevirim oranı i_0, F (7) formülünden, çemberin güneşe göre hareketi ters yönde olduğundan $\boxed{i_0 = \frac{z_Ç}{z_G} = -\frac{82}{21} = -3{,}9}$ bulunur.

1. Durum



Tahrik, Motor 1 “M1”:	Güneş
Güneşin devir sayısı:	n_G = 730 d/dak
Güneşin dönüş yönü:	Sağa dönüş
Çemberin devir sayısı:	$n_Ç$ = 0, sabit.

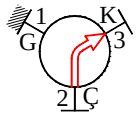
Kovanın devir sayısı n_K F (9) formülünün $n_G - i_0 \cdot n_Ç - n_K \cdot (1 - i_0) = 0$ işlenmesiyle

bulunur: $$\boxed{n_{K1} = \frac{n_G}{1 - i_0}}$$

Burada değerler yerleştirilirse; $$n_{K1} = 730 \cdot \frac{1}{1+3{,}9}$$

Kovanın güneşe göre dönüşü, sağa dönüşlü n_{K1} = 148,83 d/dak

2. Durum



Tahrik, Motor 2 "M2":	Çember
Motorun devir sayısı:	$n_{MÇ} = 730$ d/dak
Çemberin dönüş yönü:	Sağa dönüş, Şekil 31 ile
Güneşin devir sayısı:	$n_G = 0$, sabit.

Çemberin devir sayısı: $n_Ç = 730 \,.\, 25/98 = 186{,}2$ d/dak

Kovanın devir sayısı n_K F (9) formülünün $n_G - i_0 \cdot n_Ç - n_K \cdot (1 - i_0) = 0$ işlenmesiyle

bulunur:

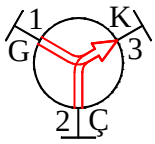
$$\boxed{n_{K2} = -n_Ç \cdot \frac{i_0}{1 - i_0}}$$

Burada değerler yerleştirilirse;

$$n_{K2} = -186{,}2 \cdot \frac{-3{,}9}{1 + 3{,}9}$$

Kovanın çembere göre dönüşü, Sağa dönüşlü $\underline{\underline{n_{K2} = 148{,}3 \text{ d/dak}}}$

3. Durum



Tahrik edenler:	Çember ve Güneş beraber
Çemberin devir sayısı:	$n_Ç = 186{,}2$ d/dak, Sağa dönüş
Güneşin devir sayısı:	$n_G = 710$ d/dak, Sağa dönüş

a) Kovanın devir sayısı n_K F (9) formülünün $n_G - i_0 \cdot n_Ç - n_K \cdot (1 - i_0) = 0$ işlenmesiyle

bulunur:

$$\boxed{n_{K3} = \frac{n_G - i_0 \cdot n_Ç}{1 - i_0}}$$

Burada değerler yerleştirilirse;

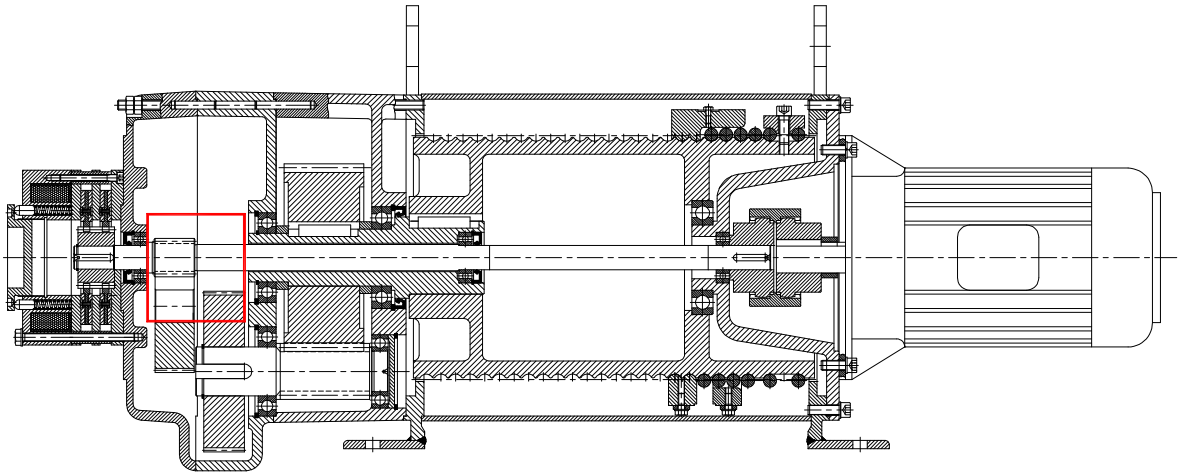
$$n_{K3} = \frac{730 + 3{,}9 \cdot 186{,}2}{1 + 3{,}9}$$

Kovanın dönüşü, Sağa dönüşlü $\underline{\underline{n_{K3} = 297{,}1 \text{ d/dak}}}$

Bu devir sayısı şu şekildede bulunur:

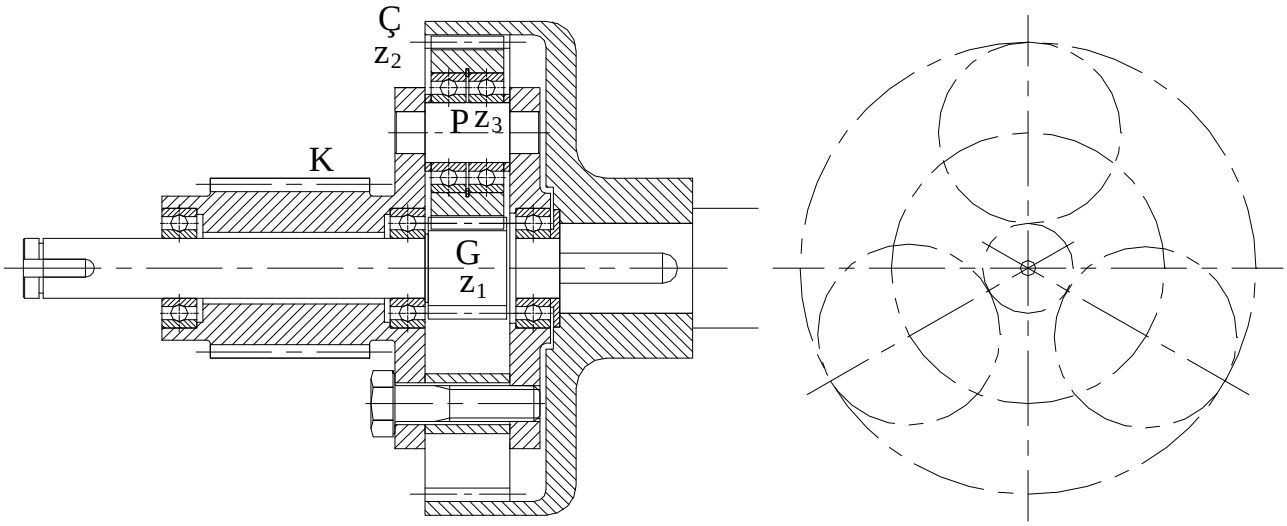
$$n_{K3} = n_{K1} + n_{K2} = 148{,}8 + 148{,}3 = 297{,}1 \text{ d/dak}$$

5.4 Örnek 4, Çok yönlü planet dişli kademesi



Şekil 29, Çok yönlü planet dişli kademesi

Şekil 30 ile verilmiş olan planet sisteminin konstruksiyonu, bir ceraskalın kaldırma redüktöründe, 1/10 oranında hassas hız elde etmek için yapılmıştır (M. Güven KUTAY, CESAN 1977).



Şekil 30, Çok yönlü planet dişli kademesi

Düşünülen konstruksiyon şudur:

İstenilen 1/10 çevirim oranının ½ si elektrik motorlarının devir sayısı ile karşılanacaktır. Çember mili 4 kutuplu kısa devre asenkron elektrik motoru "M1" ile tahrik edilecektir. Elektrik motorunun devir sayısı $n_Ç$ = 1420 d/dak olarak katalogdan alınmıştır. Güneşin mili ise 8 kutuplu kısa devre asenkron elektrik motoru "M2" ile tahrik edilecektir. Bu motorunda devir sayısı n_G = 710 d/dak olarak katalogtan alınmıştır.

Bu düşünceden sonra planet sisteminin temel çevirim oranı i_0 = 5 olması gerekir.

Konstruksiyon redüktördeki moment etkileri ve yer bakımından şu değerlerle yapılmak istenmektedir.

Hernekadar planet diş sayısı küçük seçilip güneş dişlisinde taksimat çapı büyük alınarak diş dibi mukavemetinde avantaj sağlanacaksada planet dişlilerin rulman yatakla yataklanmaları düşünülerek en küçük diş sayısı güneş dişlisi için kabul edilmiştir.

Güneş dişlisinin diş sayısı $z_1 = 15$ ve modülü $m_n = 1$ mm ön görülmüştür. Burada profil kaydırmasız $x_1 = x_2 = 0$ dişli konstrüksiyonunu seçelim. Çevirim oranına göre

$$z_Ç = i_0.z_G$$
$$z_Ç = 5 \,.\, 15 = 75$$

Konstrüksiyona göre;

$$m.z_Ç = m.z_G + 2.m.z_P$$
$$z_P = 0{,}5.(z_Ç - z_G) = 0{,}5.(75 - 15) = 30$$

Çember dişlisinin diş sayısı $z_2 = 75$ ve $m_n = 1$ mm dir. Kavrama açıları $\alpha_n = 20°$ olup dişliler slindirik düz dişlilerdir.

Böylece sistemdeki bütün dişlilerin diş sayıları bulunmuş olur. Şimdi sıra sistemin monte edilip edilemeyeceğinin kontrolüne gelmiştir.

Planet sistemlerinin geometri ve mukavemet hesapları dış ve iç alın dişli hesabı olarak yapılır.

Çözüm:

- Burada ilk önce montaj kontrolu **Fehler! Verweisquelle konnte nicht gefunden werden.** formülüne göre yapılır.

$$\frac{z_Ç + z_G}{q_P} = \frac{75+15}{3} = 30{,}000$$

Sonuç tamsayı, demek ki sistem monte edilebilir.

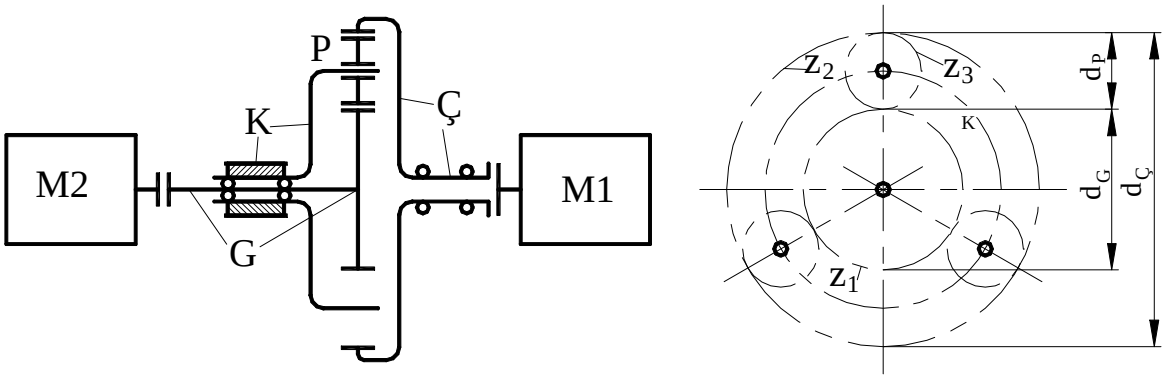
- Planet dişlilerin diş sayısı "z_P" Şekil 30 ile görüldüğü gibi:

$d_P = 0{,}5 \cdot (d_Ç - d_G)$ bu formülden $z_P = 0{,}5 \cdot (z_Ç - z_G) = 0{,}5 \,.\, (75\text{-}15) = 30$ bulunur.

Planet dişlilerin diş sayısı $\underline{\underline{z_P = 30}}$

- Temel çevirim oranı i_0, F (7) formülünden, çemberin güneşe göre hareketi ters yönde olduğundan $\boxed{i_0 = \frac{z_Ç}{z_G} = \frac{z_2}{z_1} = -\frac{75}{15} = -5}$ bulunur.

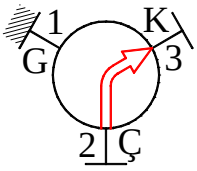
- Tüm sistemin analizi:



Şekil 31, Tüm sistem

Devir sayıları ve yönleri:
Burada çeşitli alternatifler üretilir. Bunları sıra ile inceliyelim. İlk evvela temel durumları ele alalım:

1. Durum



Tahrik, Motor 1 "M1":	Çember
Çemberin devir sayısı:	$n_Ç$ = 1'420 d/dak
Çemberin dönüş yönü:	Sağa dönüş, Şekil 31 ile
Güneşin devir sayısı:	n_G = 0 , sabit.

Kovanın devir sayısı n_K F (9) formülünün $n_G - i_0 \cdot n_Ç - n_K \cdot (1 - i_0) = 0$ işlenmesiyle

bulunur:

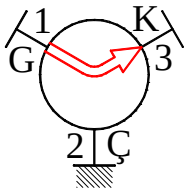
$$\boxed{n_{K1} = -n_Ç \cdot \frac{i_0}{1 - i_0}}$$

Burada değerler yerleştirilirse;

$$n_{K1} = -1'420 \cdot \frac{-5}{1+5}$$

Kovanın çembere göre dönüşü, Sağa dönüşlü $\underline{\underline{n_{K1} = 1'183{,}3 \text{ d/dak}}}$

2. Durum



Tahrik, Motor 2 "M2":	Güneş
Güneşin devir sayısı:	n_G = 710 d/dak
Güneşin dönüş yönü:	Sağa dönüş
Çemberin devir sayısı:	$n_Ç$ = 0, sabit.

Kovanın devir sayısı n_K F (9) formülünün $n_G - i_0 \cdot n_Ç - n_K \cdot (1 - i_0) = 0$ işlenmesiyle

bulunur:

$$\boxed{n_{K2} = \frac{n_G}{1 - i_0}}$$

Burada değerler yerleştirilirse; $n_{K2} = 710 \cdot \frac{1}{1+5}$

Kovanın güneşe göre dönüşü, Sağa dönüşlü $n_{K2} = 118{,}33$ d/dak

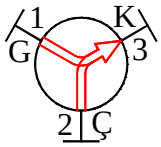
Bu hızların analizini yaparken motor 1 in hızını v_1 ve motor 2 nin hızını v_2 olarak kabul edelim: $\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_{K1}}{n_{K2}}$ orantısını buluruz. Değerleri yerleştirir sonucu değerlendirirsek:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1'183{,}3}{118{,}33} = \frac{10}{1}$$

Demek ki motorları tek tek işleterek mekanik çözümle 1/10 hız orantısı elde edilir. Buda yukarıda görüldüğü gibi motorları tek tek ve aynı yönde çalıştırırsak.

Motorları beraber çalıştırırsak:

3. Durum



Tahrik edenler: Çember ve Güneş beraber

Çemberin devir sayısı: $n_Ç = 1'420$ d/dak, Sağa dönüş

Güneşin devir sayısı: $n_G = 710$ d/dak, Sağa dönüş

a) Kovanın devir sayısı n_K F (9) formülünün $n_G - i_0 \cdot n_Ç - n_K \cdot (1 - i_0) = 0$ işlenmesiyle

bulunur:

$$\boxed{n_{K3} = \frac{n_G - i_0 \cdot n_Ç}{1 - i_0}}$$

Burada değerler yerleştirilirse; $n_{K3} = \frac{710 + 5 \cdot 1'420}{1+5}$

Kovanın dönüşü, Sağa dönüşlü $n_{K3} = 1'301{,}67$ d/dak

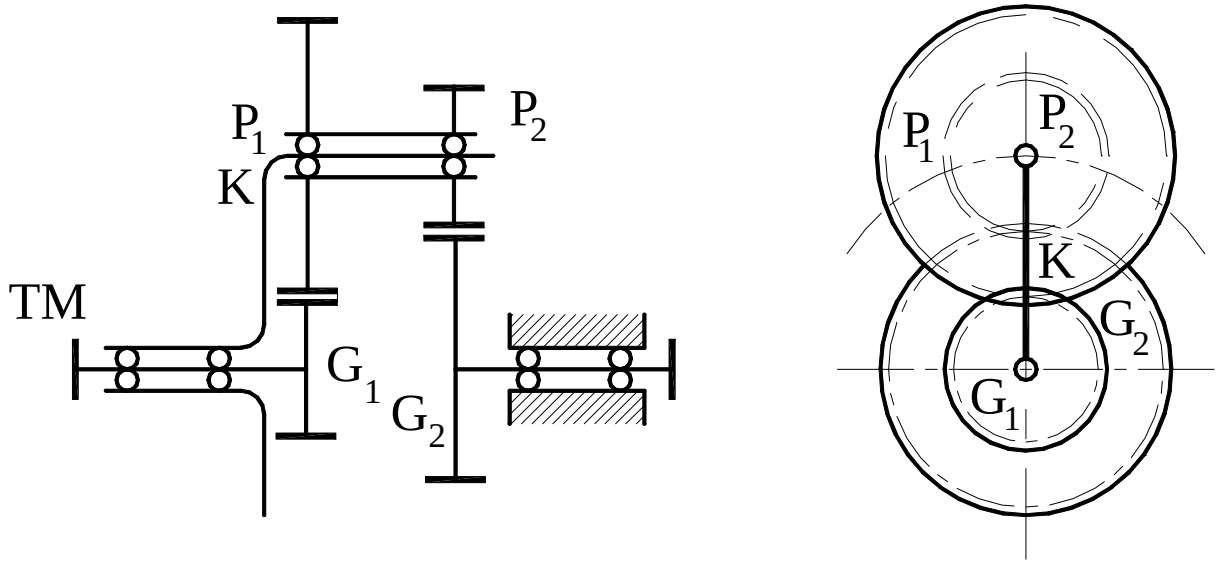
Bu devir sayısı şu şekildede bulunur:

$$n_{K3} = n_{K1} + n_{K2} = 1'183{,}3 + 118{,}3 = 1'301{,}6 \text{ d/dak}$$

Diğer alternatiflerde buna analog olarak hesaplanır. Fakat fonksiyonu etkileyecek bir alternatif çıkmaz.

6 İki güneşli planet sistemi

İki güneşli planet sisteminde planet dişlileri bir mil ile rijid bağlı iki dişliden oluşur.



Şekil 32, İki güneşli planet sistemi

Bu sistemde temel çevirim oranı F (70) ile hesaplanır

.

$$i_{02G} = \left(-\frac{z_{G1}}{z_{P1}}\right)\cdot\left(-\frac{z_{P2}}{z_{G2}}\right) = \frac{z_{G1}\cdot z_{P2}}{z_{P1}\cdot z_{G2}} \qquad \text{F (70)}$$

i_{02G}	[-]	2 güneşli sistemin temel çevirim oranı
z_{P1}	[-]	Birinci pinyon dişlinin diş sayısı
z_{G1}	[-]	Birinci güneş dişlinin diş sayısı
z_{P2}	[-]	İkinci pinyon dişlinin diş sayısı
z_{G2}	[-]	İkinci güneş dişlinin diş sayısı

6.1 1. Güneş-Kovan arası çevirim oranı "$i_{G1/K}$", 2. Güneş sabit

1.Güneşin kovana göre çevirim oranını "$i_{G1/K}$" aranıyorsa "n_{G2} = 0" demektir. 2.Güneş sabit ise (Şekil 32) güneşin kovana göre göreceli hareketi ters yöndedir.

$n_{G1} + i_{02G}\cdot n_{G2} = n_K\cdot(1+i_{02G})$ buradan $n_{G1} = n_K\cdot(1+i_{02G})$ ve $n_K = \frac{n_{G1}}{1+i_{02G}}$ bulunur.

1.Güneşle kovan arasındaki çevirim oranı: $n_{G1/K} = \frac{n_{G1}}{n_K} = \frac{n_{G1}}{\frac{n_{G1}}{1+i_{02G}}} = 1+i_{02G}$

6.2 1. Güneş - 2. Güneş arası çevirim oranı "$i_{G1/G2}$", kovan sabit

1.Güneşin 2.Güneşe göre çevirim oranını "$i_{G1/G2}$" aranıyorsa "$n_K = 0$" demektir. Kovan sabit ise (Şekil 32) güneşlerin göreceli hareketleri aynı yöndedir.

$$n_{G1} - i_{02G} \cdot n_{G2} = 0$$

$$n_{G1} = i_{02G} \cdot n_{G2} \qquad z_{G1} = i_{02G} \cdot z_{G2}$$

$$\boxed{i_{02G} = \frac{z_{G1}}{z_{G2}}} \qquad F(71)$$

6.3 2. Güneş - Kovan arası çevirim oranı "$i_{G2/K}$", 1. Güneş sabit

2.Güneşin kovana göre çevirim oranını "$i_{G2/K}$" aranıyorsa "$n_{G1} = 0$" demektir. 1.Güneş sabit ise (Şekil 32) güneşin kovana göre göreceli hareketi ters yöndedir.

$$n_{G1} + i_{02G} \cdot n_{G2} = n_K \cdot (1 + i_{02G})$$

Burada $n_{G1} = 0$ yerleştirip formülü işleyelim.

$i_{02G} \cdot n_{G2} = n_K \cdot (1 + i_{02G})$ buradan $n_{G2} = n_K \cdot \dfrac{1 + i_{02G}}{i_{02G}}$

2.Güneş-Kovan arası çevirim oranı "$i_{G2/K}$" $i_{G2/K} = \dfrac{n_{G2}}{n_K} = \dfrac{n_K \cdot \dfrac{1 + i_{02G}}{i_{02G}}}{n_K} = \dfrac{i_{02G} + 1}{i_{02G}}$

$$\boxed{i_{G2/K} = \frac{i_{02G} + 1}{i_{02G}}} \qquad F(72)$$

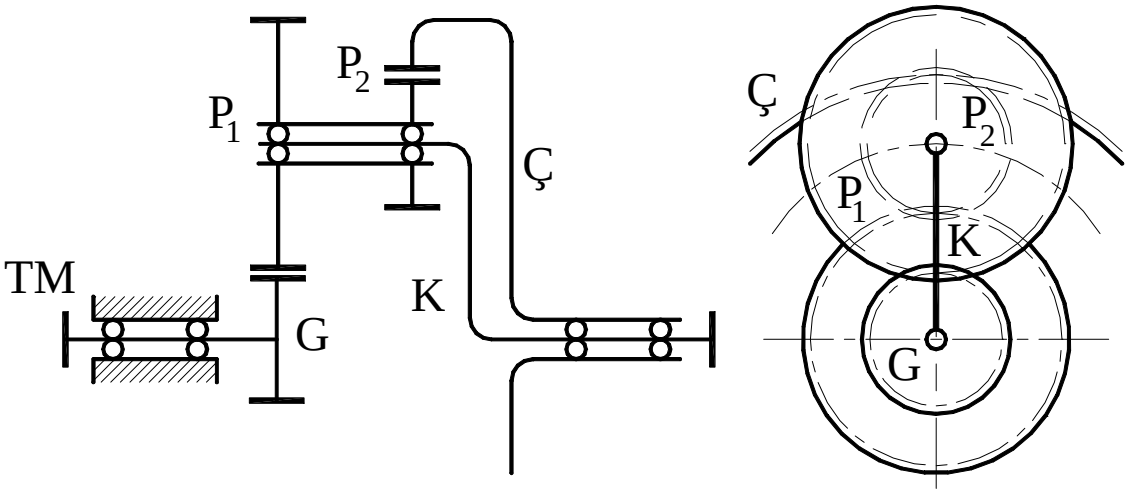
$i_{G2/K}$	[-]	2.Güneş-Kovan arası çevirim oranı
i_{02G}	[-]	2 güneşli sistemin temel çevirim oranı

6.4 İki planetli, güneşli ve çemberli planet sistemi

İki planetli, güneşli ve çemberli planet sistemi, planet dişlileri bir mil ile rijid bağlı iki dişliden oluşur, bak Şekil 33. Bu sistemde temel çevirim oranı F (73) ile hesaplanır.

$$\boxed{i_{0GÇ} = \left(-\frac{z_G}{z_{P1}}\right) \cdot \left(\frac{z_{P2}}{z_Ç}\right) = -\frac{z_G \cdot z_{P2}}{z_{P1} \cdot z_Ç}} \qquad F(73)$$

$i_{0GÇ}$	[-]	İki planetli, güneşli ve çemberli planet sisteminin temel çevirim oranı
$z_{P1,2}$	[-]	Pinyon dişlilerin diş sayısı
z_{G1}	[-]	Güneş dişlinin diş sayısı
$z_Ç$	[-]	Çember dişlinin diş sayısı



Şekil 33, İki planetli, güneşli ve çemberli planet sistemi

Burada Şekil 33 ile hareketlerin yönünü bulup çeşitli dişlilerin birbirlerine göre çevirim oranlarını F (9)formülünün yardımıyla buluruz. İşlemin nasıl yapıldığı paragraf "6" ile gösterilmiştir.

6.5 Çeşitli planet sistemlerinde montaj koşulu

Çeşitli planet sistemlerinde montaj koşulu şudur:

i_{0xx} pozitif ise:

$$d_{G2(Ç)} = d_{G1} + d_{P1} - d_{P2} \qquad F(74)$$

$$\frac{z_{P1} \cdot z_{G2(Ç)} - z_{G1} \cdot z_{P2}}{q_P} = \text{Tam sayı} \qquad F(75)$$

i_{0xx} negatif ise:

$$d_{G2(Ç)} = d_{G1} + d_{P1} + d_{P2} \qquad F(76)$$

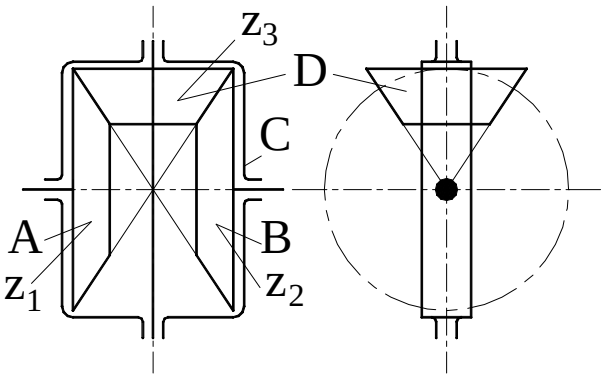
$$\frac{z_{P1} \cdot z_{G2(Ç)} + z_{G1} \cdot z_{P2}}{q_P} = \text{Tam sayı} \qquad F(77)$$

z_G	[-]	Güneşin diş sayısı
$z_Ç$	[-]	Çemberin diş sayısı
z_P	[-]	Planetin diş sayısı
q_P	[-]	Planet adedi

7 Diferansiyel mekanizmaları

"Diferansiyel dişli takımı" da planet sistemi ile çalışır. Diferansiyel mekanizmaları daha çok otomobil tahriklerinde görülür. Bu sistem özel konik dişlilerden oluşur. Aşağıda bir kaç ***"Diferansiyel dişli sistemi"*** ile bu sistemdeki değerlerin formülleri verilmiştir.

7.1 Diferansiyel dişli takımı, tip 1, Şekil 34



Şekil 34, Diferansiyel dişli takımı, tip 1

Çevirim oranları :

C sabit $i_{A/B} = n_A/n_B$

$$i_{A/B} = -\frac{z_2}{z_1} = -1$$

B sabit $i_{A/C} = n_A/n_C$

$$i_{A/C} = 1 - i_{A/B}$$

A sabit $i_{B/C} = n_B/n_C$

$$i_{B/C} = 1 - \frac{1}{i_{A/B}}$$

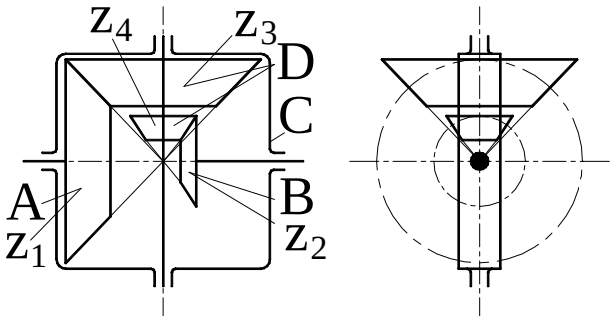
Devir sayıları :

A Tahrik ; B sabit	B Tahrik ; A sabit
$n_D = n_A \cdot \frac{1}{i_{B/C}} \cdot \frac{z_1}{z_3}$	$n_D = \frac{n_B}{2} \cdot \frac{z_2}{z_3}$

Verim :

A Tahrik ; B sabit	B Tahrik ; A sabit
$\eta_{C/A} = \frac{i_{A/B} \cdot \eta_0^P - 1}{i_{A/B} - 1}$	$\eta_{C/B} = \frac{1 + \eta_0^2}{2}$

7.2 Diferansiyel dişli takımı, tip 2, Şekil 35



Şekil 35, Diferansiyel dişli takımı, tip 2

Çevirim oranları :

C sabit $i_{A/B} = n_A/n_B$

$$i_{A/B} = -\frac{z_2}{z_4} \cdot \frac{z_3}{z_1}$$

B sabit $i_{A/C} = n_A/n_C$

$$i_{A/C} = 1 - i_{A/B}$$

A sabit $i_{B/C} = n_B/n_C$

$$i_{B/C} = 1 - \frac{1}{i_{A/B}}$$

Devir sayıları :

A Tahrik ; B sabit

$$n_D = n_A \cdot \frac{1}{i_{B/C}} \cdot \frac{z_1}{z_3}$$

B Tahrik ; A sabit

$$n_D = n_B \cdot \frac{1}{i_{A/C}} \cdot \frac{z_2}{z_4}$$

Verim :

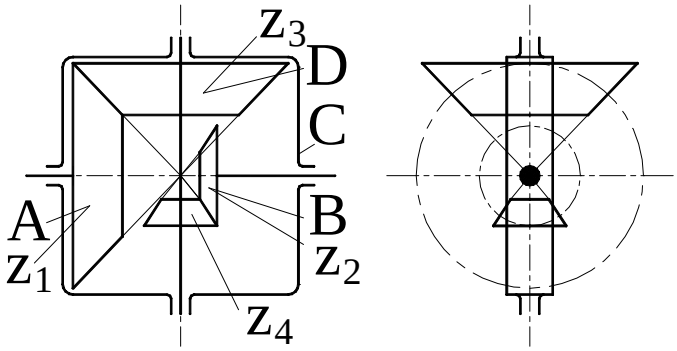
A Tahrik ; B sabit

$$\eta_{C/A} = \frac{i_{A/B} \cdot \eta_0^P - 1}{i_{A/B} - 1}$$

B Tahrik ; A sabit

$$\eta_{C/B} = \frac{i_{A/B} - \eta_0^2}{i_{A/B} - 1}$$

7.3 Diferansiyel dişli takımı, tip 3, Şekil 36



Şekil 36, Diferansiyel dişli takımı, tip 3

Çevirim oranları:

C sabit $i_{A/B} = n_A/n_B$

$$i_{A/B} = +\frac{z_2}{z_4} \cdot \frac{z_3}{z_1}$$

B sabit $i_{A/C} = n_A/n_C$

$$i_{A/C} = 1 - i_{A/B}$$

A sabit $i_{B/C} = n_B/n_C$

$$i_{B/C} = 1 - \frac{1}{i_{A/B}}$$

Devir sayıları :

A Tahrik ; B sabit

$$n_D = n_A \cdot \frac{1}{i_{B/C}} \cdot \frac{z_1}{z_3}$$

B Tahrik ; A sabit

$$n_D = n_B \cdot \frac{1}{i_{A/C}} \cdot \frac{z_2}{z_4}$$

Verim :

A Tahrik ; B sabit

$$\eta_{C/A} = \frac{i_{A/B} \cdot \eta_0^P - 1}{i_{A/B} - 1}$$

B Tahrik ; A sabit

$$\eta_{C/B} = \frac{i_{A/B} - \frac{1}{\eta_0^2}}{i_{A/B} - 1}$$

7.4 Yüklenmenin eşit dağılımı

Planet dişlilerine kuvvet ve buna bağlı gerilimlerin hemen hemen aynı olması fonksiyon ve dayanma zamanı için önemlidir. Bu sağlamak için konstruksiyon ve imalatta güneş ve çemberde önlemlerle alınır.

7.5 Planet sisteminde devir sayıları ve hız planı

Planet sisteminde devir sayıları ve hızların hesaplanmasını analitik olarak gördük. Her nekadar şu anda hesaplar programlanarak yapılıp, konstruksiyon yapılıyorsada, düşünce ve taslakta karar verme mantığına yardımcı olabileceği için hız diyagramı ile çözümün bilinmesi bir yerde avantajdır.

Planet sistemindeki kinematik hareketleri analiz etmek için bir çok metot vardır. Burada ***"Kutzbach"*** [20] tarafından ilk defa 1920 lerde yayınlanan metodu inceleyelim. Bu metotda diğer metotlarda olduğu gibi ***"temel sistem"*** de ele alınmıştır.

7.5.1 Temel sistem de devir sayıları ve hızlar

Şekil 37, Açısal ve çevresel hız

Yataklanmış bir merkezden "M_0", "r_A" uzaklığındaki bir nokta "A", "ω" açısal hızıyla döndürüldüğünü var sayalım. Şekil 37 ile "A" noktası "M_0" noktasına göre çizmiş olduğu daireye teğet olarak v_A hızıyla hareket eder. Teğetsel çevre hızının değeri:

$$\boxed{v_A = r_A \cdot \omega} \qquad F\,(78)$$

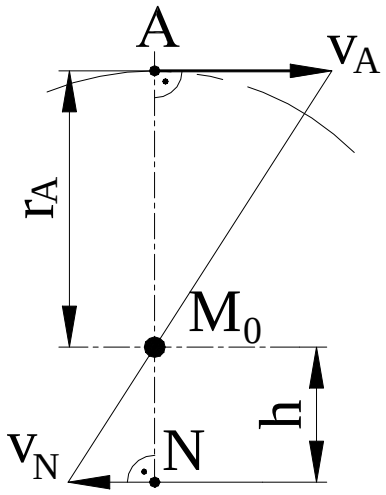
Değişmeyen sabit bir açısal hız için sabit teğetsel çevre hızı bulunur. "M_0" noktasını merkez kabul edip, dairesel hareket yapan bütün noktalar şu şarta bağlıdır:

$$\boxed{\frac{v_A}{r_A} = \frac{v_B}{r_B}} \qquad F\,(79)$$

Bu şartı şu şekilde söyleyebiliriz:

Bir nokta etrafında dairesel hareketli bir sistemin bütün noktalarının teğetsel hızlarının, o noktaya olan uzaklıklarına oranı sabittir.

"M_0" etrafında dönen sistemin herhangi bir noktasındaki çevre hızını bulmak için "M_0" noktası orta nokta kabul eden koordinat sistemini ve "A" noktasını ve teğetsel hızı "v_A" yı çizelim. Teğetsel hızı "v_A" nın ucuyla "M_0"noktası birleştirip uzatalım. Sonra "M_0" noktasından "h" mesafesinde "N" noktasını bulup buradan "v_A" ya paralel çize-lim ve "v_N" bulalım. Burada hız ve devir sayılarının yarı çaplara orantılarının eşit olması gerekir.



Şekil 38, Çevresel hızlar

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n_A$$

Burada n_A 1/s dir. Eğer n_A yı 1/dak olarak vereceksek, ki pratikte dişli devir sayıları 1/dak olarak kullanılır, çünkü motorların devir sayıları piyasada 1/dak olarak geçer, formülümüz şu şekli alır:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot n_A / 60$$

Diğer taraftan:

$v_A = \omega \cdot n_A$ formülünden $\omega = v_A / n_A$ bulunur.

Sabit değerli açısal hız ω için ölçekli koordinat sistemi çizilerek hız ve devirsayıları bulunur. Dönme yönü hızın, hızın yönü dönme yönünün bilinmesiyle ortaya çıkar.

7.5.2 Dış dişli planet kademesinde devir sayısı ve hız planı

Dış dişli planet kademesinde devir sayısı ve hız planı ve çizimi Şekil 39 ile gösterilmiştir. Diyagramm şöyle oluşur:

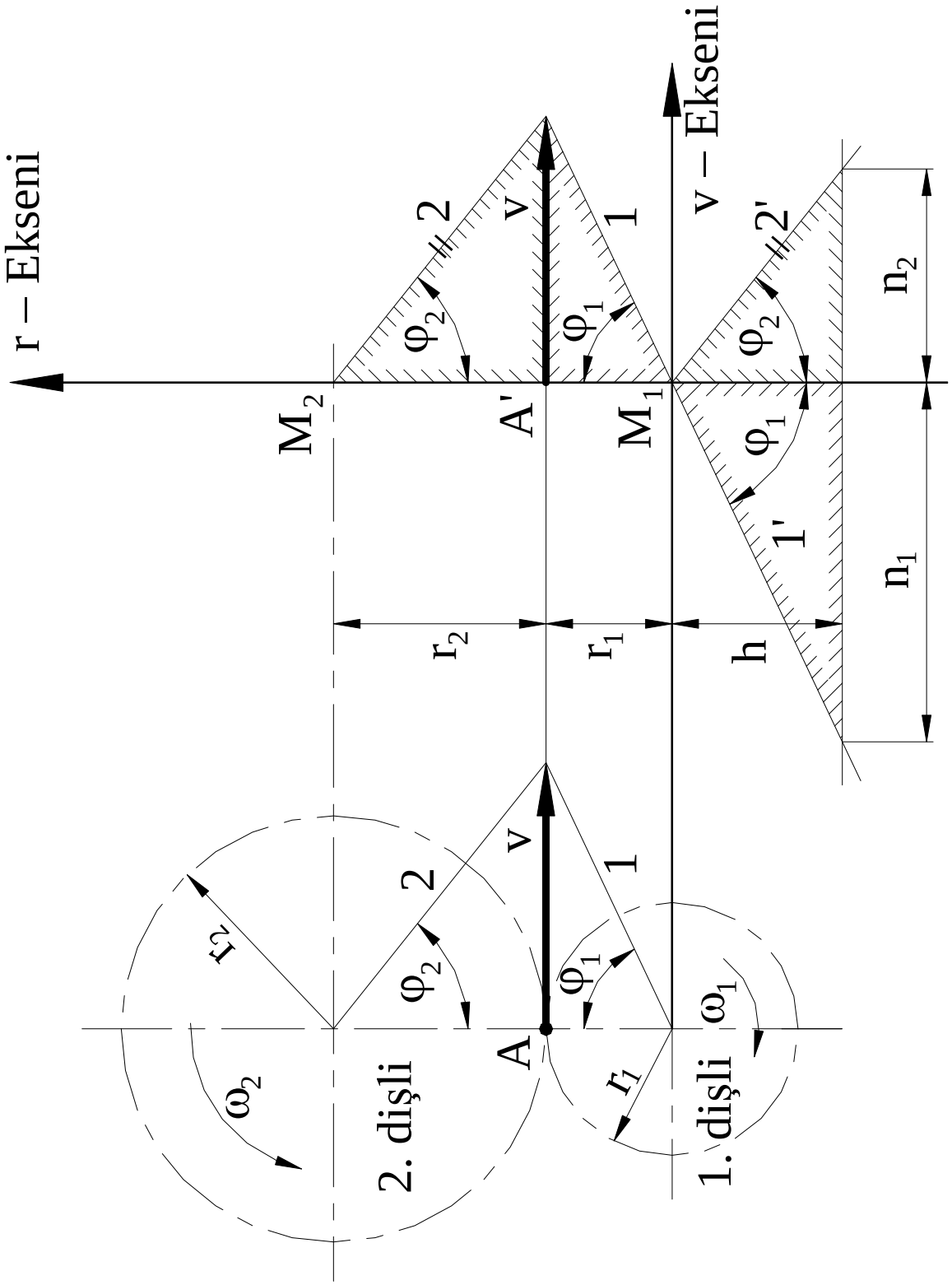
Müşterek yuvarlanma dairelerinin teğetsel temas noktası (kavrama noktası) "A" da her iki dişlinin müşterek teğetsel çevre hızı "v" vardır. Çevre hızının yönü dişlilerin dönme yönü ile belirlenir. "A" noktası yuvarlanma dairesinin üzerinde olduğundan iki dişli birbirlerine göre kaymadan temas ederler.
Yuvarlanma dairesi ile taksimat dairesi normal profil kaydırmasız dişlilerde aynıdır. Burada basit hesap yapmak için profil kaydırmasız dişlileri kabul edelim ve taksimat dairesini ele alalım. Taksimat dairesi iki dişli için:

$$d_1 = m_n \cdot z_1$$
$$d_2 = m_n \cdot z_2$$

olarak hesaplanır.

7.5.2.1 Devir sayısı ve hız planının çizimi

Devir sayısı ve hız planının Kutzbach [20] a göre çizimi. Taksimat daireleri hesaplanarak çizilir. Temas noktası "A" dan hareket yönüne göre hız vektör olarak çizilir. Bunların yanında dikey olarak r-ekseni ve birinci dişli çarkın merkezinin uzantısı olarak v-ekseni çizilir. Hız vektörü v ölçekli olarak A' noktasından aynı yöne çizilir. Vektörün ucu ile dişli çark orta noktaları kabul edilen M_1 ve M_2 noktaları birleştirilir. Böylece 1 ve 2 doğruları elde edilir.



Şekil 39, Devir sayısı ve hız planı [20]

V-Ekseninin altına doğru seçilen "h" mesafesinde v-eksenine paralel çizilir. "1" doğrusu bu paraleli kesene kadar uzatılır. Diğer taraftan M_1 noktasından "2" doğrusuna paralel çizilip bunun v' paralelini kestiği nokta bulunur. Burada oluşan dik üçgenlerin benzerliğinden şu orantılar yazılır:

$$\frac{r_1}{v} = \frac{h}{n_1} \quad \text{orantısından}$$

$$\boxed{h = \frac{r_1 \cdot n_1}{v}} \qquad F(80)$$

$$\frac{r_2}{v} = \frac{h}{n_2} \quad \text{orantısından}$$

$$\boxed{h = \frac{r_2 \cdot n_2}{v}} \qquad F(81)$$

bulunur. Burada F (80) ve F (81) nin eşitliğinden:

$$\frac{r_1 \cdot n_1}{v} = \frac{r_2 \cdot n_2}{v}$$

$$r_1 \cdot n_1 = r_2 \cdot n_2$$

$$\boxed{\frac{n_1}{n_2} = \frac{r_2}{r_1}} \qquad F(82)$$

Böylece ölçeğin seçimine göre devir sayılarıda grafikten okunabilir.

Burada gösterilen grafikle değerlerin bulunması bu günün şartları, yani elektronik cıhazlarla yapılan programlarla çok daha hassas ve detaylı sonuçlar alındığından, pek kullanılmamaktadır.

8 Planet sistemlerinde tanımlamalar

8.1 Planet sistemlerinde deyimler ve tanımlamaları

	Deyimi	Tanımı
Anschlusswelle	Giriş mili	Planet kademesinin tahrik edilen mili, giriş mili.
Anschlusswelle	Çıkış mili	Planet kademesinin tahrik eden mili, çıkış mili.
Differenzwelle	Farklı mil	Planet kademesinde momenti diğer iki mil momentlerinin farkı kadar olan mil.
Einfaches Planetengetriebe	Planet kademesi	Sabit bir kovanı ve dışarıya bağlanabilen iki mili (Güneş ve Çember) olan kademe.
Einfaches Umlaufgetriebe	Yörüngeli kademe	Üç milide dışarıya bağlanabilen (Güneş, Çember ve Kovan) planet kademesi.
Gesamt-leistungswelle	Toplam Verim Mili, TVM	Planet kademesindeki iki milin toplam gücü taşıyan mil.
Koaxial	Koaksial	Eksenleri aynı, eksenleri çakışık
Minusgetriebe	Eksi kademe	Temel çevirim oranı i_0 negatif (–) olan kademe.
Planeträder	Planet dişliler	Tıpkı gezegenler (planetler) gibi hem kendi eksenleri, hemde güneş dişlisinin etrafında bir yörüngede dönerler.
Plusgetriebe	Artı kademe	Temel çevirim oranı i_0 pozitif (+) olan kademe.
Standgetriebe	Sabit planet kademesi	Sabit kovanlı planet kademesi.
Standüber-setzung	Temel çevirim oranı	Sabit kovanlı planet kademesinin çevirim oranı.
Standwirkungs-grad	Temel randıman	Sabit kovanlı planet kademesinin randımanı.
Umlaufgetriebe	Yörüngeli planet kademesi	Kovanı veya kasası dönen planet kademesi
Verlustgrad	Kayıp derecesi	
Wirkungsgrad	Randıman	
Blindleistung	Kör güç	Basit veya bileşik planet redüktörün içinde ek olarak etkileyen dış güç.
Elementares Koppelgetriebe	Kavramış yörüngeli redüktör	Birer mili ile birbirine bağlanmış iki adet basit yörüngeli redüktörden oluşan sistem.
Frei Koppelwelle	Serbest kavramış mil	Bir birine kavrama ile bağlanmış dışarıya bağlantısı olmayan iki veya daha fazla redüktörün mili.
Hauptgetriebe	Ana redüktör	Kavranmış yörüngeli redüktör sistemindeki üç milide giriş ve çıkış mili olan redüktör.
Höhere Koppelgetriebe	Kavramış redüktör sistemi	En az iki diğer redüktörlere bağlanmış kavramış redüktör.
kinematisch gleich-wertige	Kinematik eş değerli redüktör	Eşit çevirim oranlı "i" veya eşit devir sayısı oranlı "k" vede eşit sayıda giriş ve çıkış mili olan çeşitli tiplerdeki

	Deyimi	Tanımı
Getriebe		redüktörler.
Koppelgetriebe	Kavramış redüktör	En az iki miliyle diğer redüktörlere bağlanmış birbirine bağlı iki yörüngeli redüktör.
Kupplungsleistung	Kavrama gücü	Üç milli basit veya bileşik yörüngeli redüktörlerde çıkış milindeki güç.
Kupplungspunkt	Kavrama noktası	Her üç çıkış milinin devir sayısının eşit olduğu yörüngeli redüktörün işletme hali.
Leistungs-summierung	Güç toplamı	Çıkış milinde iki veya daha fazla mil gücünün toplanması.
Leistungsteilung	Güç taksimi	Giriş milindeki gücün iki veya daha fazla çıkış miline dağılımı.
Laufgrad		

8.2 Planet sistemlerinde semboller ve tanımlamaları

8.2.1 Latin harfleri

Sembol	Birimi	Tanımı
d	m	Çap
g_{MK}	1	Montaj kontrol sayısı
i	1	Çevirim oranı
i_0	1	Temel çevirim oranı
h	m	Yükseklik, uzaklık
k	1	Göreceli çevirim oranı, formülde
M	Nm	Moment
m	1/s	Göreceli devir sayısı
m_n	mm	Normal modül
n	1/s	Devir sayısı
P	W	Güç
v	m/s	Hız
q_P	1	Planet adedi
r	m	Yarı çap
t_{EBB}	1	En büyük ortak bölen
z	1	Diş sayısı

8.2.2 Yunan harfleri

Sembol	adı	Birimi	Tanımı
η	Eta	1	Randıman
α_n	Alfa	°	Kavrama açısı
η_0		1	Temel randıman
ζ	Zeta	1	Kayıp derecesi
φ	Fi	rad	Dönüş açısı
ω	Omega	1/s	Açısal hız

8.2.3 Genel harfler ve tanımlamaları normal veya indekste

Harf/Sembol	Tanımı
Ç	Çember
Çı	Çıkış
Σ	Büyük sigma, toplam yekun
G	Güneş
Gi	Giriş

Harf/Sembol	Tanımı
i	İndekste "i"; indekse konulacak herhangi bir tanım için
K	Kovan
k	Kavrama, üs veya indekste
V	Kayıp
P	Planet dişlisi
max	Maksimum, en fazla
min	Minimum, en az
Ta	Tahrik
Top	Toplam
w	Üs ön işareti
wa	Dış dişli
wi	İç dişli
y	Yuvarlanma

9 Kaynaklar

9.1 Literatür

Daha detaylı bilgi için önereceğim literatür.

[1]	Akkurt Mustafa / Kent Malik	Makina Elemanları, Birinci Cilt, 2.Baskı Birsen Yayınevi, 1986
[2]	Bachmann / Lohkamp / Strobl	Maschinenelemente, Band 1, Grundlagen und Verbindungselemente, Vogel- Buchverlag, Würzburg
[3]	Bargel/Schulze	Werkstoffkunde, VDI-Verlag GmbH, Düsseldorf
[4]	Birkle, H.G.	Das Betriebsverhalten der stufenlos einstellbaren Koppelgetriebe Diss. T.H. Carmstadt 1968
[5]	Böge, A.	Das Techniker Handbuch, 16. überarbeitete Auflage, Friedr. Vieweg&Sohn, 2000
[6]	Brandenberger, H.	Wirkungsgrad und Aufbau einfacher und zusammengesetzter Umlaufgetriebe, Maschinenbau Heft 8 ve 9, 1929
[7]	Decker, K-H.	Maschinenelemente, Gestaltung und Berechnung Carl Hanser Verlag, München Wien, 8.Auflage
[8]	DIN-Taschenbuch 106	Antriebstechnik 1, Normen über die Verzahnungsterminologie Beuth Verlag GmbH, Berlin/Köln, 2.Auflage 1981
[9]	DIN-Taschenbuch 123	Antriebstechnik 2, Normen für die Zahnradfertigung Beuth Verlag GmbH, Berlin/Köln, 1.Auflage 1978
[10]	DIN-Taschenbuch 173	Antriebstechnik 3, Normen für die Zahnradkonstruktion Beuth Verlag GmbH, Berlin/Köln
[11]	Dizioğlu	Getriebelehre 1, Braunschweig, Vıeweg Verlag, 1965
[12]	Dubbel, H.	Taschenbuch für den Maschinenbau, 17. Auflage, Springer Verlag, 1990
[13]	Ernst	Die Hebezeuge Bemessungsgrundlagen, Bauteile, Antriebe Friedr. Vieweg+Sohn Branschweig, 1973
[14]	Gieck, K.	Technische Formelsammlung, 27. erweiterte Auflage, Gieck Verlag, 1981
[15]	Hütte	Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaften 29. völlig neubearbeitete Auflage, Springer Verlag, 1991
[16]	Köhler / Rögnitz	Maschinenteile, Teil 1 und Teil 2

		B.G.Teubner, Stuttgart
[17]	Konstrukteur	BBC (Yeni ABB) Firması Firma içi yayını
[18]	Kutay, M. Güven	Makinacının Rehberi, Birsen Yayınevi, Istanbul, 2003
[19]	Kutay, M. Güven	Mukavemet Değerleri, Makina Mühendisleri Odası, MMO/2004/353
[20]	Kutzbach, K.	Mehrgliedrige Radgetriebe und ihre Gesetze Maschinenbau 6, 1927, Heft 22, 1080
[21]	Kutzbach, K.	Hütte II, 26. Auflage, Berlin, Ernst&Sohn 1931
[22]	Langer, E.	Maschinenelemente, Berechnung und Gestaltung Dümmler
[23]	MAAG.Taschenbuch	MAAG.Zahnräder Aktiengeselschaft CH-8023 Zürich/Schweiz
[24]	Matek, W. / Muhs, D. / Wittel, H. / Becker, M.	Roloff/Matek, Maschinenelemente Vieweg Verlag
[25]	Müller, H. W.	Die Umlaufgetriebe Springer-Verlag, 1971
[26]	Niemann, G.	MASCHINENELEMENTE, Band II, III Springer-Verlag, 2.Auflage 1981
[27]	Okday Şefik	Makina Elemanları, Üçüncü Cilt, 4.Baskı Birsen Yayınevi, 1982
[28]	Reishauer AG	Katalog ve CD, Werkzeugmaschinen , Industriestr 36 CH-8304 Walliselen-ZH
[29]	Schuster, C.	Die praktische Berechnung der Dauerfestigkeit gekerbter Bauteile unter Berücksichtigung des DDR-Standarts TGL 19 340. IFL Mitt. 6 (1967), Heft 11
[30]	Ten Bosch	Berechnung der Maschinenelemente Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg-New York
[31]	Wellinger, K. / Dietmann, H.	Festigkeitsberechnung, Grundlagen und technische Anwendung
[32]	Willis, R.	Principles of Mechanism, London, Parker 1841
[33]	Widmer, E.	Fräsen und Verzahnen I Blaue TR-Reihe, Verlag Technische Rundschau

		Hallwag Verlag, Bern und Stuttgart
[34]	Wolf, A.	Die Grundgesetze der Umlaufgetriebe Braunschweig, Vieweg Verlag 1968
[35]	Pickard, J.	Berechnung einfacher und zusammengesetzter Planetengetriebe KEM, Mai 1987

9.2 Standartlar

DIN 780 T1	Mai1977	Modulreihe für Zahnräder, Moduln für Stirnräder
DIN 780 T2	Mai1977	Modulreihe für Zahnräder, Moduln für Zylinderschneckengetriebe
DIN 867	Feb1986	Bezugsprofile, für Evolventenverzahnungen an Stirnrädern (Zylinderräder) für den allgemeinen Maschinenbau und den Schwermaschinenbau
DIN 3960	Juli1980	Begriffe und Bestimmungsgrössen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung
DIN 3960 B1	Juli1980	Begriffe und Bestimmungsgrössen für Stirnräder (Zylinderräder) und Stirnradpaare (Zylinderradpaare) mit Evolventenverzahnung, Zusammenstellung der Gleichungen
DIN 3964	Nov1980	Achsabstandabmasse und Achslagetoleranzen von Gehäusen für Stirnradgetriebe
DIN 3966 T1	Aug1978	Angaben für Verzahnungen in Zeichnungen, Angaben für Stirnrad-(Zylinderrad) Evolventenverzahnungen
DIN 3967	Jul1978	Getriebe-Passsystem, Flankenspiel / Zahndickenabmasse / Zahndickentoleranzen Grundlagen
DIN 3978	Aug1976	Schrägungswinkel für Stirnradverzahnungen
DIN 3990 T1	Mär1980	Grundlagen für die Tragfähigkeitsberechnung von Gerad- und Schrägstirnrädern, Einführung und allgemeine Einflussfaktoren
DIN 3990 T2	Mär1980	Grundlagen für die Tragfähigkeitsberechnung von Gerad- und Schrägstirnrädern, Berechnung der Zahnflankentragfähigkeit (Grübchenbildung).
DIN 3990 T3	Mär1980	Grundlagen für die Tragfähigkeitsberechnung von Gerad- und Schrägstirnrädern, Berechnung der Zahnfusstragfähigkeit
DIN 3990 T4	Mär1980	Grundlagen für die Tragfähigkeitsberechnung von Gerad- und Schrägstirnrädern, Berechnung der Fresstragfähigkeit
DIN 3990 T 5	Mai1984	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern, Dauerfestigkeitswerte und Werkstoffqualitäten
DIN 3990 T11	Jul1984	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern mit Evolventenverzahnung, Anwendungsnorm für Industriegetriebe, Detail-Methode
DIN 3990 T21	Jul1984	Tragfähigkeitsberechnung von Stirnrädern mit Evolventenverzahnung, Anwendungsnorm für Schnellaufgetriebe und Getriebe ähnlicher Anforderungen

VDI 2157	Sep 1978	Planetengetriebe Begriffe, Symbole, Berechnungsgrundlagen

10 Konu İndeksi

A

Açısal hızlar "ω" 11
Artı redüktör 15, 26

B

Blokaj 38
Blokaj sınırında 38

Ç

Çalışma derecesi 18
Çember dişlisi 5

D

Diferansiel sistemi 9
Diferansiyel dişli takımı 52
Dönüş açılarını "φ" 11

E

Eksi redüktör 15, 26

F

Farklı güç mili 27
Farklı mil 22
Farklı miller 26

G

Genel çevirim oranı" i " 10
Göreceli çevirim 10
Göreceli çevirim oranı " i_{12} " 10
Göreceli çevirim oranı "k_i" 17
Göreceli devir sayısı "m" 10
Güneş dişlisi 5, 10

H

Hesaplanan randıman "η_0^{w1}" 23

K

Kavrama gücü "P_k" 28
Kayıp derecesi "ζ" 32
Kısmi blokaj 38
Kör güç 31
Kovan 10

M

Milin dış gücü 27
Milin kavrama gücü "P_k" 28
Milin yuvarlanma gücü "P_y" 27
Millerdeki güçler 29
Mutlak devir sayısı "n_K" 10

N

Negatif çevirim oranı 26

O

Ortak eksenli planet sistemi 9

P

Planet dişli sistemlerinde çevirim oranları 49
Planet dişlilerin sakıncaları 7
Planet dişlilerin üstünlükleri 7
Planet dişlisi 5, 10
Planet sisteminde devir sayıları ve hız planı 54
Planet sisteminin temel formülü 11, 13, 14, 15
Planet sistemlerinde montaj koşulu 16, 51
Planet taşıyıcısı 5
Pozitif çevirim oranı 26

R

Randıman "η" 32
Randıman üssü "w1" 23

S

Sistemdeki iç güç akışı 27
Sistemin çevirim oranı "i" 10

T

Temel çevirim oranı "i_0" 14
Temel çevirim oranını "i_0" 15
Temel randıman "η_0" 24, 33
Temel sistem 9
Toplam güç mili 27
Toplam randıman "η_{Top}" 32
Toplama mili 22, 26
Torsiyon momenti "M" 22

Y

Yörünge sistemi 9