

İlk yayın : 18 Ağustos 2014

www.guven-kutay.ch

YAPI STATİĞİ

Etki Çizgileri Alıştırmaların çözüm yoluyla sonuçları

44-03-4

M. Güven KUTAY, Muhammet ERDÖL

En son durum: 15 Eylül 2014

Statığın en önemli kanunu yavaş yavaş büyük bir sabırla hesapları yapmaktır. Burada da büyük bir sabırla hesapları yapalım. En basit düşüncelerimizde yazalım. İlerde nedenini ve niçininide biliriz.

Türkçede enteresan bir ata sözü vardır:

"Çabuk sıçan iki defa sıçar!.."

Bunu unutmamakta fayda vardır.

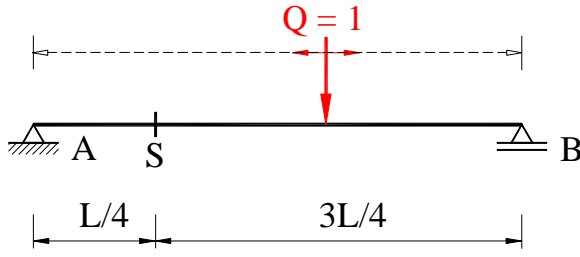
DİKKAT:

Bu çalışma iyi niyetle ve bugünün teknik imkanlarına göre yapılmıştır. Bu çalışmadaki bilgilerin yanlış kullanılmasından doğacak her türlü maddi ve manevi zarar için sorumluluk kullanana aittir. Bu çalışmadaki bilgileri kullananlara, kullandıkları yerdeki şartları iyi değerlendirip buradaki verilerin yeterli olup olmadığına karar vermeleri ve gerekirse daha detaylı hesap yapmaları önerilir. Eğer herhangi bir düzeltme, tamamlama veya bir arzunuz olursa, hiç çekinmeden bizimle temasa geçebilirsiniz.

İÇİNDEKİLER

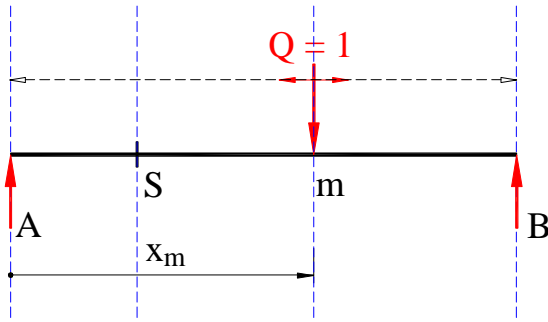
| | |
|---|----|
| 1. Hareketli yük $Q = 1$ ile zorlanan ideal giriş | 3 |
| 1.1. Çözüm..... | 3 |
| 2. Hareketli yük $Q = 1$ ile zorlanan çıkma giriş | 5 |
| 2.1. Çözüm..... | 5 |
| 3. Hareketli yük $Q = 1$ ile zorlanan çıkma giriş | 7 |
| 3.1. Çözüm..... | 7 |
| 4. Hareketli yük $Q = 1$ ile zorlanan iki mafsallı üç dayanaklı sistem..... | 9 |
| 4.1. Çözüm..... | 9 |
| 5. Hareketli yük $Q = 1$ ile zorlanan paralel kafes giriş | 11 |
| 5.1. Çözüm..... | 11 |
| 5.1.1. C yatağına hareketli kuvvet Q nun aksiyon kuvvetinin etki çizgisi | 11 |
| 5.1.2. Hareketli kuvvet Q nun S_1 çubuğuna etki çizgisi..... | 11 |
| 5.1.2.1. Yer yer belirleme metodu ile S_1 çubuğunun etki çizgisi | 12 |
| 5.1.2.2. Land metodu ile S_1 çubuğunun etki çizgisi | 12 |
| 5.1.3. Hareketli kuvvet Q nun S_2 çubuğuna etki çizgisi..... | 14 |
| 5.1.3.1. Yer yer belirleme metodu ile S_2 çubuğunun etki çizgisi | 14 |
| 5.1.3.2. Land metodu ile S_2 çubuğunun etki çizgisi | 14 |
| 5.1.4. Hareketli kuvvet Q nun S_3 çubuğuna etki çizgisi..... | 16 |
| 5.1.4.1. Yer yer belirleme metodu ile S_3 çubuğunun etki çizgisi | 16 |
| 5.1.4.2. Land metodu ile S_3 çubuğunun etki çizgisi | 17 |
| 6. Hareketli yük $Q = 1$ ile zorlanan L-konsol..... | 18 |
| 6.1. Çözüm..... | 18 |
| 6.1.1. S_1 noktasını etkileyen eğilme momentinin etki çizgisi " η_{MS1} " | 18 |
| 6.1.2. S_1 noktasını etkileyen çapraz kuvvetin etki çizgisi " η_{VS1} " | 19 |
| 6.1.3. S_1 noktasını etkileyen torsiyon momentinin etki çizgisi " η_{TS1} " | 19 |
| 6.1.4. S_2 noktasını etkileyen eğilme momentinin etki çizgisi " η_{MS2} " | 20 |
| 6.1.5. S_2 noktasını etkileyen çapraz kuvvetin etki çizgisi " η_{VS2} " | 20 |
| 7. Hareketli yük $Q = 1$ in etkisinde kafes giriş sistemi..... | 21 |
| 7.1. Çözüm..... | 21 |
| 7.1.1. FA çubuğunda normal kuvvetin etki çizgisi η_{N1} in Land metoduyla hesabı..... | 21 |
| 7.1.2. FE çubuğunda normal kuvvetin etki çizgisi η_{N2} nin Land metoduyla hesabı | 23 |
| 7.1.3. FE çubuğunda momentin etki çizgisi η_{M2} nin Land metoduyla hesabı..... | 24 |
| 7.1.4. FE çubuğunda çapraz kuvvetin etki çizgisi η_{V2} nin Land metoduyla hesabı | 27 |
| 7.1.5. ED çubuğunun 3 nolu noktasında momentin etki çizgisi η_{M3} ün Land metoduyla hesabı..... | 29 |
| 7.1.6. Hareketli yük Q nun A yatağının etki çizgisi η_{Av} nin Land metoduyla hesabı | 30 |

1. Hareketli yük $Q = 1$ ile zorlanan ideal kiriş

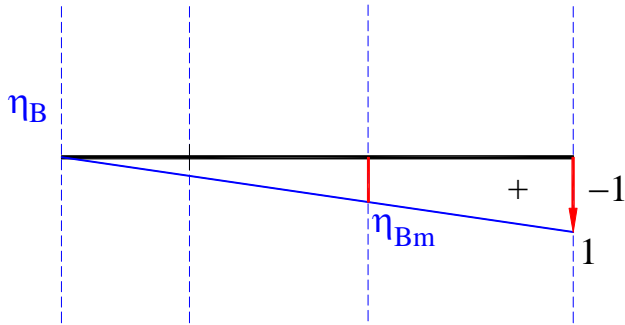


Şekil 1, Hareketli yük $Q = 1$ in etkisinde ideal kiriş

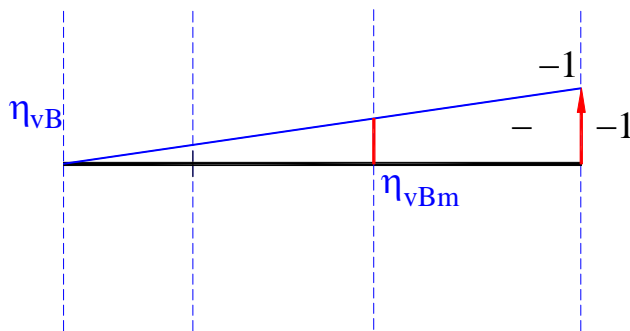
1.1. Çözüm



Şekil 1-1, Sistemin SCD m



Şekil 1-2, B yatağının Q dan ötürü aksiyon EÇ η_B



Şekil 1-3, B yatağının Q dan ötürü reaksiyon EÇ η_{vB}

Şekil 1-2 ve Şekil 1-3 ile bulunan etki çizgileriyle Q kuvvetinin "m" noktasındayken B yatağına etkilediği kuvvet kolaylıkla bulunur. Şöyleki; etki çizgisi dik üçgendir, dik kenarlar oranında sabittir. Bu orantıdan:

$$\frac{1}{L} = \frac{\eta_{vBm}}{x_m} \quad \text{buradanda} \quad \eta_{vBm} = \frac{x_m}{L} \quad \text{bulunur.}$$

Bilinenler: Şekil 1 ile görülen, hareketli yük $Q = 1$ ile zorlanan ideal kiriş.

Arananlar: Q dan oluşan etki çizgileri $\eta_B, \eta_{vB}, \eta_A, \eta_{M_B}$

Sistem; Hareketli birim kuvveti Q nun etkilediği ideal kiriş. Sistemin A yatağı hareketsiz yatak, B yatağı hareketli yaktan oluşmaktadır. Arananları sırasıyla hesaplayalım.

Çözümü daha kolay anlayabilmek için önce Serbest Cisim Diyagramı "SCD" yi çizelim, bkz. Şekil 1-1.

Aranan η_B B yatağına Q nun aksiyon kuvvetinin etki çizgisidir. Buda Şekil 1-2 ile görüldüğü gibi Q kuvveti B yatağında iken yerde "+" yönünde virtüel kayma " $\delta = -1$ " birim olarak alınır. Q kuvveti A yatağında iken B yatağına etkisi sıfırdır. Böylece η_B etki çizgisinin iki uç değeri bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için, iki uç değerini birleştirirsek η_B etki çizgisinin tamamını buluruz.

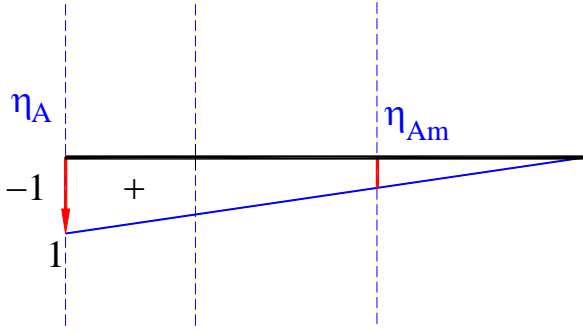
Aranan η_{vB} B yatağına Q nun reaksiyon kuvvetinin etki çizgisidir. Buda Şekil 1-3 ile görüldüğü gibi Q kuvveti B yatağında iken reaksiyonu "-" yönünde virtüel kayma " $\delta = -1$ " birim olarak alınır. Q kuvveti A yatağında iken B yatağına etkisi sıfırdır. Böylece η_{vB} etki çizgisinin iki uç değeri bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için, iki uç değerini birleştirirsek η_{vB} etki çizgisinin tamamını buluruz.

Burada $L = 8 \text{ m}$, $x_m = 6 \text{ m}$ ve $Q = 50 \text{ kN}$ ise, Q kuvveti "m" noktasında iken B yatağına etki kuvveti:

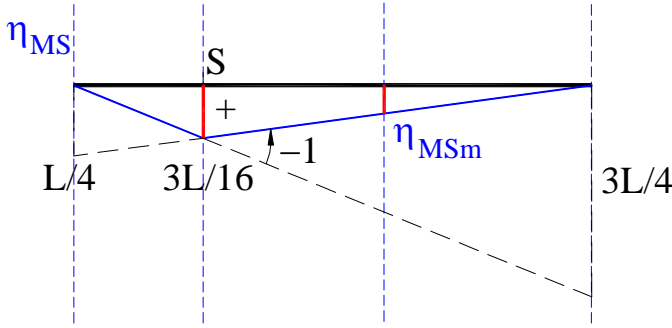
$$F_{Bm} = \eta_{vBm} \cdot Q = \frac{x_m}{L} \cdot Q = \frac{6}{8} \cdot 50$$

$$F_{Bm} = 37,5 \text{ kN}$$

bulunur.



Şekil 1-4, A yatağının Q dan ötürü aksiyon EÇ η_A



Şekil 1-5, S noktasının Q dan ötürü moment EÇ η_{MS}

Böylece η_{MS} etki çizgisinin üç uç değeri bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için uç değerini birleştirirsek η_{MS} etki çizgisinin tamamını buluruz.

EÇ aranan noktadaki moment şu şekilde bulunur (bkz. Şekil 1) Q kuvveti S noktasındayken:

$$\Sigma M_B = 0 \quad Q \cdot 3L/4 - A_V \cdot L = 0 \quad \text{buradan} \quad A_V = 3Q/4$$

$$M_S = A_V \cdot \frac{L}{4} = \frac{3Q}{4} \cdot \frac{L}{4} \quad \text{buradan} \quad M_S = \frac{3QL}{16}$$

Q birim değerli olduğundan moment şu şekilde yazılır

$$M_S = \frac{3 \cdot L}{16}$$

Moment etki çizgisi bilindikten sonra Q kuvvetinin kirişin hangi noktasında olursa olsun "S" noktasını etkilediği moment kolaylıkla bulunur. Şöyleki; etki çizgisi dik üçgendir, dik kenarlar oranında sabittir. Bu orantı ile hesaplar yapılır.

Örnek olarak Q kuvvetinin "m" noktasında iken "S" noktasını etkilediği momenti hesaplayalım. Kolaylık olsun diye " $L-x_m = L/3$ " olarak kabul edelim.

$$\frac{3L/16}{3L/4} = \frac{\eta_{MSm}}{L/3}$$

buradanda

$$\eta_{MSm} = \frac{L}{12}$$

bulunur.

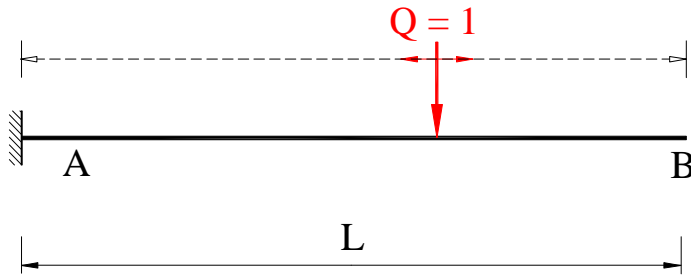
$L = 8 \text{ m}$ ve $Q = 50 \text{ kN}$ kabul edersek:

$$M_{BSm} = \eta_{MSm} \cdot Q = \frac{L}{12} \cdot Q = \frac{8}{12} \cdot 50$$

$$M_{BSm} = 33,3 \text{ kNm}$$

bulunur.

2. Hareketli yük $Q = 1$ ile zorlanan çıkma kiriş

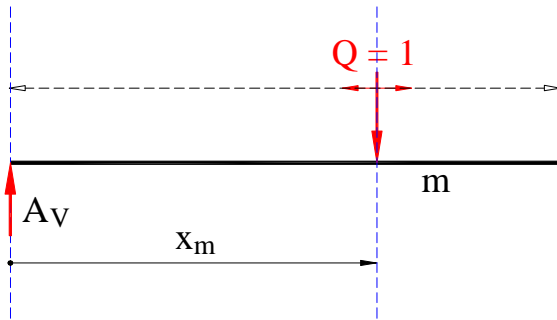


Bilinenler: Şekil 2 ile görülen, hareketli yük $Q = 1$ ile zorlanan çıkma kiriş.

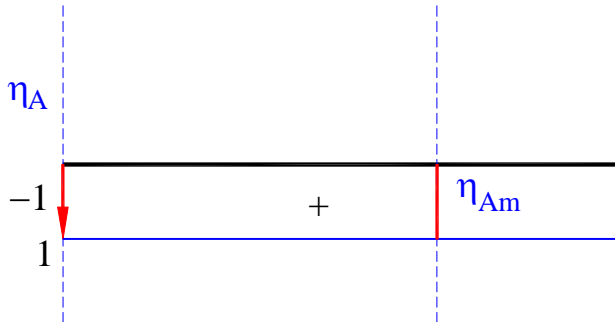
Arananlar: Q dan oluşan etki çizgileri $\eta_A, \eta_{V_A}, \eta_{M_A}, \eta_{M_B}$

Şekil 2, Hareketli yük $Q = 1$ in etkisinde çıkma kiriş

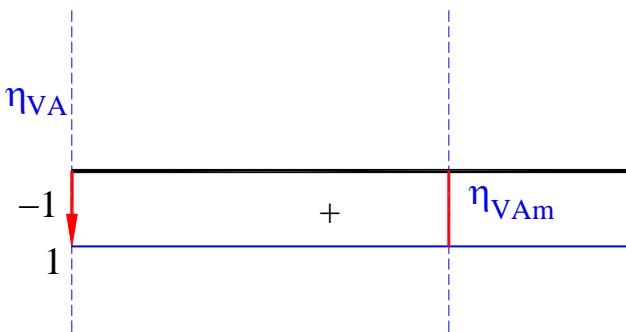
2.1. Çözüm



Şekil 2-1, Sistemin SCD mı



Şekil 2-2, A yatağının Q dan ötürü aksiyon EÇ η_A



Şekil 2-3, A yatağının Q dan ötürü reaksiyon EÇ η_{V_A}

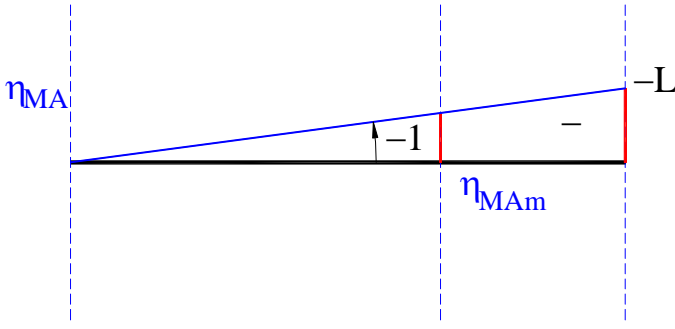
Şekil 2-2 ve Şekil 2-3 ile bulunan etki çizgileriyle Q kuvvetinin " m " noktasındayken A yatağını etkilediği kuvvet kolaylıkla bulunur. Etki çizgisi paraleldir ve her yerde EÇ ordinatı "1" birim değerindedir. Q kuvvetinin nerede olduğu önemli değildir. A yatağını etkileyen kuvvet daima Q kadardır.

Sistem; Hareketli birim kuvveti Q nun etkilediği çıkma kiriş. Sistemin A yatağı sabit yatak ve B tarafı desteksiz portafodan oluşmaktadır. Arananları sırasıyla hesaplayalım.

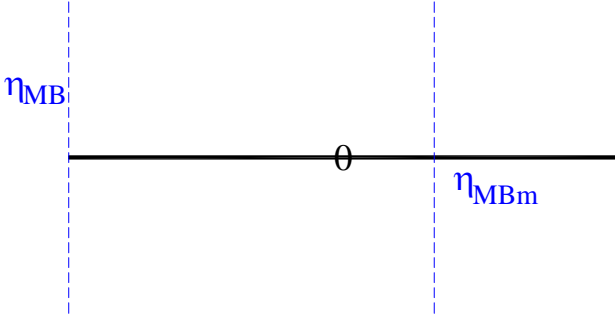
Çözümü daha kolay anlayabilmek için önce Serbest Cisim Diyagramı "SCD" yi çizelim, bkz. Şekil 2-1.

Aranan η_A A yatağına Q nun aksiyon kuvvetinin etki çizgisidir. Buda Şekil 2-2 ile görüldüğü gibi Q kuvveti A yatağında iken yerde "+" yönünde virtüel kayma " $\delta = -1$ " birim olarak alınır. Q kuvveti kirişin portafoda ucunda iken A yatağına etkisi Q kadardır. Böylece η_A etki çizgisinin iki uç değeri bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için, iki uç değerini birleştirirsek η_A etki çizgisinin tamamını buluruz.

Aranan η_{V_A} A yatağına Q nun reaksiyon kuvvetinin etki çizgisidir. Buda Şekil 2-3 ile görüldüğü gibi Q kuvveti A yatağında iken reaksiyonu "+" yönünde virtüel kayma " $\delta = -1$ " birim olarak alınır. Q kuvveti kirişin portafoda ucunda iken A yatağına etkisi Q kadardır. Böylece η_{V_A} etki çizgisinin iki uç değeri bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için, iki uç değerini birleştirirsek η_{V_A} etki çizgisinin tamamını buluruz.

Şekil 2-4, A yatağının Q dan ötürü moment EÇ η_{MA}

Aranan η_{MA} hareketli kuvvet Q nun A da moment etki çizgisidir ve Şekil 2-4 ile görülür. Burada özel bir durum vardır Q nun A da momentini kolayca bulunur. Temel kurala göre A da, uç yataкта moment sıfırdır. Moment kirişin üst tarafını çekmeye zorladığından moment alanı "-" dir.

Şekil 2-5, B yatağının Q dan ötürü moment EÇ η_{MB}

Aranan η_{MB} hareketli kuvvet Q nun portafo ucu B de moment etkisi, uç boşta olduğu için sıfırdır.

Etki çizgisi Şekil 2-5 ile görülür.

Etki çizgisi bilindikten sonra Q kuvveti kirişin hangi noktasında olursa olsun etki çizgisi bilinen noktanın etkilediği kuvvet veya moment kolaylıkla bulunur. Burada dik kuvvetlerde etki çizgisi paralel, momentte ise dik üçgendir. Paralel durumda değer sabittir ve daima Q büyüklüğündedir. Dik üçgende dik kenarlar oranında sabittir. Bu orantı ile hesaplar yapılır.

Örnek olarak Q kuvvetinin "m" noktasında iken A noktasını etkilediği momenti hesaplayalım.

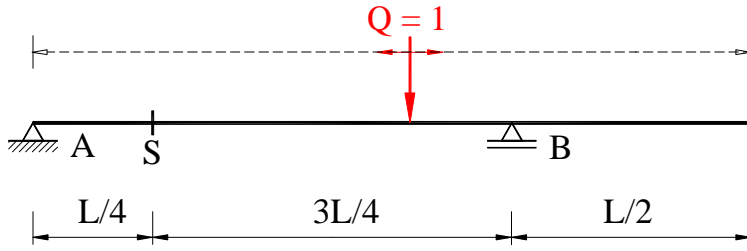
$L = 8 \text{ m}$, $x_m = 6 \text{ m}$ ve $Q = 50 \text{ kN}$ ise:

$$\frac{-L}{L} = \frac{\eta_{MAm}}{x_m} \quad \text{buradan da} \quad \boxed{\eta_{MAm} = -x_m} \quad \text{bulunur.}$$

$L = 8 \text{ m}$ ve $Q = 50 \text{ kN}$ kabul edersek:

$$M_{MAm} = \eta_{MAm} \cdot Q = x_m \cdot Q = 6 \cdot 50 \quad \boxed{M_{BSm} = 300 \text{ kNm}} \quad \text{bulunur.}$$

3. Hareketli yük $Q = 1$ ile zorlanan çıkma kiriş

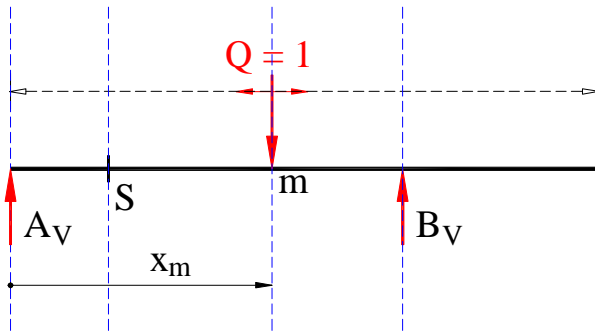


Bilinenler: Şekil 3 ile görülen, hareketli yük $Q = 1$ ile zorlanan çıkma kiriş.

Arananlar: Q dan oluşan etki çizgileri $\eta_A, \eta_B, \eta_{VS}, \eta_{MS}$

Şekil 3, Hareketli yük $Q = 1$ in etkisinde çıkma kiriş

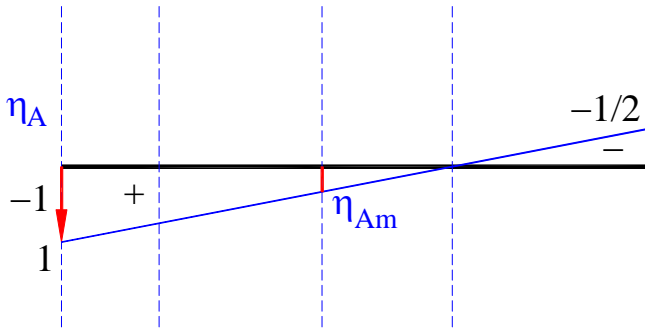
3.1. Çözüm



Şekil 3-1, Sistemin SCD mı

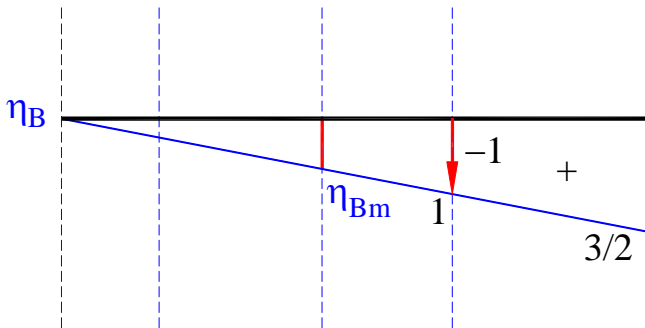
Sistem; Hareketli birim kuvveti Q nun etkilediği sağ tarafı portafolu ideal kiriş. Sistemin A yatağı hareketsiz yatak, B yatağı hareketli yataktan oluşmaktadır. Aranaları sırasıyla hesaplayalım.

Çözümü daha kolay anlayabilmek için önce Serbest Cisim Diyagramı "SCD" yi çizelim, bkz. Şekil 3-1.



Şekil 3-2, A yatağının Q dan ötürü aksiyon EÇ η_A

Aranan η_A A yatağına Q nun aksiyon kuvvetinin etki çizgisidir. Şekil 3-2 ile görüldüğü gibi Q kuvveti A yatağında iken A yatağının olduğu yerde "+" yönünde virtüel kayma " $\delta = -1$ " birim olarak alınır. Q kuvveti B yatağında iken A yatağına etkisi sıfırdır. Böylece η_A etki çizgisinin iki uç değeri bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için, iki uç değerini birleştirir ve uzatırsak η_A etki çizgisinin tamamını buluruz.



Şekil 3-3, B yatağının Q dan ötürü aksiyon EÇ η_B

Aranan η_B B yatağına Q nun aksiyon kuvvetinin etki çizgisidir. Şekil 3-3 ile görüldüğü gibi Q kuvveti B yatağında iken B yatağının olduğu yerde "-" yönünde virtüel kayma " $\delta = -1$ " birim olarak alınır. Q kuvveti A yatağında iken B yatağına etkisi sıfırdır. Böylece η_B etki çizgisinin iki uç değeri bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için, iki uç değerini birleştirir ve uzatırsak η_B etki çizgisinin tamamını buluruz.

Etki çizgisi bilindiğinde Q kuvvetinin " m " noktasındayken aranan noktayı etkilediği kuvvet, etki çizgisi dik üçgen olduğundan, kolaylıkla bulunur. Buna örnekler verelim:

Örnek 1: Şekil 3-3 ile bulunan etki çizgisiyle Q kuvvetinin portafonun ucunda iken B noktasını etkilediği kuvveti bulalım. Şekil 3 ile verilen değerlere göre hesaplama şöyle olur:

$$\frac{1}{L} = \frac{\eta_{BC}}{3L/2} \quad \text{buradan} \quad \eta_{BC} = \frac{1}{L} \cdot \frac{3L}{2} \quad \text{ve} \quad \boxed{\eta_{BC} = \frac{3}{2}} \quad \text{bulunur.}$$

Q = 50 kN kabul edersek:

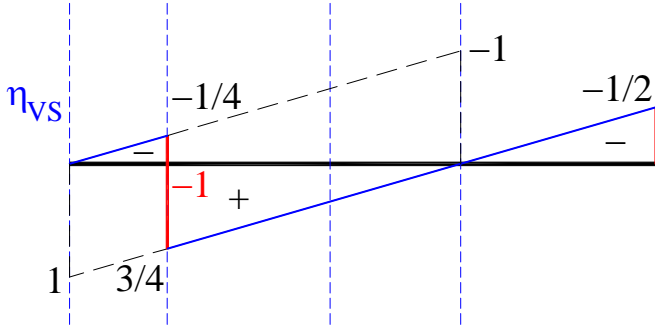
$$F_{BC} = \eta_{BC} \cdot Q = \frac{3}{2} \cdot 50 \quad \text{buradan} \quad \boxed{F_{BC} = 75\text{kN}} \quad \text{bulunur.}$$

Örnek 2: Şekil 3-3 ile bulunan etki çizgisiyle Q kuvvetinin "m" noktasında iken B noktasını etkilediği kuvveti bulalım. Şekil 3 ile verilen değerlere göre hesaplama şöyle olur:

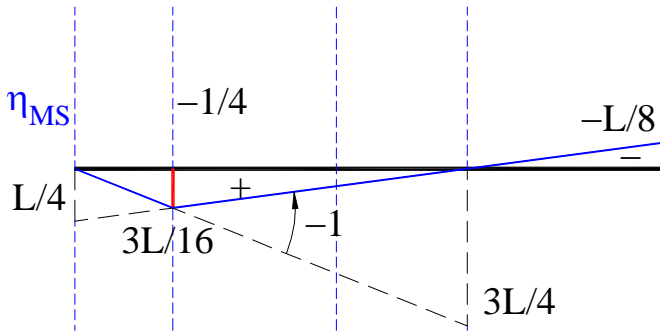
L = 8 m , $x_m = 6$ m ve Q = 50 kN kabul edelim:

$$\frac{1}{L} = \frac{\eta_{Bm}}{x_m} \quad \text{buradan} \quad \eta_{Bm} = \frac{1}{L} \cdot x_m \quad \text{ve} \quad \boxed{\eta_{Bm} = \frac{x_m}{L}} \quad \text{bulunur.}$$

$$F_{Bm} = \eta_{Bm} \cdot Q = \frac{x_m}{L} \cdot Q = \frac{6}{8} \cdot 50 \quad \text{buradan} \quad \boxed{F_{Bm} = 37,5\text{kN}} \quad \text{bulunur.}$$



Şekil 3-4, S noktasının Q dan ötürü etki çizgisi η_{vs} çizgiler ile kesiştiği noktalar arası Q nun S noktasına etki çizgisi η_{vs} yi verir.



Şekil 3-5, S noktasının Q dan ötürü moment EÇ η_{MS}

Aranan η_{vs} "S" noktasına Q nun etki çizgisidir. "S" noktasında virtüel kayma kuvvetin etki yönünde " $\delta = -1$ " olmalıdır. Şekil 3-4 ile görüldüğü yatakların olduğu yerlerde virtüel kaymayı bir birim olarak çizelim. Virtüel kaymaların ön işaretleri, ön işaret kuralına göre kabul edilir. Kayma uçlarıyla yataklar sıfır kabul edilerek birleştirilir. "S" noktasında virtüel kayma " $\delta = -1$ " olacaktır. "S" noktasında kirişe dik çizginin birleştirilen

Aranan η_{MS} "S" noktasındaki moment dir ve Şekil 3-5 ile görülür. Etki çizgisi aranan noktada bir mafsal düşünülür. Bu mafsalda bir kırılma yapılır. Temel kurallar uygulanır. Uç yataklarda moment sıfırdır. Moment yönü moment alanının içinden çıkacakmış gibi düşünülür ön işareti bulunur. Burada moment "+" dır.

Etki çizgisi aranan noktadaki moment hesaplanır.

"S" noktasındaki moment şu şekilde bulunur (bkz. Şekil 3) Q kuvveti S noktasındayken:

$$\sum M_B = 0 \quad Q \cdot 3L/4 - A_V \cdot L = 0 \quad \text{buradan} \quad A_V = 3Q/4$$

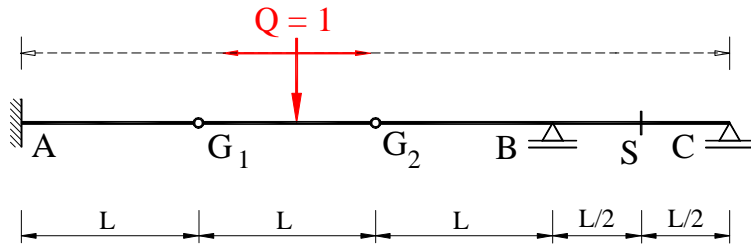
$$M_S = A_V \cdot \frac{L}{4} = \frac{3Q}{4} \cdot \frac{L}{4} \quad \text{buradan} \quad M_S = \frac{3QL}{16}$$

Q birim değerli olduğundan moment şu şekilde yazılır

$$\boxed{M_S = \frac{3 \cdot L}{16}}$$

"S" noktasındaki moment bulunduktan sonra temel kurala göre yataklarda moment sıfırdır. Moment ucu ile yataklar birleştirilir ve uzatılır. Böylece "S" noktasının moment etki çizgisi bulunur.

4. Hareketli yük $Q = 1$ ile zorlanan iki mafsallı üç dayanaklı sistem

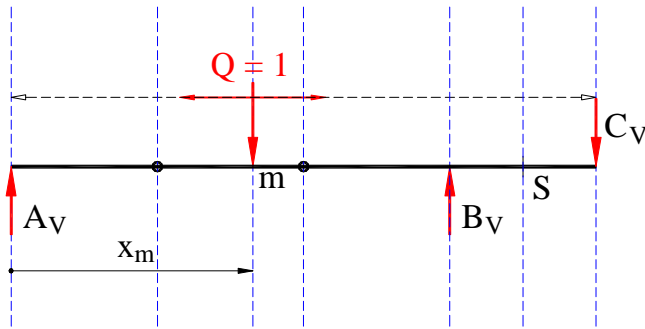


Bilinenler: Şekil 4 ile görülen, hareketli yük $Q = 1$ zorlanan iki mafsallı üç dayanaklı sistem.

Arananlar: Q dan oluşan etki çizgileri $\eta_C, \eta_{M_A}, \eta_{V_S}, \eta_{M_B}$

Şekil 4, Hareketli $Q = 1$ zorlanan 2 mafsallı 3 yataklı sistem

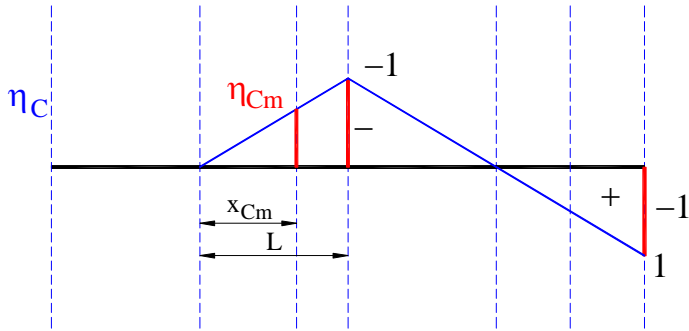
4.1. Çözüm



Şekil 4-1, Sistemin SCD mı

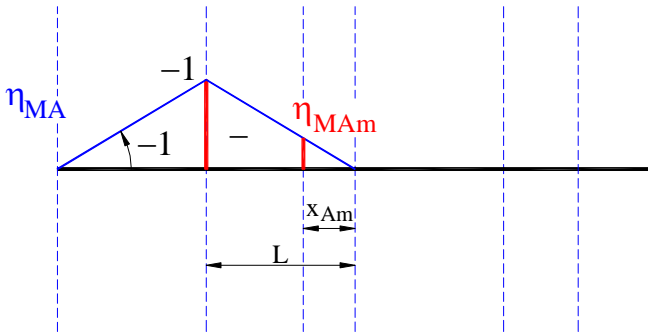
Sistem; Hareketli birim kuvveti Q nun etkilediği iki mafsallı üç dayanaklı sistem Sistemin A yatağı sabit, B ve C yatakları hareketli yataktır. Arananları sırasıyla hesaplayalım.

Çözümü daha kolay anlayabilmek için önce Serbest Cisim Diyagramı "SCD" yi çizelim, bkz. Şekil 4-1.



Şekil 4-2, C yatağının Q dan ötürü aksiyon EÇ η_C

na etkisi sıfırdır. Böylece η_C etki çizgisinin uç değerleri bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için, uç değerini birleştirsek η_C etki çizgisinin tamamını buluruz.

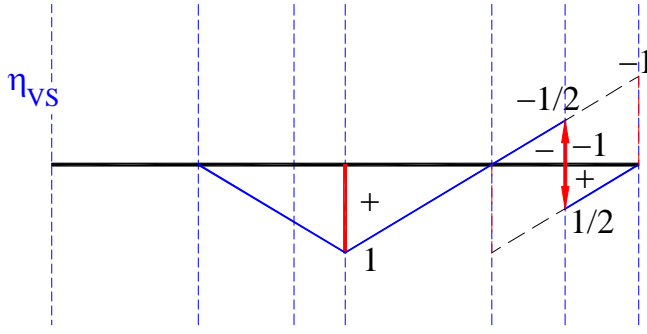


Şekil 4-3, A yatağının Q dan ötürü moment EÇ η_{M_A}

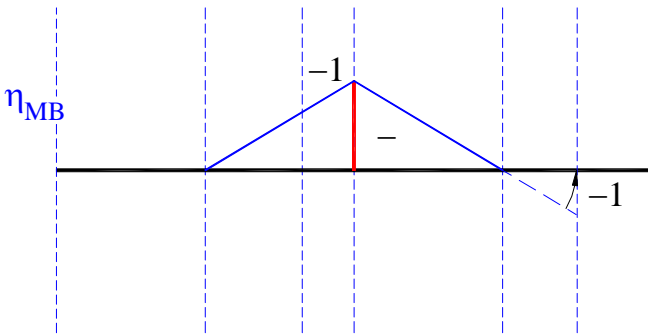
Aranan η_C C yatağına Q nun aksiyon kuvvetinin etki çizgisidir. Şekil 4-2 ile görüldüğü gibi Q kuvveti C yatağında iken C yatağının olduğu yerde "+" yönünde virtüel kayma "-1" birim olarak alınır. Q kuvveti B yatağında iken C yatağına etkisi sıfırdır. Q kuvveti G_2 mafsalında iken C yatağına etkisi "+" yönünde "-1" birimdir. Q kuvveti G_1 mafsalında ve A yatağında iken C yatağı-

Aranan η_{M_A} A yatağına Q nun etkilediği momentin etki çizgisidir. Şekil 4-3 ile görüldüğü gibi Q kuvveti A yatağında iken moment sıfırdır. Q kuvveti G_2 mafsalında iken "-" yönünde virtüel kayma " $\delta = -1$ " birimdir ve L kadardır. Etki çizgisi A noktasında "-1" birim açısı ile çizilir. Q kuvveti G_1 mafsalın iken A yatağına etkisi sıfırdır. Q kuvveti diğer noktalarda iken A yatağına etkisi daima sıfırdır.

Böylece η_{M_A} etki çizgisinin üç noktası bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için, bu noktalar birleştirilerek η_{M_A} etki çizgisinin tamamını buluruz.

Şekil 4-4, S noktasının Q dan ötürü etki çizgisi η_{vs}

kirişe dik çizginin birleştirilen çizgiler ile kesiştiği noktalar arası Q nun S noktasına etki çizgisi η_{vs} yi verir. Q kuvveti G_1 mafsalın iken "S" noktasına etkisi $Q = 1$ kadardır. Q kuvveti G_1 mafsalında iken "S" noktasına etkisi sıfırdır. Q kuvveti G_1 mafsalının solunda ise "S" noktasına etkisi daima sıfırdır. Böylece etki çizgisi η_{vs} nin tamamı bulunur ve çizilir.

Şekil 4-5, B noktasının Q dan ötürü etki çizgisi η_{MB}

Böylece η_{MB} etki çizgisinin üç noktası bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için, bu noktalar birleştirilerek η_{MB} etki çizgisinin tamamını buluruz.

Etki çizgileri bilindiğinde Q kuvvetinin "m" noktasındayken aranan noktayı etkilediği kuvvet veya moment, etki çizgisi dik üçgen olduğundan, kolaylıkla bulunur. Buna örnekler verelim:

Örnek 1: Şekil 4-3 ile Q nun A yatağına moment etki çizgisi η_{MAm} ile Q kuvveti "m" noktasında iken etkilediği momenti bulalım. Şekil 4 ile verilen ve kabul edilen değerlere göre hesaplama şöyle olur: $L = 6$ m, $x_{Am} = 2$ m ve $Q = 50$ kN kabul edersek:

$$\frac{-L}{L} = \frac{\eta_{MAm}}{x_{Am}} \quad \text{buradan etki ordinatı} \quad \eta_{MAm} = \frac{-L}{L} \cdot x_{Am} = -x_{Am} \quad \text{ve} \quad \boxed{\eta_{MAm} = -2\text{m}}$$

$$M_{Am} = \eta_{MAm} \cdot Q = -2 \cdot 50 \quad \text{buradan da moment} \quad \boxed{F_{BC} = -100\text{kNm}} \quad \text{bulunur.}$$

Örnek 2: Şekil 4-2 ile Q nun C yatağına aksiyon kuvvet etki çizgisi η_C ile Q kuvveti "m" noktasında iken etkilediği aksiyon kuvveti bulalım. Şekil 4 ile verilen ve kabul edilen değerlere göre hesaplama şöyle olur:

$L = 6$ m, $x_{Cm} = 4$ m ve $Q = 50$ kN kabul edelim:

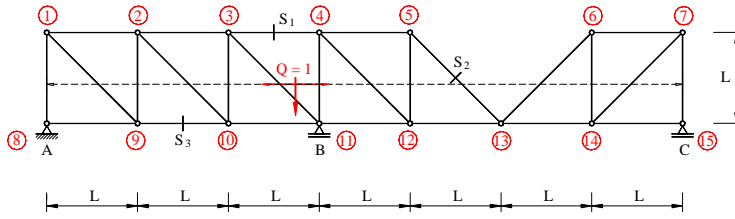
$$\frac{-1}{L} = \frac{\eta_{Cm}}{x_{Cm}} \quad \text{buradan etki ordinatı} \quad \eta_{Cm} = \frac{-x_{Cm}}{L} \quad \text{ve} \quad \boxed{\eta_{Cm} = -4} \quad \text{bulunur.}$$

$$F_{Cm} = \eta_{Cm} \cdot Q = \frac{-x_{Cm}}{L} \cdot Q = -4 \cdot 50 \quad \text{buradan da kuvvet} \quad \boxed{F_{Cm} = -200\text{kN}} \quad \text{bulunur.}$$

Aranan η_{vs} "S" noktasına Q nun etki çizgisidir. "S" noktasında virtüel kayma kuvvetin etki yönünde " $\delta = -1$ " olmalıdır. Şekil 3-4 ün benzeri çözüm. Şekil 4-4 ile görüldüğü gibi yatakların olduğu yerlerde virtüel kaymayı bir birim olarak çizelim. Virtüel kaymaların ön işaretleri, ön işaret kuralına göre kabul edilir. Kayma uçlarıyla yataklar sıfır kabul edilerek birleştirilir. "S" noktasında da virtüel kayma " $\delta = -1$ " olacaktır. "S" noktasında

Aranan η_{MB} B yatağına Q nun etkilediği momentin etki çizgisidir. Şekil 4-5 ile görüldüğü gibi Q kuvveti C yatağı ile B yatağında iken moment B yatağında sıfırdır. Q kuvveti B yatağından G_2 mafsalına doğru hareket ettiğinde moment "-" yönünde büyür ve G_2 mafsalına geldiğinde "-L" değerini alır. Q kuvveti G_1 mafsalın iken B yatağına etkisi sıfırdır. Q kuvveti diğer noktalarda iken B yatağına etkisi daima sıfırdır.

5. Hareketli yük $Q = 1$ ile zorlanan paralel kafes kiriş



Bilinenler: Şekil 5 ile görülen, hareketli yük $Q = 1$ zorlanan paralel kafes kiriş.

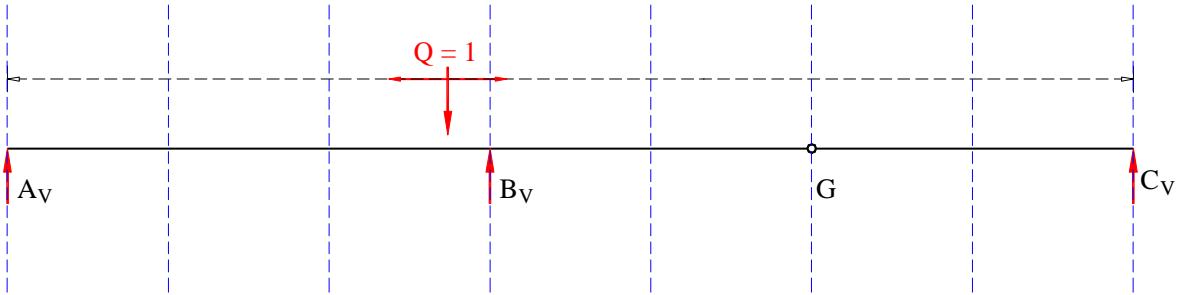
Arananlar: Q dan oluşan etki çizgileri $\eta_C, \eta_{S_1}, \eta_{S_2}, \eta_{S_3}$

Şekil 5, Hareketli yük $Q = 1$ ile zorlanan paralel kafes kiriş

5.1. Çözüm

Sistem; Hareketli birim kuvveti Q nun etkilediği üç yataklı, bir mafsallı paralel kafes kiriş. Sistemin A yatağı hareketli, B ve C yatakları hareketli yataktır. Aranaları sırasıyla hesaplayalım.

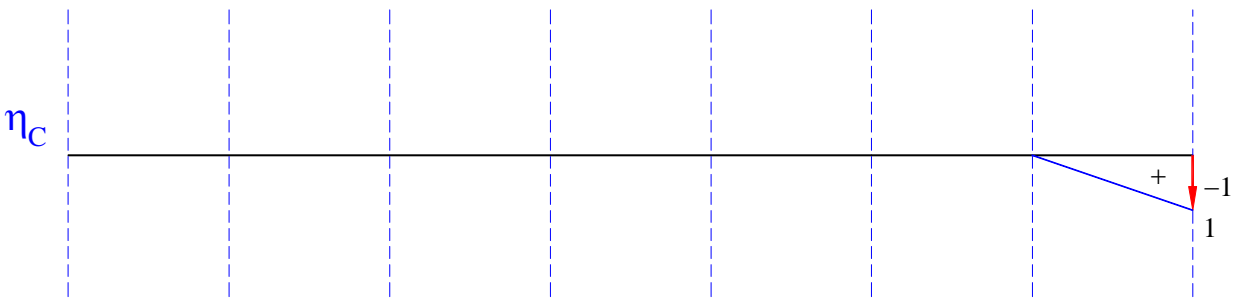
Şekil 5-1 sistemin basitleştirilmiş eşdeğer karşılığıdır. Aranılan η_C C yatağına hareketli kuvvet Q nun aksiyon kuvvetinin etki çizgisidir.



Şekil 5-1, Sistemin basitleştirilmiş eşdeğeri

5.1.1. C yatağına hareketli kuvvet Q nun aksiyon kuvvetinin etki çizgisi

C yatağına hareketli kuvvet Q nun aksiyon kuvvetinin etki çizgisini bulmak için Şekil 5-2 ile görüldüğü gibi Q kuvveti C yatağında iken C yatağının olduğu yerde kuvvetin etki "+" yönünde virtüel kayma " $\delta = -1$ " taşınır. Q kuvveti G noktasına iken C yatağına etkisi sıfırdır.



Şekil 5-2, C yatağının Q dan ötürü aksiyon etki çizgisi η_C

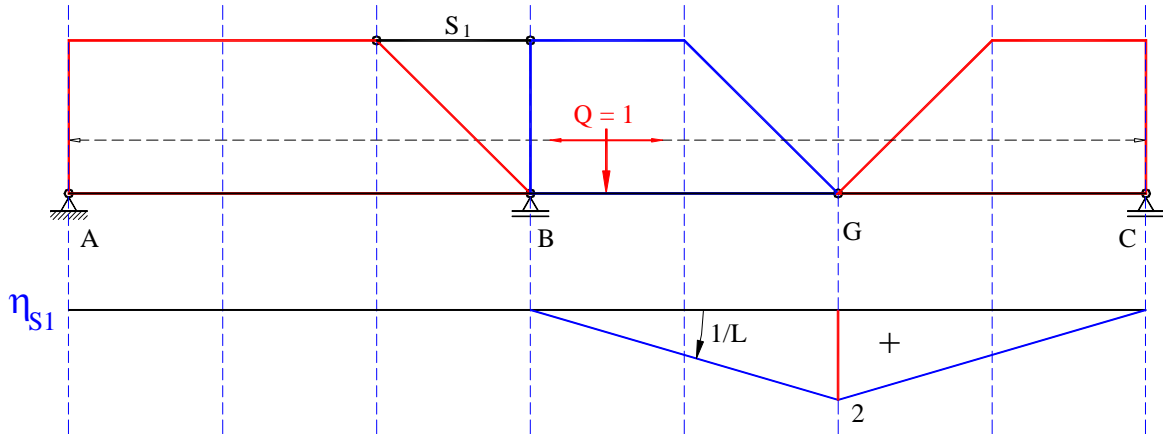
Q kuvveti G noktasından sola doğru diğer bütün noktalarda iken C yatağına etkisi daima sıfırdır. Böylece η_C etki çizgisinin iki noktası bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için, bu iki nokta birleştirilerek η_C etki çizgisinin tamamı bulunur.

5.1.2. Hareketli kuvvet Q nun S_1 çubuğuna etki çizgisi

Hareketli kuvvet Q nun S_1 çubuğunu zorlayan normal kuvvetin etki çizgisi iki metotla bulunur. Hesabı "*Yer yer belirleme metodu*" veya "*Land metodu*" ile yapabiliriz.

5.1.2.1. Yer yer belirleme metodu ile S_1 çubuğunun etki çizgisi

Şekil 5-3 ile hareketli kuvvet Q nun S_1 çubuğunu zorlayan normal kuvvetinin etki çizgisi yer yer belirleme metodu ile çözülmüş hali görülmektedir.



Şekil 5-3, Yer yer belirleme metodu ile S_1 çubuğunun etki çizgisi η_{S1}

Hareketli kuvvet Q , A ve B yatağı arasında ve C yatağında iken S_1 çubuğuna etkisi yoktur ve etki ordinatlarının değeri sıfırdır.

Q kuvveti A, B ve C yataklarında iken

$$\eta_{S1A} = 0 \quad ; \quad \eta_{S1B} = 0 \quad ; \quad \eta_{S1C} = 0$$

Hareketli kuvvet Q , G mafsalına geldiğinde S_1 çubuğunu etkilediği kuvvet şöyle hesaplanır:

$$\Sigma M_B = 0 \quad ; \quad Q \cdot 2L - S_1 \cdot L = 0 \quad ; \quad S_1 \cdot L = Q \cdot 2L \quad ; \quad S_1 = 2Q$$

Q değeri 1 birim olunca etki ordinatının değeri

$$\eta_{S1G} = 2$$

Etki ordinatı η_{S1G} nin ön işaret "+" olduğundan S_1 çubuğu çekme ile zorlanır. G mafsalına etki ordinatı η_{S1G} taşınır. Böylece η_{S1} etki çizgisinin üç noktası bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğrudur. Bu noktalar birleştirilerek η_{S1} etki çizgisinin tamamı bulunur (Şekil 5-3).

5.1.2.2. Land metodu ile S_1 çubuğunun etki çizgisi

Şekil 5-4 ile hareketli kuvvet Q nun S_1 çubuğunu zorlayan normal kuvvet etki çizgisinin **Land** metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Sistem kafes kiriştir ve **Land** metoduna göre çubuğun etki çizgisi **virtüel kayma prensibi** ile bulunur.

Virtüel kayma prensibinde hesabı yapılacak çubuk yok kabul edilerek sistemin reaksiyonu düşünülür ve düğüm noktalarındaki virtüel güçler eşitliği kurulur. S_1 çubuğunu yok sayalım ve çubuğu 1 birim boyunda uzatmak isteyelim. Sol taraftaki yatak hareketli yatak olduğu için çubuğu sol tarafa uzatamayız. Sağ taraftaki yatak hareketli yatak olduğundan S_1 çubuğunu sağ tarafa doğru 1 birim uzatabiliriz. Buda bize S_1 çubuğunun sağ tarafının aynı yerde kalması için -1 sola doğru kısılması gerektiğini gösterir.

S_1 çubuğunu yok saydığımızda kiriş üç rijit plaka olur. S_1 in sol tarafındaki kırmızı taranmış plaka A dayanağı etrafında saat yönünün tersine dönme veya açısal hız " ω_1 " ile döner. A dayanağı bu anlık 1. dönme merkezidir ve (1) ile gösterelim. B yatağı rijit olarak A yatağına bağlı olduğu için bu anlık 2. dönme merkezi olarak kabul edilir. Burada da dönme veya açısal hız vardır. Plaka geometriye göre saat yönünde dönme veya açısal hız " ω_2 " ile döner.

D' noktasındaki kayma büyüklüğünü " δ_D " hesaplayabiliriz:

$$\delta = \omega_1 \cdot L = \omega_2 \cdot L / 2$$

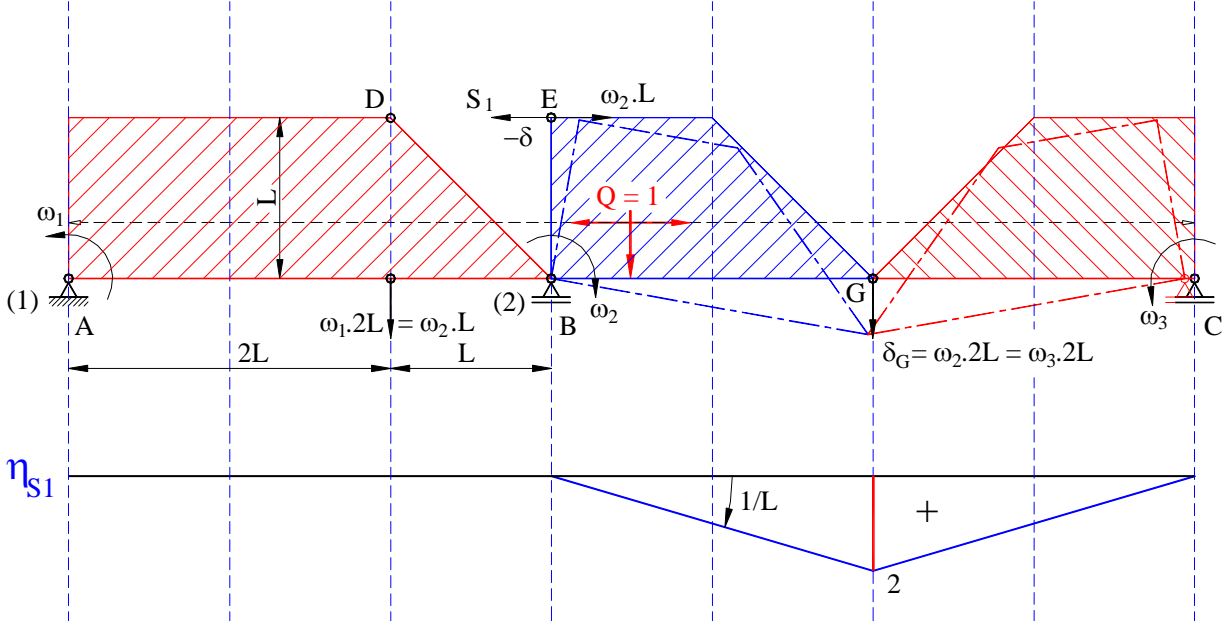
Bu denklemden dönme merkezlerindeki açısal hızları buluruz:

$$\omega_2 = 2 \cdot \omega_1$$

S_1 çubuğunun 1 birim uzaması;

$$\delta_E = 1 = \omega_2 \cdot L$$

olmalıdır.



Şekil 5-4, Land metodu ile S_1 çubuğunun etki çizgisi η_{S1}

Buradan ω_2 değeri bulunur.

$$\omega_2 = \frac{1}{L}$$

Etki çizgimizin etki ordinatları şu şekilde hesaplanır:

Hareketli kuvvet Q , A ve B yatağı arasında ve C yatağında iken S_1 çubuğuna etkisi yoktur ve etki ordinatlarının değeri sıfırdır.

Q kuvveti A, B ve C yataklarında iken

$$\eta_{S1A} = 0 \quad ; \quad \eta_{S1B} = 0 \quad ; \quad \eta_{S1C} = 0$$

Hareketli kuvvet Q , mafsal G ye geldiğinde G de kayma:

$$\delta_G = \omega_2 \cdot 2L \quad ; \quad \delta_G = \frac{1}{L} \cdot 2L \quad \text{buradan da:}$$

Düğümde denge denklemleri metoduna göre S_2 çubuğunu etkilediği kuvvetin veya etki çizgisi ordinatının değeri bulunur.

Hareketli kuvvet Q , mafsal G de iken etki ordinatı

$$\eta_{S1G} = 2$$

Burada G mafsalında etki çizgisi ordinatının ön işaret "+" olduğundan çubuk çekme ile zorlanır. G mafsalında kuvvetin etki yönünde etki çizgisi ordinatı " $\eta_{S1G} = 2$ " taşınır. Böylece η_{S1} etki çizgisinin üç noktası bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri bir aralıkta doğru olduğu için, bu noktalar birleştirilerek Şekil 5-4 ile görüldüğü gibi η_{S1} etki çizgisinin tamamı bulunur.

5.1.3. Hareketli kuvvet Q nun S₂ çubuğuna etki çizgisi

Hareketli kuvvet Q nun S₂ çubuğunu zorlayan normal kuvvetin etki çizgisi iki metotla bulunur. Hesabı "*Yer yer belirleme metodu*" veya "*Land metodu*" ile yapabiliriz.

5.1.3.1. Yer yer belirleme metodu ile S₂ çubuğunun etki çizgisi

Şekil 5-4 ile hareketli kuvvet Q nun S₂ çubuğunu zorlayan normal kuvvetinin etki çizgisi yer yer belirleme metodu ile çözülmüş hali görülmektedir.

Hareketli kuvvet Q, A yatağı ile H noktası arasında ve H noktasında iken S₂ çubuğuna etkisi yoktur ve etki çizgisi ordinatının değeri sıfırdır.

$$Q \text{ kuvveti A yatağında} \quad \delta_{S_2A} = 0 \quad \boxed{\eta_{S_2A} = 0}$$

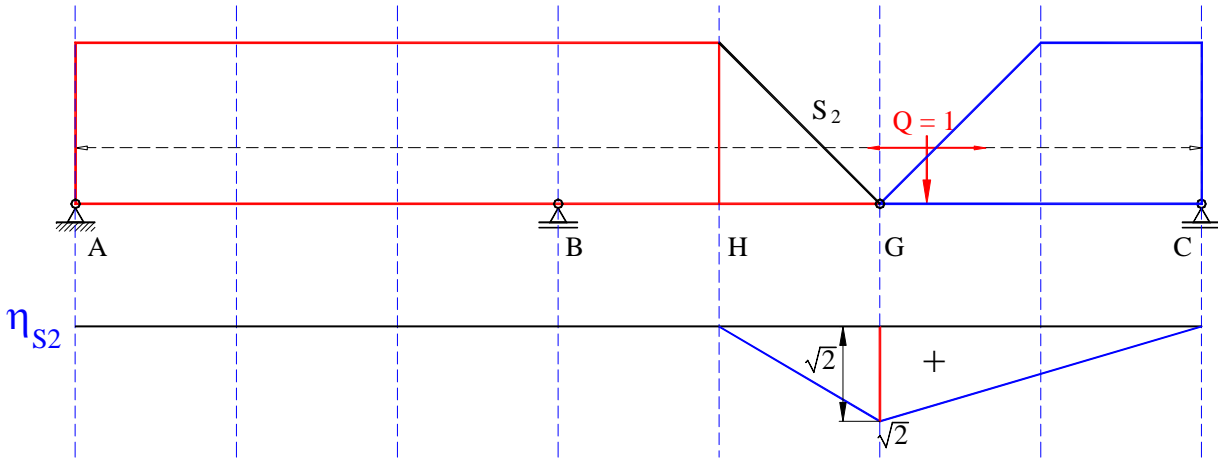
Hareketli kuvvet Q, mafsal G ye geldiğinde düğümde denge denklemleri metoduna göre S₂ çubuğunun etkilediği kuvvetin veya etki çizgisi ordinatının değeri $S_2 = Q \cdot \sqrt{2}$ dir.

$$Q \text{ değeri 1 birim olunca } \eta_{S_2G} \text{ nin birim değeri :} \quad \boxed{\eta_{S_2G} = \sqrt{2}}$$

Hareketli kuvvet Q, C yatağında iken S₂ çubuğuna etkisi yoktur ve etki çizgisi ordinatının değeri sıfırdır.

$$Q \text{ kuvveti C yatağında} \quad \delta_{S_2C} = 0 \quad \boxed{\eta_{S_2C} = 0}$$

Burada G mafsalında etki çizgisi ordinatının ön işaret "+" olduğundan çubuk çekme ile zorlanır. G mafsalında kuvvetin etki yönünde etki çizgisi ordinatı " $\eta_{S_2G} = \sqrt{2}$ " taşınır. Böylece η_{S_2} etki çizgisinin üç noktası bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri bir aralıkta doğru olduğu için, bu noktalar birleştirilerek Şekil 5-5 ile görüldüğü gibi η_{S_2} etki çizgisinin tamamı bulunur.

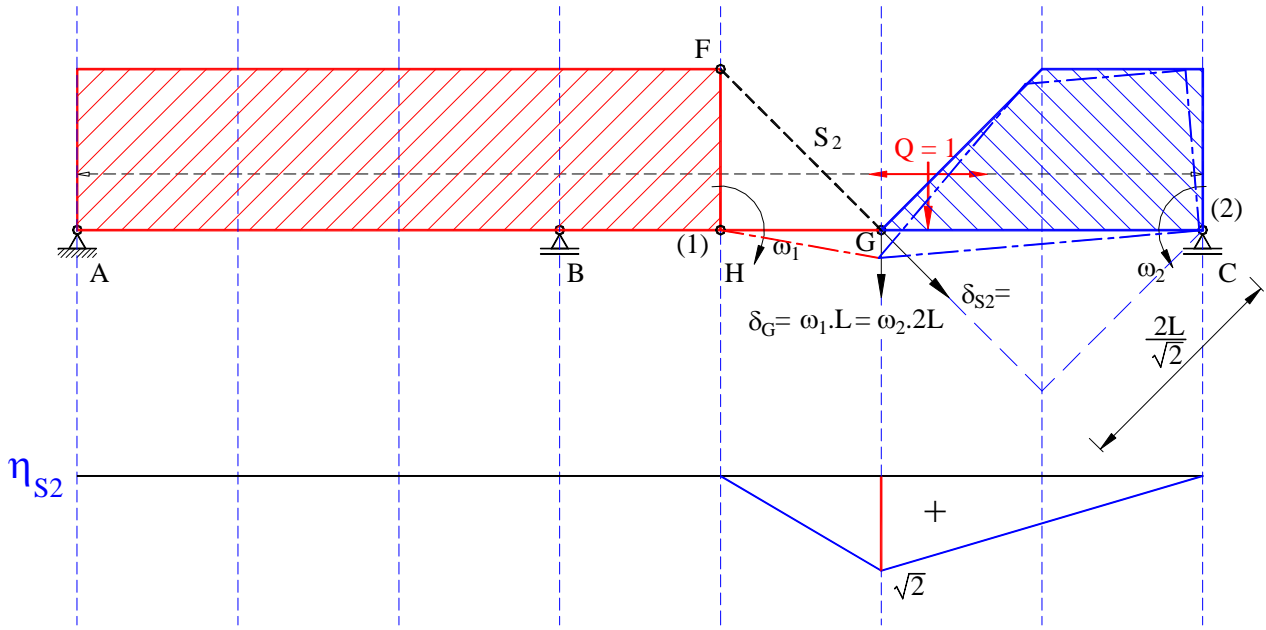


Şekil 5-5, Yer yer belirleme metodu ile S₂ çubuğunun etki çizgisi η_{S_2}

5.1.3.2. Land metodu ile S₂ çubuğunun etki çizgisi

Şekil 5-6 ile hareketli kuvvet Q nun S₁ çubuğunu zorlayan normal kuvvetinin etki çizgisinin *Land* metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Sistem kafes kiriştir ve *Land* metoduna göre çubuğun etki çizgisi *virtüel kayma prensibi* ile bulunur.

Virtüel kayma prensibinde hesabı yapılacak çubuk yok kabul edilerek sistemin reaksiyonu düşünülür ve düğüm noktalarındaki virtüel güçler eşitliği kurulur. S₂ çubuğunu yok sayalım ve çubuğu 1 birim boyunda uzatmak isteyelim. Sol taraftaki yatak hareketli yatak olduğu için çubuğu sol tarafa uzatamayız. Sağ taraftaki yatak hareketli yatak olduğundan S₂ çubuğunu sağ tarafa doğru 1 birim uzatabiliriz. Bu da bize S₂ çubuğunun sağ tarafının aynı yerde kalması için -1 sola doğru kısılması gerektiğini gösterir.

Şekil 5-6, Land metodu ile S_2 çubuğunun etki çizgisi η_{S_2}

S_2 çubuğunu yok saydığımızda kiriş iki rijit plaka olur. S_2 in sol tarafındaki kırmızı taranmış plaka A ve B dayanakları etrafında dönemez ve sabit plakadır. Fakat HG çubuğu, H noktası etrafında saat yönünde dönme veya açısal hız " ω_1 " ile döner. H noktası bu anlık 1. dönme merkezidir ve (1) ile gösterelim. H noktasını etki çizgisi aranan S_2 çubuğunun F veya G noktasını birleştiren doğruları uzatırsak ya C yatağı eksenine dik çizgiye paraleldir veya HG doğrusu C yatağından geçer. C bu anlık 2. dönme merkezidir. Geometriye göre saat yönünün tersine dönme veya açısal hız " ω_2 " ile döner.

G noktasındaki kayma büyüklüğünü " δ_G " iki dönme merkezi için yazarsak:

$$\delta_G = \omega_1 \cdot L = \omega_2 \cdot 2L$$

Bu denklemden dönme merkezlerindeki açısal hızların birbirine oranını buluruz:

$$\omega_2 = \frac{1}{2} \cdot \omega_1$$

S_2 çubuğunun 1 birim uzaması; $\delta_{S_2} = 1 = \omega_2 \cdot \frac{2L}{\sqrt{2}}$ olmalıdır.

Buradan ω_2 değeri bulunur:

$$\omega_2 = \frac{\sqrt{2}}{2L}$$

Etki çizgimizin etki ordinatları şu şekilde hesaplanır:

Q kuvveti A dan H noktasına kadar

$$\eta_{S_2A} = 0 \quad ; \quad \eta_{S_2B} = 0 \quad ; \quad \eta_{S_2H} = 0$$

Q kuvveti G mafsalında iken

$$\eta_{S_2G} = \omega_2 \cdot 2L = \frac{\sqrt{2}}{2L} \cdot 2L$$

$$\eta_{S_2G} = \sqrt{2}$$

Q kuvveti C yatağında iken

$$\eta_{S_2C} = 0$$

$$\eta_{S_2C} = 0$$

Böylece η_{S_2} etki çizgisinin üç noktası bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri bir aralıkta doğru olduğu için, bu noktalar birleştirilerek Şekil 5-6 ile görülen η_{S_2} etki çizgisinin tamamı bulunur.

5.1.4. Hareketli kuvvet Q nun S₃ çubuğuna etki çizgisi

Hareketli kuvvet Q nun S₃ çubuğunu zorlayan normal kuvvetin etki çizgisi iki metotla bulunur. Hesabı "*Yer yer belirleme metodu*" veya "*Land metodu*" ile yapabiliriz.

5.1.4.1. Yer yer belirleme metodu ile S₃ çubuğunun etki çizgisi

Şekil 5-7 ile hareketli kuvvet Q nun S₂ çubuğunu zorlayan normal kuvvetinin etki çizgisi yer yer belirleme metodu ile çözülmüş hali görülmektedir.

Hareketli kuvvet Q, A yatağında iken S₃ çubuğuna etkisi yoktur ve etki çizgisi ordinatının değeri sıfırdır.

Q kuvveti A yatağında iken $\eta_{S_3A} = 0$

$$\eta_{S_3A} = 0$$

Sistem kafes kiriş olduğu için hareketli kuvvet Q, K noktasında iken S₃ çubuğuna etkisi Ritter kesiti metodu ile bulunur. Hareketli kuvvet Q, K noktasında iken A yatağının kuvveti:

$$\Sigma M_B = 0 \quad Q \cdot 2L - A_V \cdot 3L = 0 \quad A_V = Q \cdot 2/3$$

Ritter noktası R e göre moment denklemini yazarsak:

$$A_V \cdot L - S_3 \cdot L = \quad S_3 = A_V \quad S_3 = Q \cdot 2/3$$

Q değeri 1 birim olunca S₃ ün birim değeri 2/3 olur.

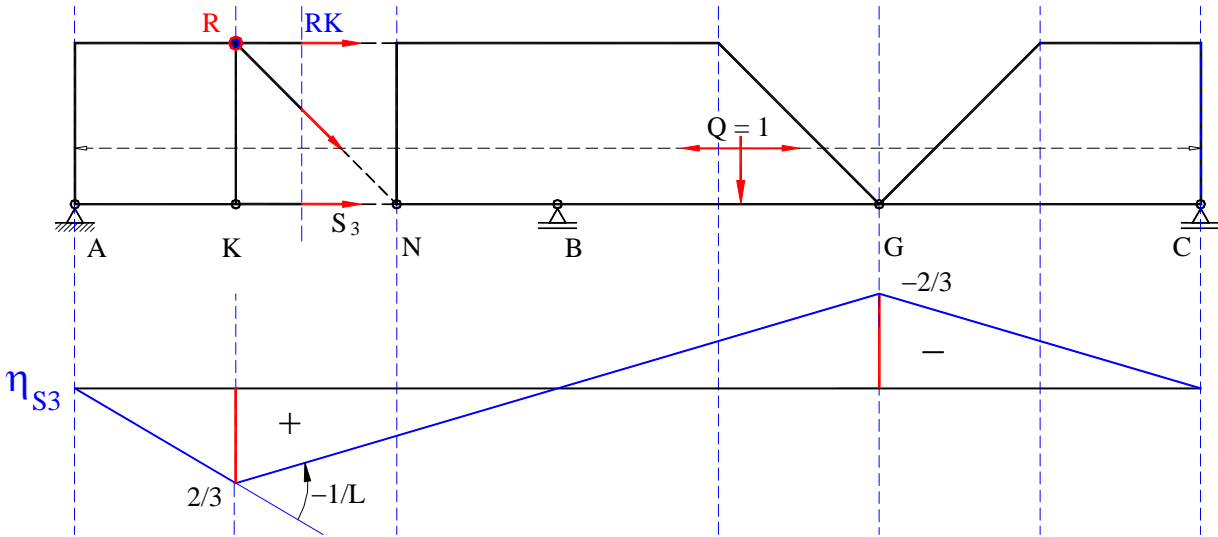
Q kuvveti K noktasında iken etki çizgisi ordinatı

$$\eta_{S_3K} = 2/3$$

Hareketli kuvvet Q, B yatağında iken S₃ çubuğuna etkisi yoktur ve etki çizgisi ordinatının değeri sıfırdır.

Q kuvveti B yatağında iken $\eta_{S_3B} = 0$

$$\eta_{S_3B} = 0$$



Şekil 5-7, Yer yer belirleme metodu ile S₃ çubuğunun etki çizgisi η_{S_3}

Bu değerlerle etki çizgisinin ilk kısmı çizilir. Bildiğimiz temel kurala göre sistem B den sonrada statik belirli sistem olarak devam ettiğine göre etki çizgisinin KB doğrusu kırılmadan G mafsalına kadar devam eder ve durur. Mafsalarda etki çizgisi devam edemez.

Hareketli kuvvet Q, C yatağında iken S₃ çubuğuna etkisi yoktur ve etki çizgisi ordinatının değeri sıfırdır.

Q kuvveti C yatağında iken $\eta_{S_3C} = 0$

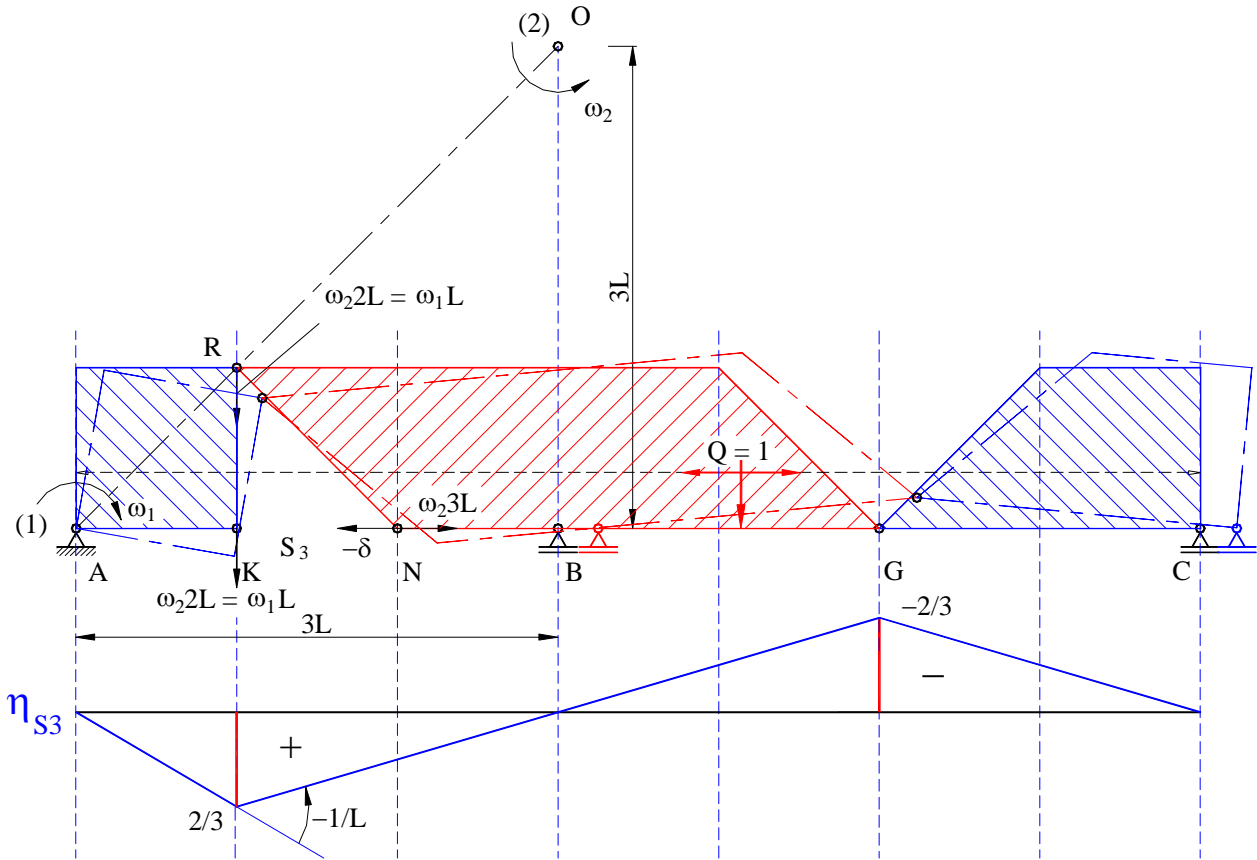
$$\eta_{S_3C} = 0$$

Temel kurala göre G mafsalındaki değer C yatağı ile birleştirilir. Böylece Şekil 5-7 ile görülen η_{S_3} etki çizgisinin tamamı bulunur.

5.1.4.2. Land metodu ile S_3 çubuğunun etki çizgisi

Şekil 5-8 ile hareketli kuvvet Q nun S_3 çubuğunu zorlayan normal kuvvetinin etki çizgisinin **Land** metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Sistem kafes kiriştir ve **Land** metoduna göre çubuğun etki çizgisi **virtüel kayma prensibi** ile bulunur.

Virtüel kayma prensibinde hesabı yapılacak çubuk yok kabul edilerek sistemin reaksiyonu düşünülür ve düğüm noktalarındaki virtüel güçler eşitliği kurulur. S_3 çubuğunu yok sayalım ve çubuğu 1 birim boyunda uzatmak isteyelim. Sol taraftaki yatak hareketli yatak olduğu için çubuğu sol tarafa uzatamayız. Sağ taraftaki yatak hareketli yatak olduğundan S_3 çubuğunu sağ tarafa doğru 1 birim uzatabiliriz. Bu da bize S_3 çubuğunun sağ tarafının aynı yerde kalması için -1 sola doğru kısılması gerektiğini gösterir.



Şekil 5-8, Land metodu ile S_3 çubuğunun etki çizgisi η_{S_3}

S_3 çubuğunu yok saydığımızda kiriş üç rijit plaka olur. S_3 in sol tarafındaki mavi taranmış I. Plaka A dayanağı etrafında saat yönünde dönme veya açısal hız " ω_1 " ile döner. A dayanağı bu anlık 1. dönme merkezidir ve (1) ile gösterelim. Sağ taraftaki rijit plaka B yatağı hareketli yatak olduğundan etki çizgisi yatak eksenine dik olmalıdır. Bu dik çizginin AR birleşiminden oluşan çizgi ile kesişme noktası bize, bu anlık 2. dönme merkezini "O" yu verir. Buradada dönme veya açısal hız vardır. Geometriye göre saat yönünün tersine dönme veya açısal hız " ω_2 " ile döner.

R noktasındaki kayma büyüklüğünü " δ_R " hesaplayabilmemiz için BO mesafesini hesaplamamız gerekir. B yatağındaki dik üçgenden ve geometri 45° olduğundan $BO = 3L$ dir.

Böylece " δ_R " yi hesaplayabiliriz:

$$\delta_R = \omega_1 \cdot L = \omega_2 \cdot 2L$$

Bu denklemden dönme merkezlerindeki açıs al hız lar ın bir birine oran ını buluruz:

$$\omega_2 = \frac{1}{2} \cdot \omega_1$$

S₃ çubuğ unun 1 birim uzamas ı;

$$\delta = 1 = \omega_2 \cdot 3L \quad \text{olmalıdır.}$$

Buradan ω_2 değ eri bulunur:

$$\omega_2 = \frac{1}{3L}$$

Etki çizgimizin etki ordinatları ŝ u ŝ ekilde hesaplanır:

Q kuvveti A yatağ ında iken $\eta_{S_3A} = 0$

$$\eta_{S_3A} = 0$$

Q kuvveti K noktas ında iken $\eta_{S_3K} = \omega_2 \cdot 2L = \frac{1}{3L} \cdot 2L$

$$\eta_{S_3K} = \frac{2}{3}$$

Q kuvveti N noktas ında iken $\eta_{S_3N} = \omega_2 \cdot L = \frac{1}{3L} \cdot L$

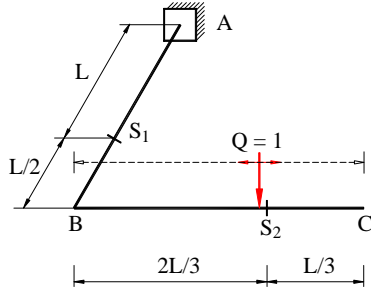
$$\eta_{S_3N} = \frac{1}{3}$$

Q kuvveti B yatağ ında iken $\eta_{S_3B} = 0$

$$\eta_{S_3B} = 0$$

Bu değ erlerle etki çizgisinin ilk kısm ı çizilir. Bildiğ imiz temel kurala göre sistem B den sonrada statik belirli sistem olarak devam ettiğ ine göre etki çizgisinin KB doğ rusu kırılmadan G mafsalına kadar devam eder. Hareketli kuvvet Q, C yatağ ında iken S₃ çubuğ una etkisi sıfırdır. Temel kurala göre G mafsalındaki değ er C yatağ ı ile birleştirilir. Böylece ŝ ekil 5-8 ile gör ülen η_{S_3} etki çizgisinin tamam ı bulunur.

6. Hareketli yük Q = 1 ile zorlanan L-konsol



Bilinenler: ŝ ekil 6 ile gör ülen, hareketli yük Q = 1 zorlanan L konsol.

Arananlar:

Q dan oluşan etki çizgileri

$$\eta_{M_{S_1}}, \eta_{V_{S_1}}, \eta_{T_{S_1}}, \eta_{M_{S_2}}, \eta_{V_{S_2}}$$

ŝ ekil 6, Hareketli yük Q = 1 ile zorlanan L konsol

6.1. Çözüm

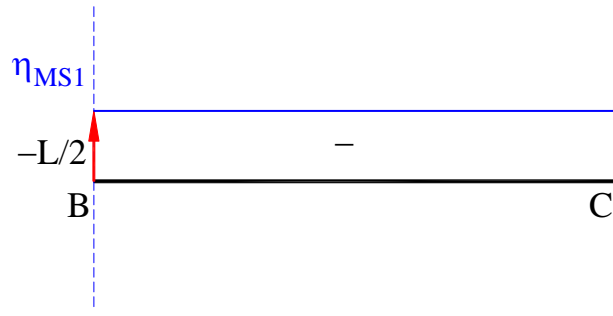
Sistem; Hareketli birim kuvveti Q nun etkilediğ i L konsol. Sistemin A yatağ ı sabit, B ve C portaf o uç tur. Arananları sırasıyla hesaplayalım. Hesaplar daima en basit metotla yapılır.

6.1.1.S₁ noktas ını etkileyen eğ ilme momentinin etki çizgisi " $\eta_{M_{S_1}}$ "

ŝ ekil 6-1 ile hareketli kuvvet Q nun S₁ noktas ını zorlayan eğ ilme momentinin etki çizgisi $\eta_{M_{S_1}}$ gör ülmektedir. Hareketli birim kuvveti Q, BC kirişinin neresinde olursa olsun S₁ noktas ı için Q daima B noktas ında sabit bir yük gibi etkili olur ve S₁ noktas ında eğ ilme momenti sabittir. Momentin değ eri ŝ u ŝ ekilde hesaplanır:

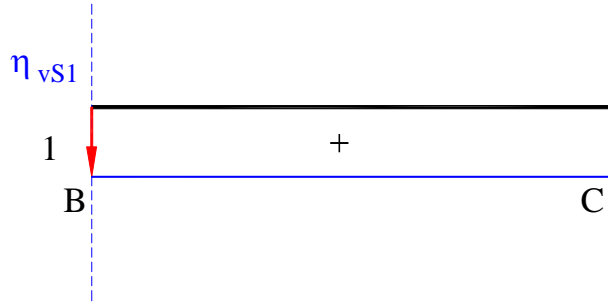
$$M_{S_1} = Q \cdot \frac{L}{2} \quad \text{Q değ eri 1 birim olunca S}_1 \text{ in etki ordinat ı}$$

$$\eta_{S_1} = \frac{L}{2}$$

Şekil 6-1, S_1 noktasını etkileyen eğilme momentinin etki çizgisi " η_{MS1} "

6.1.2. S_1 noktasını etkileyen çapraz kuvvetin etki çizgisi " η_{VS1} "

Şekil 6-2 ile S_1 noktasını etkileyen hareketli birim yükü Q nun oluşturduğu çapraz (dik) kuvvetin etki çizgisi η_{VS1} görülmektedir. Hareketli birim kuvveti Q , BC kirişinin neresinde olursa olsun S_1 noktası için Q daima B noktasında sabit bir yük gibi etkili olur ve S_1 noktasında çapraz (dik) kuvvetin etki çizgisi η_{VS1} sabit kalır.

Şekil 6-2, S_1 noktasını etkileyen çapraz kuvvetin etki çizgisi " η_{VS1} "

6.1.3. S_1 noktasını etkileyen torsiyon momentinin etki çizgisi " η_{TS1} "

Şekil 6-3 ile hareketli kuvvet Q nun S_1 noktasını zorlayan torsiyon momentinin etki çizgisi η_{TS1} görülmektedir. Hareketli birim kuvveti Q , BC kirişinin B noktasında iken S_1 noktasını zorlayan torsiyon momenti sıfırdır. Q , B noktasından C ye doğru hareket ettiğinde torsiyon momentini mesafeyle orantılı lineer büyür ve C noktasında maksimum değerine ulaşır.

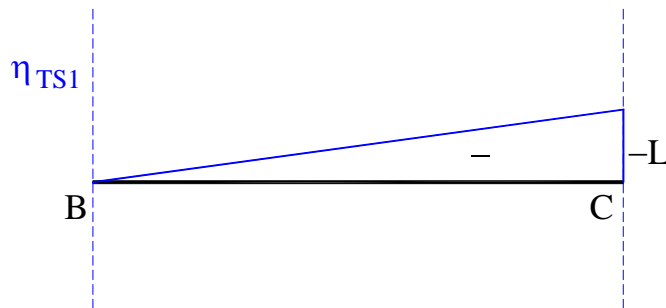
Etki çizgimizin etki ordinatları şu şekilde hesaplanır:

Q kuvveti B noktasında iken $\eta_{TS1B} = 0$

$$\eta_{TS1B} = 0$$

Q kuvveti C noktasında iken $\eta_{TS1C} = Q \cdot L$ Q değeri 1 ve ön işaret kuralı ile

$$\eta_{TS1C} = -L$$

Şekil 6-3, S_1 noktasını etkileyen torsiyon momentinin etki çizgisi " η_{TS1} "

Böylece η_{TS1} etki çizgisinin iki noktası bilinir. C noktasına etki ordinatı η_{TS1C} taşınır. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için, bu iki nokta birleştirilerek η_{TS1} etki çizgisinin tamamı bulunur.

6.1.4. S₂ noktasını etkileyen eğilme momentinin etki çizgisi "η_{MS2}"

Şekil 6-4 ile hareketli kuvvet Q nun S₂ noktasını zorlayan eğilme momentinin etki çizgisi η_{MS2} görülmektedir. Hareketli birim kuvveti Q, B noktasından S₂ noktasına gelene kadar S₂ noktasında eğilme momenti sıfırdır. S₂ noktasından C ye doğru hareket ettiğinde eğilme momenti mesafeyle orantılı linear büyür ve C noktasında maksimum değerine ulaşır.

Etki çizgimizin etki ordinatları şu şekilde hesaplanır:

$$Q \text{ kuvveti B noktasında iken } \eta_{MS2B} = 0$$

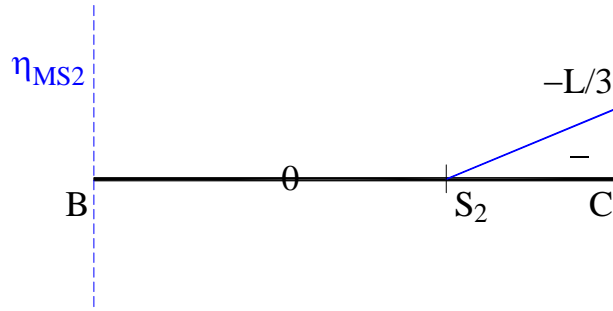
$$\eta_{MS2B} = 0$$

$$Q \text{ kuvveti S}_2 \text{ noktasında iken } \eta_{MS2S2} = 0$$

$$\eta_{MS2S2} = 0$$

$$Q \text{ kuvveti C noktasında iken } \eta_{MS2C} = Q \cdot L/3 \text{ Q değeri 1 ve ön işaret kuralı ile}$$

$$\eta_{MS2C} = -L/3$$

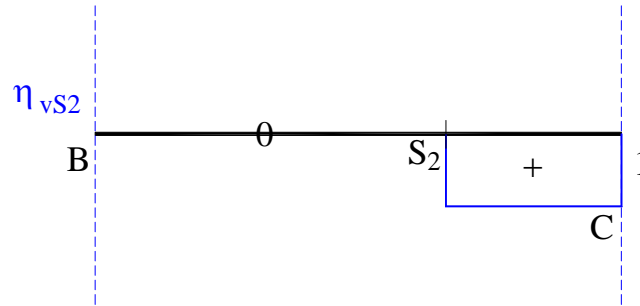


Şekil 6-4, S₂ noktasını etkileyen eğilme momentinin etki çizgisi "η_{MS2}"

Böylece η_{MS2} etki çizgisinin üç noktası bilinir. C noktasına etki ordinatı η_{MS2C} taşınır. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için, bu üç nokta birleştirilerek η_{MS2} etki çizgisinin tamamı bulunur.

6.1.5. S₂ noktasını etkileyen çapraz kuvvetin etki çizgisi "η_{VS2}"

Şekil 6-5 ile S₂ noktasını etkileyen hareketli birim yükü Q nun oluşturduğu çapraz (dik) kuvvetin etki çizgisi η_{VS2} görülmektedir. Hareketli birim kuvveti Q, B noktasından S₂ noktasına gelene kadar S₂ noktasında çapraz (dik) kuvvet sıfırdır. S₂ noktasından C ye doğru hareket ettiğinde çapraz (dik) kuvvet sabit kalır.



Şekil 6-5, S₂ noktasını etkileyen çapraz kuvvetin etki çizgisi "η_{VS2}"

Etki çizgimizin etki ordinatları şu şekilde hesaplanır:

$$Q \text{ kuvveti B noktasında iken } \eta_{VS2B} = 0$$

$$\eta_{VS2B} = 0$$

$$Q \text{ kuvveti S}_2 \text{ noktasında iken } \eta_{VS2S2} = Q \text{ Q değeri 1 ve ön işaret kuralı ile}$$

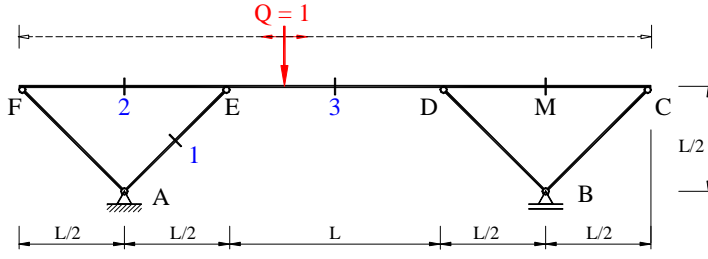
$$\eta_{VS2S2} = -1$$

$$Q \text{ kuvveti C noktasında iken } \eta_{VS2C} = Q \text{ Q değeri 1 ve ön işaret kuralı ile}$$

$$\eta_{VS2C} = -1$$

Böylece η_{VS2} etki çizgisinin üç noktası bilinir. S₂ ve C noktalarına etki ordinatı -1 taşınır. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için, bu üç nokta birleştirilerek η_{VS2} etki çizgisinin tamamı bulunur.

7. Hareketli yük $Q = 1$ in etkisinde kafes kiriş sistemi



Şekil 7, Hareketli yük $Q = 1$ in etkisinde kafes kiriş sistemi

Bilinenler: Şekil 7 ile görülen, hareketli yük $Q = 1$ in etkisinde kafes kiriş sistemi.

Arananlar: Q dan oluşan etki çizgileri $\eta_{N_1}, \eta_{N_2}, \eta_{M_2}, \eta_{V_2}, \eta_{M_3}, \eta_{A_V}, \eta_{A_h}$

7.1. Çözüm

Sistem; Hareketli birim kuvveti Q nun etkilediği kafes kiriş sistemi. Sistemin A yatağı hareketsiz yatak, B yatağı hareketli yataktan oluşmaktadır. Aranmaları sırasıyla hesaplayalım.

7.1.1. FA çubuğunda normal kuvvetin etki çizgisi η_{N_1} in Land metoduyla hesabı

Şekil 7-1 ile AE çubuğunu zorlayan normal kuvvetin etki çizgisi η_{N_1} in "Land" metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Virtüel kayma prensibine göre hesabı yapılacak çubuk yok kabul edilerek sistemin reaksiyonu düşünülür ve düğüm noktalarındaki virtüel güçler eşitliği kurulur. AE çubuğunu yok sayarsak sistem mekanizma olur ve çubuğun uçları 1 birim kayar.

Burada A dayanağı anlık 1. dönme merkezidir, merkezi (1) ve dönme hızını ω_1 ile gösterelim. B yatağı hareketli yatak olduğundan etki çizgisi yatak eksenine dik olmalıdır (MB çizgisi). Bu dik çizginin FA çizgi ile kesiştiği nokta, bu anlık 2. dönme merkezidir, merkezi (2) ve dönme hızını ω_2 ile gösterelim. Şekil 7 ile verilmiş olan geometrik değerlerle, mafsallardaki kayma büyüklüklerini " δ " ile gösterip, hesaplarımızı yapalım.

F mafsalının z-yönündeki ω_1 ile kayma büyüklüğü:

$$\delta_{Fz} = \omega_1 \cdot L/2$$

ω_2 ile kayma büyüklüğü:

$$\delta_{Fz} = \omega_2 \cdot 5 \cdot L/2$$

F mafsalında kayma eşitliğinden dönme hızlarının oranı bulunur:

$$\omega_1 \cdot \frac{L}{2} = \omega_2 \cdot \frac{5 \cdot L}{2} \quad \text{bu eşitlikten:}$$

$$\boxed{\omega_1 = 5 \cdot \omega_2} \text{ bulunur.}$$

1 numaralı çubuğun **Land** a göre uzaması $\delta_1 = \delta_E = 1$ (A hareketsiz yatak olduğundan AE çubuğu yalnız E mafsalında uzar) ve çubuklar geometrisi 45° olduğundan hipotenüs $\sqrt{2}$ dir ve şu eşitliği yazılır.

$$\delta_1 = \omega_2 \cdot \frac{5 \cdot L}{2 \cdot \sqrt{2}} = \omega_2 \cdot \frac{3 \cdot L}{2 \cdot \sqrt{2}} = 1$$

Buradanda ω_2 nin değeri bulunur:

$$\boxed{\omega_2 = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{8 \cdot L}}$$

Etki çizgisi değerleri:

Q kuvveti F noktasındayken birim kuvvet:

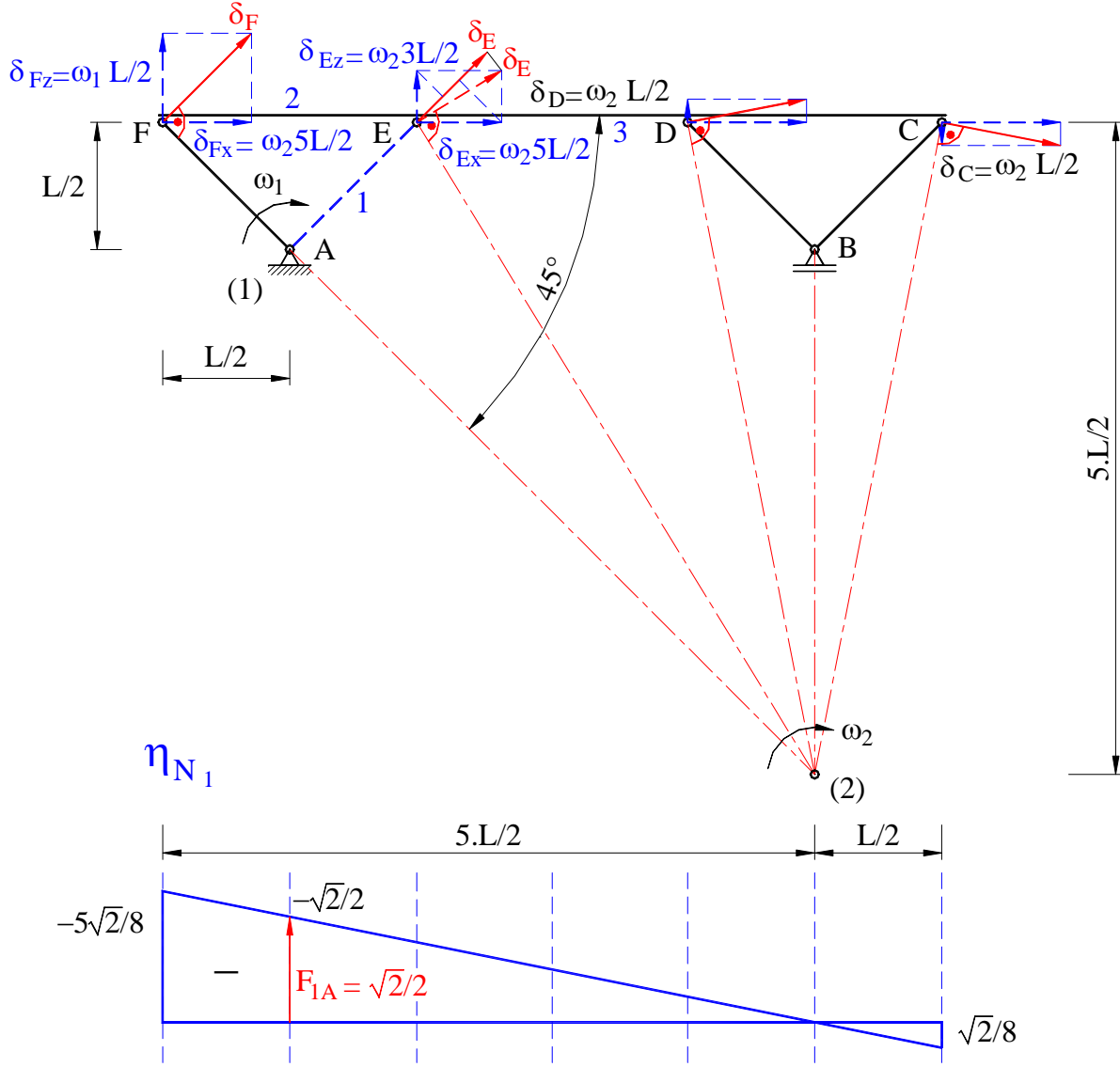
$$F_{IF} = \omega_2 \cdot \frac{5 \cdot L}{2} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{8 \cdot L} \cdot \frac{5 \cdot L}{2}$$

$$\boxed{F_{IF} = \frac{5 \cdot \sqrt{2}}{8}}$$

Q kuvveti K noktasındayken birim kuvvet:

$$F_{IK} = \omega_2 \cdot \frac{L}{2} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{8 \cdot L} \cdot \frac{L}{2}$$

$$\boxed{F_{IK} = \frac{\sqrt{2}}{8}}$$



Şekil 7-1, Hareketli yük $Q = 1$ in etkisinde etki çizgisi η_{N_1}

Böylece η_{N_1} etki çizgisinin iki uç değeri bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için iki uç değerini birleştirirsek η_{N_1} etki çizgisinin tamamını buluruz.

Q kuvvetinin sistemin her hangi bir noktasında iken 1 numaralı AE çubuğunu etkileyen normal kuvvetin değeri kolayca bulunur.

Örneğin: Q kuvveti A yatağı hizasında iken 1 numaralı AE çubuğunu etkileyen kuvvet şu şekilde hesaplanır. Şekil 7-1 de görülen etki çizgisi dik üçgendir, dik kenarlar oranında sabittir. Bu orantıdan:

$$\frac{5 \cdot \sqrt{2}}{8} = \frac{F_{1A}}{2 \cdot L} \quad \frac{\sqrt{2}}{4 \cdot L} = \frac{F_{1A}}{2 \cdot L}$$

Buradanda

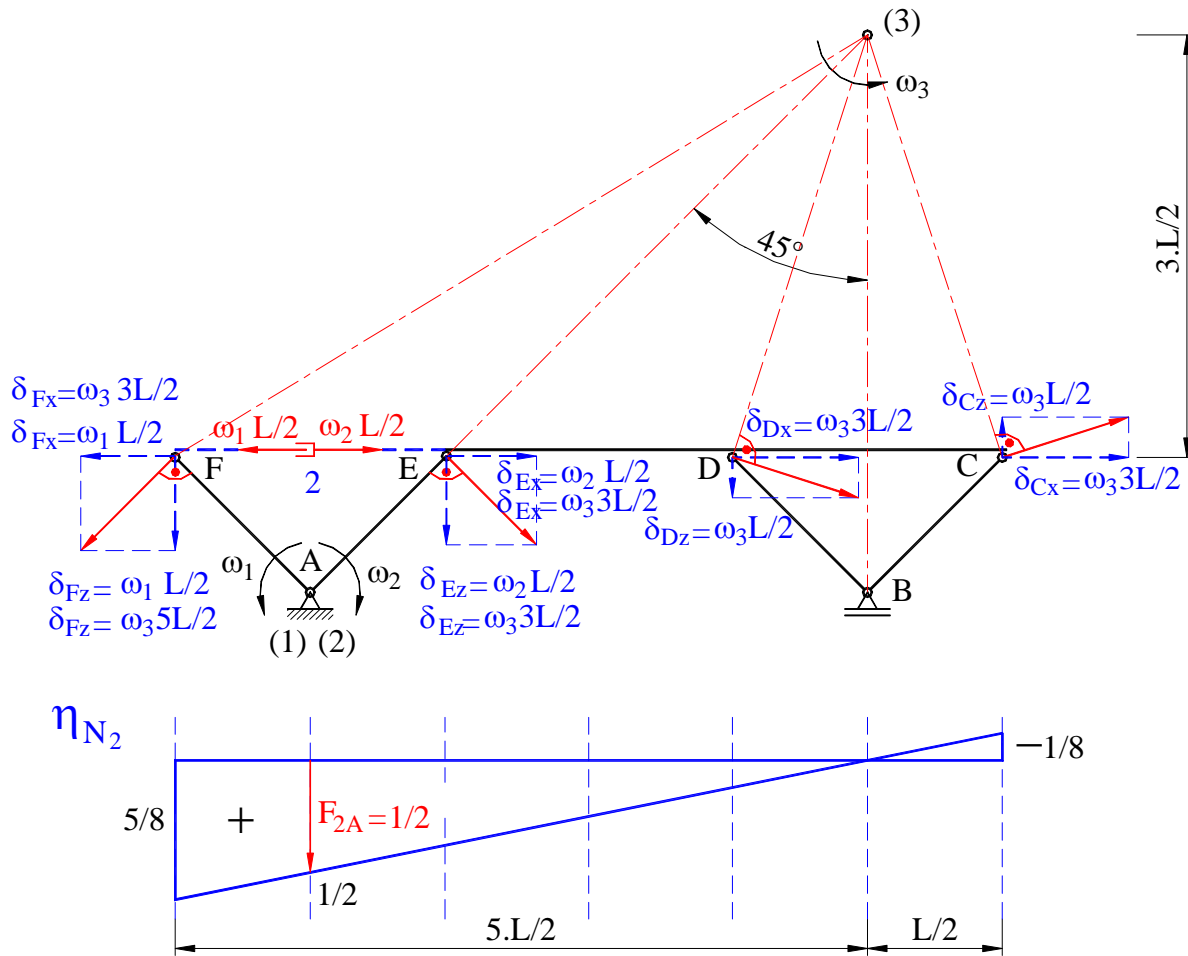
$$F_{1A} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

bulunur.

7.1.2. FE çubuğunda normal kuvvetin etki çizgisi η_{N2} nin Land metoduyla hesabı

Şekil 7-2 ile FE çubuğunu zorlayan normal kuvvetin etki çizgisi η_{N2} nin **Land** metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Virtüel kayma prensibine göre hesabı yapılacak çubuk yok kabul edilerek sistemin reaksiyonu düşünülür ve düğüm noktalarındaki virtüel güçler eşitliği kurulur. FE çubuğunu yok sayarsak sistem mekanizma olur. Mekanizmaların dönmesi 3 dönme merkezine göre hesaplanır.

A dayanağı bu anda iki ayrı mekanizmanın dönme merkezidir (1) ve (2). Burada FA çubuğu için dönme merkezi (1) ve dönme hızını ω_1 dir. EA çubuğu için dönme merkezi (2) ve dönme hızını ω_2 dir. B yatağı hareketli yatak olduğundan etki çizgisi yatak eksenine dik olmalıdır (MB çizgisi). Bu dik çizginin EA çizgi ile kesiştiği nokta, bu anlık 3. dönme merkezidir, merkezi (3) ve dönme hızını ω_3 ile gösterelim. Şekil 7 ile verilmiş olan geometrik değerlerle, mafsallardaki kayma büyüklüklerini " δ " ile gösterip, hesaplarımızı yapalım.



Şekil 7-2, Hareketli yük $Q = 1$ in etkisinde etki çizgisi η_{N2}

| | | | |
|------------------------------------|-----------------|--|------------------------|
| E mafsalının E_z kayma büyüklüğü | ω_2 ile: | $\delta_{Ez} = \omega_2 \cdot L/2$ | $\omega_2 = 3\omega_3$ |
| | ω_3 ile: | $\delta_{Ez} = \omega_3 \cdot 3 \cdot L/2$ | |
| F mafsalının F_z kayma büyüklüğü | ω_1 ile: | $\delta_{Fz} = \omega_1 \cdot L/2$ | $\omega_1 = 5\omega_3$ |
| | ω_3 ile: | $\delta_{Fz} = \omega_3 \cdot 5 \cdot L/2$ | |

2 numaralı çubuğun **Land** a göre uzaması $\delta_2 = \delta_{FE} = 1$ olduğundan Şu eşitliği yazabiliriz

$$\delta_2 = \omega_1 \cdot \frac{L}{2} + \omega_2 \cdot \frac{L}{2} = 1$$

Burada ω_1 ve ω_2 değerlerini ω_3 değeriyle yazarsak:

$$\delta_1 = \omega_3 \cdot \frac{5 \cdot L}{2} + \omega_3 \cdot \frac{3 \cdot L}{2} = 1$$

Buradanda ω_3 ün değeri bulunur:

$$\omega_3 = \frac{1}{4 \cdot L}$$

Etki çizgisindeki diğer birim kuvvetler Şu Şekilde hesaplanır, bkz Şekil 7-2:

Q kuvveti F noktasındayken birim kuvvet: $F_{2F} = \omega_1 \frac{L}{2} = \omega_3 \frac{5L}{2}$

$$F_{2F} = \frac{5}{8}$$

Q kuvveti K noktasındayken birim kuvvet: $F_{2K} = \omega_3 \frac{L}{2}$

$$F_{2K} = \frac{1}{8}$$

Böylece η_{N2} etki çizgisinin iki uç değeri bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için iki uç değerini birleştirirsek η_{N2} etki çizgisinin tamamını buluruz.

Q kuvvetinin sistemin her hangi bir noktasında iken 2 numaralı FE çubuğunu etkileyen normal kuvvetin değeri kolayca bulunur.

Örneğin: Q kuvveti A yatağı hızasındayken 2 numaralı FE çubuğunu etkileyen birim kuvvet Şu Şekilde hesaplanır. Şekil 7-2 ile görölen etki çizgisi dik üçgendir ve dik kenarlar oranıda sabittir. Buradan:

$$\frac{\frac{5}{8}}{5 \cdot L} = \frac{F_{2A}}{2 \cdot L} \quad \frac{1}{4 \cdot L} = \frac{F_{2A}}{2 \cdot L}$$

Buradanda

$$F_{2A} = \frac{1}{2}$$

bulunur.

7.1.3. FE çubuğunda momentin etki çizgisi η_{M2} nin Land metoduyla hesabı

Şekil 7-3 ile FE çubuğunun 2 numaralı noktasında hareketli birim yükü Q nun oluŝturduęun momentin etki çizgisi η_{M2} nin **Land** metoduyla çizilmiş hali görölmektedir. Virtüel kayma prensibine göre 2 numaralı noktada bir mafsal kabul edilerek sistemin reaksiyonu düşünölür ve düğüm noktalarındaki virtüel güçler eşitliği kurulur. 2 numaralı noktada bir mafsal kabul edilince sistem mekanizma olur. Mekanizmaların dönmesi 4 dönme merkezine göre hesaplanır.

A dayanağı bu anda iki ayrı mekanizmanın dönme merkezidir (1) ve (2). Burada AF çubuğu için dönme merkezi (1) ve dönme hızı ω_1 dir. AE çubuğu için dönme merkezi (2) ve dönme hızı ω_2 dir. B yatağı hareketli yatak olduğundan etki çizgisi yatak eksenine dik olmalıdır (MB çizgisi). Bu dik çizginin AE çizgi ile kesiştiği nokta, bu anlık 3. dönme merkezidir, merkezi (3) ve dönme hızı ω_3 dür. Dönme merkezi 4 ün yeri mühim değildir. Burada F düğümünü dönme merkezi 4, ve dönme hızını ω_3 ile gösterelim. Şekil 7 ile verilmiş olan geometrik büyüklüklerle, mafsalardaki kayma büyüklüklerini "δ" ile gösterip hesaplarımızı yapalım.

Her ne kadar daha önce aynı hesapları yaptısakta, hiçbir tereddütün kalmaması için, burada hesapları tekrar tekrar yapalım. **Statiiğin en önemli kanunu yavaş yavaş büyük bir sabırla hesapları yapmaktır.**

E mafsalının kayma büyüklüğü 2 ve 3 numaralı dönme merkezlerine göre: $\omega_2 \cdot \frac{L}{2} = \omega_3 \cdot \frac{3L}{2}$

Buradan da $\boxed{\omega_2 = 3\omega_3}$ bulunur.

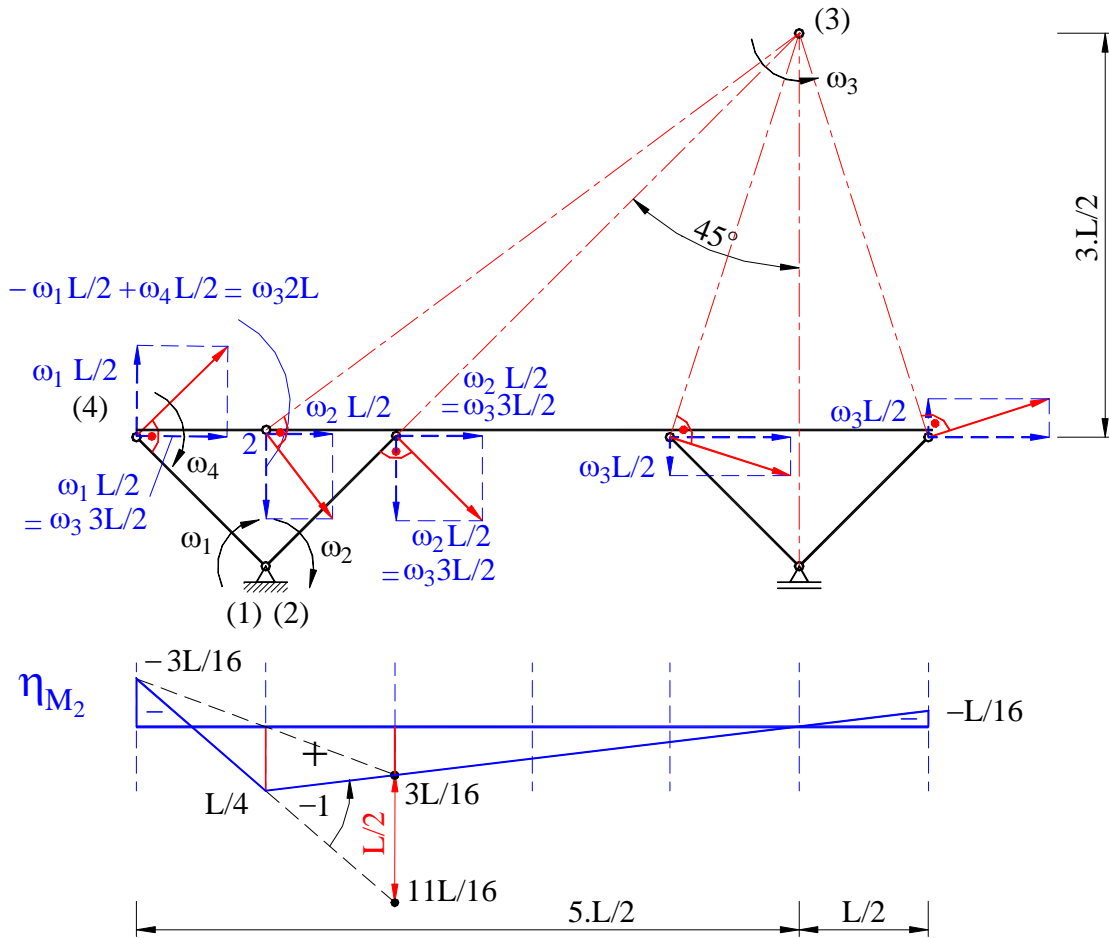
F mafsalının kayma büyüklüğü 1 ve 3 numaralı dönme merkezlerine göre: $\omega_1 \cdot \frac{L}{2} = \omega_3 \cdot \frac{3L}{2}$

Buradan da $\boxed{\omega_1 = \omega_2 = 3\omega_3}$ bulunur.

F mafsalının kayma büyüklüğü 1 ve 4 numaralı dönme merkezlerine göre:

$$\omega_1 \cdot \frac{L}{2} + \omega_4 \cdot \frac{L}{2} = \omega_3 \cdot 2L$$

Buradan da $\boxed{\omega_4 = 7\omega_3}$ bulunur.



Şekil 7-3, Hareketli yük $Q = 1$ in etkisinde etki çizgisi η_{M_2}

Diğer taraftan **Land** a göre $\boxed{\omega_4 + \omega_3 = 1}$ olduğundan:

$7\omega_3 + \omega_3 = 1$ buradan da $\boxed{\omega_3 = 1/8}$ bulunur.

Etki çizgisi değerleri:

Q kuvveti F noktasındayken birim momenti

$$\omega_1 \cdot \frac{L}{2} = 3\omega_3 \cdot \frac{L}{2} = 3 \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{L}{2}$$

$$\boxed{M_{2F} = \frac{3L}{16}}$$

$$Q \text{ kuvveti 2 noktasındayken birim momenti} \quad \omega_3 \cdot 2L = \frac{1}{8} \cdot 2L$$

$$M_{22} = \frac{L}{4}$$

$$Q \text{ kuvveti C noktasındayken birim momenti} \quad \omega_3 \cdot \frac{L}{2} = \frac{1}{8} \cdot \frac{L}{2}$$

$$M_{2C} = \frac{L}{16}$$

Burada bulduğumuz değerleri etki çizgisi diyagramına taşırsak F ve C mafsallarında momentin ön işareti "-" ve A yatağı hizasında momentin ön işareti "+" olduğundan moment değerlerinin uçlarını birleştirerek (doğru olması gerekir) hareketli Q kuvvetinin AE çubuğunun 2 numaralı noktasındaki etki çizgisi buluruz.

Q kuvvetinin sistemin her hangi bir noktasında iken FE çubuğunun 2 numaralı noktasındaki birim momenti kolayca bulunur.

Örneğin: Q kuvveti E yatağı hizasında iken 2 numaralı FE çubuğunu etkileyen birim momenti şu şekilde hesaplanır. Şekil 7-3 ile görülen etki çizgisi dik üçgendir ve dik kenarlar oranında sabittir.

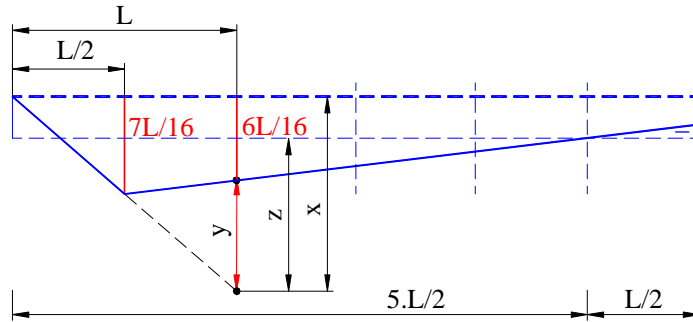
Buradan:

$$\frac{\frac{L}{4}}{2L} = \frac{2 \cdot M_{2E}}{3 \cdot L} \quad \frac{L}{4} \cdot \frac{1}{2L} = \frac{2 \cdot M_{2E}}{3 \cdot L}$$

Buradan da

$$M_{2E} = \frac{3L}{16} \quad \text{bulunur.}$$

Etki çizgisinin diğer değerleri şu şekilde hesaplanır, bkz Şekil 7-4:



Şekil 7-4, Etki çizgisi η_{M2} nin diğer değerleri

Şekil 7-4 ile etki çizgisi η_{M2} nin diğer değerlerini kolaylıkla bulabiliriz.

$$\frac{\frac{7L}{16}}{\frac{L}{2}} = \frac{x}{L} \quad \frac{7L}{16} \cdot \frac{2}{L} = \frac{x}{L}$$

$$\text{Buradan da} \quad x = \frac{7L}{8} \quad \text{bulunur.}$$

$$y = x - \frac{6L}{16} = \frac{7L}{8} - \frac{6L}{16} = \frac{14L}{16} - \frac{6L}{16} \quad \text{buradan da} \quad y = \frac{L}{2} \quad \text{bulunur.}$$

$$z = x - \frac{3L}{16} = \frac{7L}{8} - \frac{3L}{16} \quad \text{buradan da} \quad z = \frac{11L}{16} \quad \text{bulunur.}$$

7.1.4. FE çubuğunda çapraz kuvvetin etki çizgisi η_{v2} nin Land metoduyla hesabı

Şekil 7-5 ile FE çubuğunun 2 numaralı noktasında hareketli birim yükü Q nun oluşturduğu çapraz (dik) kuvvetin etki çizgisi η_{v2} nin **Land** metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Virtüel kayma prensibine göre 2 numaralı noktada hareketli bir yatak kabul edilerek sistemin reaksiyonu düşünülür ve düğüm noktalarındaki virtüel güçler eşitliği kurulur. 2 numaralı noktada hareketli bir yatak kabul edilince sistem mekanizma olur. Mekanizmaların dönmesi 4 dönme merkezine göre hesaplanır.

A dayanağı bu anda iki ayrı mekanizmanın dönme merkezidir (1) ve (2). Burada AF çubuğu için dönme merkezi (1) ve dönme hızı ω_1 dir. AE çubuğu için dönme merkezi (2) ve dönme hızı ω_2 dir. B yatağı hareketli yatak olduğundan etki çizgisi yatak eksenine dik olmalıdır (MB çizgisi). Bu dik çizginin AE çizgisi ile kesiştiği nokta, bu anlık 3. dönme merkezidir, merkezi (3) ve dönme hızını ω_3 ile gösterelim. Dönme merkezi 4 ün yeri, bütün kiriş boyunca eğim sabit olduğundan, mühim değildir. Herhangi bir mafsal seçilebilir. Burada F düğümünü dönme merkezi (4), ve dönme hızını ω_4 ile gösterelim. Şekil 7 ile verilmiş olan geometrik değerlerle, mafsalardaki kayma büyüklüklerini " δ " ile gösterip, hesaplarımızı yapalım.

E mafsalının kayma büyüklüğü 2 ve 3 numaralı dönme merkezlerine göre: $\omega_2 \cdot \frac{L}{2} = \omega_3 \cdot \frac{3L}{2}$

Buradan da $\boxed{\omega_2 = 3\omega_3}$ bulunur.

F mafsalının kayma büyüklüğü 1 ve 3 numaralı dönme merkezlerine göre: $\omega_1 \cdot \frac{L}{2} = \omega_3 \cdot \frac{3L}{2}$

Buradan da $\boxed{\omega_1 = 3\omega_3}$ bulunur.

2 numaralı noktanın kayma büyüklüğü 1 birim olacağından şu denklem kurulur:

$$\left(\omega_1 \cdot \frac{L}{2} + \omega_4 \cdot \frac{L}{2} \right) + \omega_3 \cdot 2L = 1$$

Diğer taraftan $\boxed{\omega_4 = \omega_3}$

Bu değeri yukarıdaki formüle yerleştirelim

$$\left(3 \cdot \omega_3 \cdot \frac{L}{2} + \omega_3 \cdot \frac{L}{2} \right) + \omega_3 \cdot 2L = 1$$

ve buradan $\boxed{\omega_3 = \frac{1}{4L}}$ bulunur.

Etki çizgisi değerleri:

Q kuvveti F noktasındayken birim kuvveti $V_{2F} = \omega_1 \frac{L}{2} = 3\omega_3 \frac{L}{2} = 3 \cdot \frac{1}{4 \cdot L} \cdot \frac{L}{2}$ $\boxed{V_{2F} = \frac{3}{8}}$

Q kuvveti 2 noktasındayken birim kuvveti $V_{22} = \left(\omega_1 \cdot \frac{L}{2} + \omega_3 \cdot \frac{L}{2} \right) = 4 \cdot \omega_3 \cdot \frac{L}{2} = 4 \cdot \frac{1}{4L} \cdot \frac{L}{2}$ $\boxed{V_{22} = \frac{1}{2}}$

Q kuvveti C noktasındayken birim kuvveti $\omega_3 \cdot \frac{L}{2} = \frac{1}{4L} \cdot \frac{L}{2}$ $\boxed{V_{2C} = \frac{1}{8}}$

Burada bulduğumuz değerleri etki çizgisi diyagramına taşırsak F ve C mafsallarında çapraz kuvvetin ön işareti "-" ve A yatağı hizasında $\frac{1}{2}$ çapraz birim kuvvetin ön işareti "+" ve diğer yarısı "-" olur. Çapraz birim kuvvetlerinin değerlerinin uçlarını birleştirerek (doğru olması gerekir) hareketli Q kuvvetinin FE çubuğunun 2 numaralı noktasındaki birim çapraz kuvvetin etki çizgisi η_{v2} yi bulmuş oluruz.

7.1.5. ED çubuğunun 3 nolu noktasında momentin etki çizgisi η_{M3} ün Land metoduyla hesabı

Şekil 7-6 ile ED çubuğunun 3 numaralı noktasında hareketli birim yükü Q nun oluşturduğu momentin etki çizgisi η_{M3} ün **Land** metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Virtüel kayma prensibine göre 3 numaralı noktada bir mafsal kabul edilerek sistemin reaksiyonu düşünülür ve düğüm noktalarındaki virtüel güçler eşitliği kurulur. 3 numaralı noktada bir mafsal kabul edilince sistem mekanizma olur. Mekanizmaların dönmesi 2 dönme merkezine göre hesaplanır.

A dayanağı bu anda bir dönme merkezidir, dönme merkezi (1) ve dönme hızı ω_1 dir. B yatağı hareketli yatak olduğundan etki çizgisi yatak eksenine dik olmalıdır (MB çizgisi). Bu dik çizginin AE çizgi ile kesiştiği nokta, bu anlık 2. dönme merkezidir, merkezi (2) ve dönme hızını ω_2 ile gösterelim. Şekil 7 ile verilmiş olan geometrik değerlerle, mafsallardaki kayma büyüklüklerini " δ " ile gösterip, hesaplarımızı yapalım.

3 numaralı noktanın kayma büyüklüğü 1 ve 2 numaralı dönme merkezlerine göre:

$$\delta_{3z} = \omega_1 \cdot L = \omega_2 \cdot L$$

$$\delta_{3x} = 0,5 \cdot \omega_1 \cdot L = 0,5 \cdot \omega_2 \cdot L$$

Buradan da

$$\boxed{\omega_1 = \omega_2 = \omega}$$

bulunur.

Aynı zamanda 3 numaralı noktanın kayma büyüklüğü 1 dir ve bu 2w ye eşittir.

$$\boxed{2\omega = 1}$$

Buradan da

$$\boxed{\omega = \frac{1}{2}}$$

bulunur.

Etki çizgisi değerleri:

Q kuvveti F noktasındayken birim moment

$$M_{3F} = \omega \frac{L}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{2}$$

$$\boxed{M_{3F} = \frac{L}{4}}$$

Q kuvveti C noktasındayken birim moment

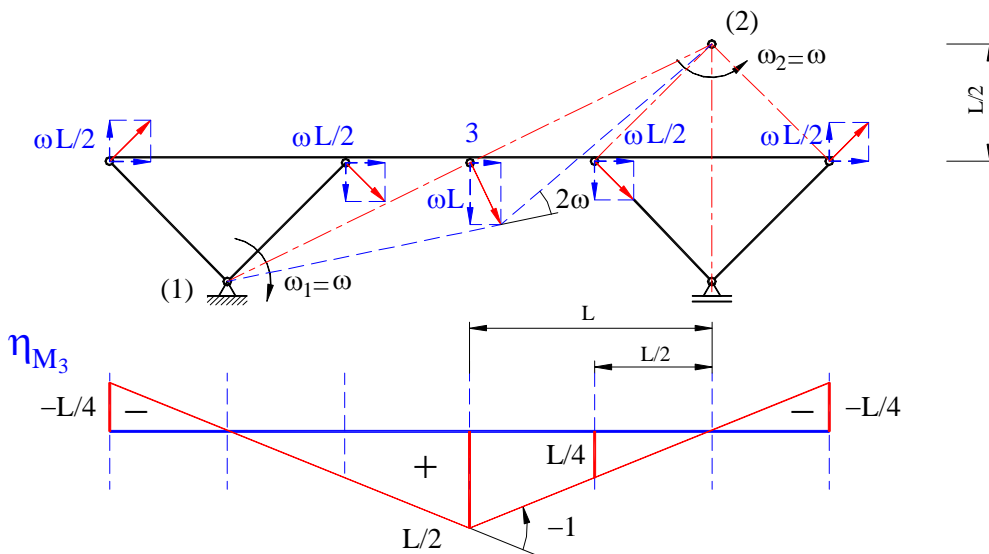
$$M_{3C} = \omega \frac{L}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{L}{2}$$

$$\boxed{M_{3C} = \frac{L}{4}}$$

Q kuvveti 3 noktasındayken birim moment

$$M_{33} = \omega L = \frac{1}{2} \cdot L$$

$$\boxed{M_{33} = \frac{L}{2}}$$



Şekil 7-6, Hareketli yük Q = 1 in etkisinde 3 numaralı nokta için moment etki çizgisi η_{M3}

Burada bulduğumuz değerleri etki çizgisi diyagramına taşırsak F ve C mafsallarında birim momentin ön işareti "-" ve 3 numaralı noktanın hizasında birim momentin ön işareti "+" dır. Birim momentin değerlerinin uçlarını birleştirerek (doğru olması gerekir) hareketli Q kuvvetinin 3 numaralı nokta için etki çizgisi bulunur.

Q kuvvetinin sistemin her hangi bir noktasında iken FE çubuğunun 3 numaralı noktasındaki birim momentinin değeri kolayca bulunur.

Örneğin: Q kuvveti D yatağı hizasında iken 3 numaralı noktadaki birim momenti şu şekilde hesaplanır. Şekil 7-6 ile görülen etki çizgisi dik üçgendir ve dik kenarların oranında sabittir.

Buradan:

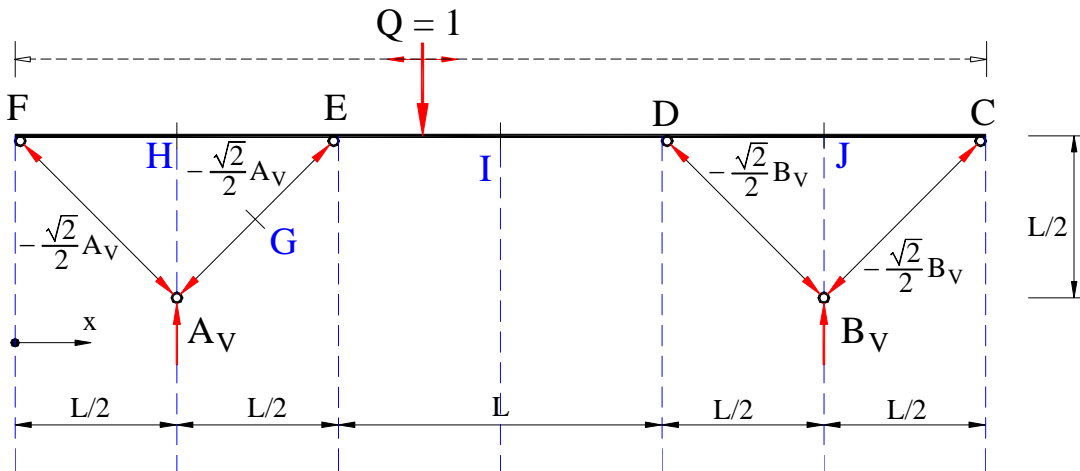
$$\frac{1}{L} = \frac{M_{3D}}{\frac{L}{2}} \quad \frac{L^2}{4} \cdot \frac{1}{L} = M_{3D}$$

Buradan da

$$M_{3D} = \frac{L}{4} \quad \text{bulunur.}$$

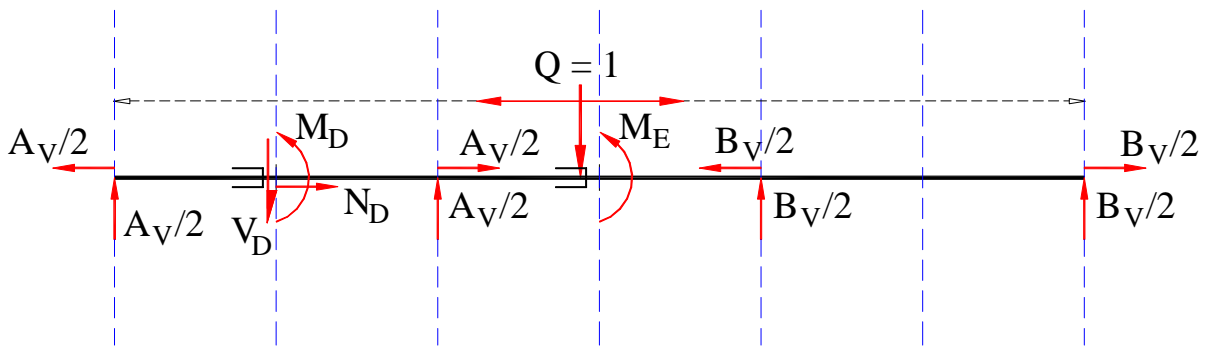
7.1.6. Hareketli yük Q nun A yatağının etki çizgisi η_{Av} nin Land metoduyla hesabı

Sistemdeki çeşitli etki çizgileri daha basit olarak hesaplanabilir. Bunun içinde sistemin eşdeğer kar-



Şekil 7-7, Sistemde kuvvet dağılımı

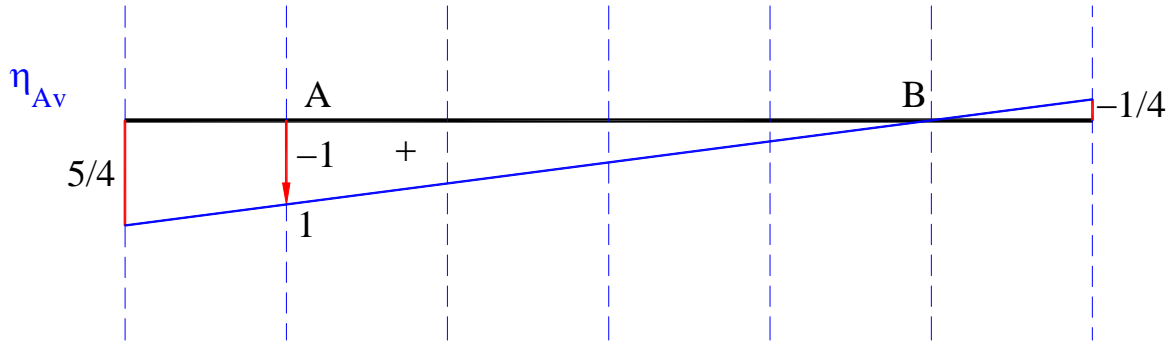
şılığı Şekil 7-7 ile görüldüğü gibi düşünülür. Şekil 7-7 ile istenilen bütün hesaplar yapılabilir.



Şekil 7-7, Sistemin eşdeğer karşılığı

Şekil 7-7 ile görülen sistemde hareketli kuvvet Q nun A yatağına etkilediği dik kuvvet etki çizgisini bulmak için **Land** metodunu kullanalım.

* Şekil 7-8 ile A yatağında hareketli birim yükü Q nun oluşturduğu dik yatak kuvvetinin etki çizgisi η_{Av} nin Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Etki çizgisinin çizimi şöyledir:



Şekil 7-8, Hareketli kuvvet Q nun A yatağına dik kuvvet etki çizgisi

Diyagramın etki çizgisi aranan A yatağının bulunduğu yerinde kuvvet yönünde "-1" birim kayma kabul edilir. Hareketli yük Q , B yatağında iken A yatağına etkisi sıfırdır. Böylece " η_{Av} " etki çizgisinin iki noktasının etki ordinatı bilinir. Statik belirli sistemde aralık etki çizgileri doğru olduğu için, bu noktalar birleştirilir ve sistem sonuna kadar uzatılırsa " η_{Av} " etki çizgisinin tamamı bulunur. Şekil 7-8 ile görülen etki çizgisi dik üçgendir ve dik kenarların oranında sabittir. Böylece sistemin herhangi bir noktasındaki etki ordinatının birim değeri kolayca bulunur. Sistemin uç noktalarındaki etki ordinat değerlerini hesaplırsak:

$$Q \text{ kuvveti F noktasında ise } \frac{\eta_{AvF}}{5L} = \frac{1}{4L} \quad \text{buradan da}$$

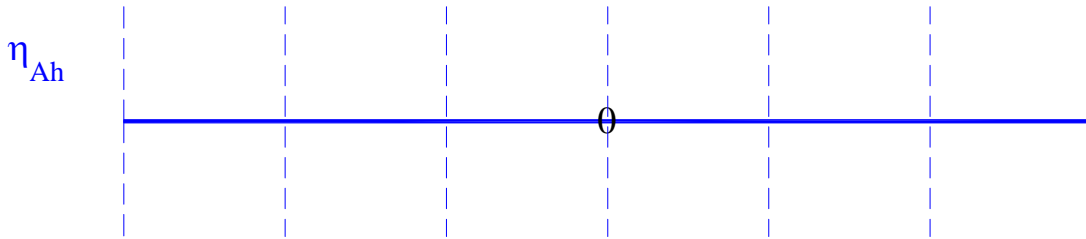
$$\eta_{AvF} = \frac{5}{4}$$

$$Q \text{ kuvveti C noktasında ise } \frac{-\eta_{AvC}}{L} = \frac{1}{4L} \quad \text{buradan da}$$

$$\eta_{AvC} = -\frac{1}{4}$$

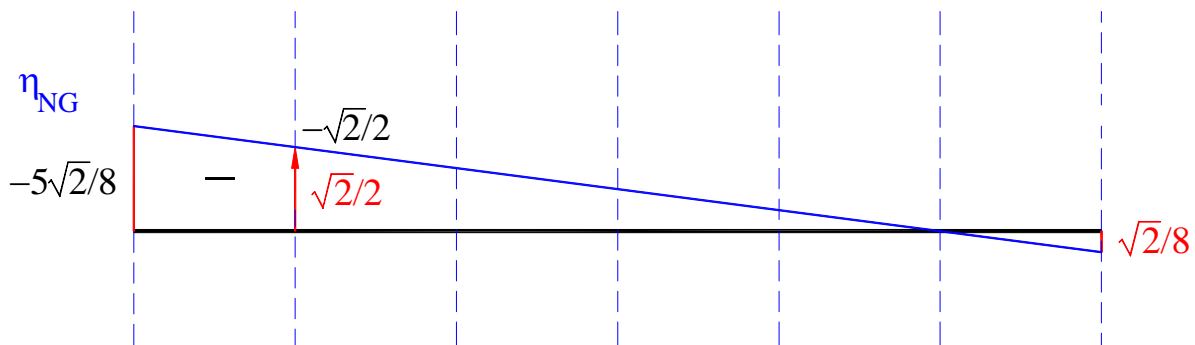
değerleri bulunur. Q nun değeri bu etki ordinatı değeriyle çarpılarak hakiki etki kuvveti bulunur.

* *Sistemde hareketli kuvvet Q nun A yatağına yatay kuvvet etki çizgisi η_{Ah} , sistemde aksiyon veya reaksiyon yatay kuvvet olmadığından, yoktur, Şekil 7-9.*



Şekil 7-9, Hareketli kuvvet Q nun A yatağına yatay kuvvet etki çizgisi

* Şekil 7-10 ile G noktasına hareketli birim yükü Q nun oluşturduğu normal kuvvetinin etki çizgisi η_{NG} nin Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Etki çizgisinin çizimi şöyledir:



Şekil 7-10, Hareketli kuvvet Q nun G noktasına normal kuvvet etki çizgisi

G noktasında normal kuvvet: $N_G = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot A_v$ olduğundan $\eta_{NG} = -\frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \eta_{Av}$ olur.

A noktasında $\eta_{AvA} = 1$ olduğundan A noktasında $\eta_{NG} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ olur.

Hareketli yük Q, B yatağında iken G noktasına etkisi sıfırdır. Böylece " η_{NG} " etki çizgisinin iki noktasının etki ordinatı bilinir. Statik belirli sistemde aralık etki çizgileri doğru olduğu için, bu noktalar birleştirilir ve sistem sonuna kadar uzatılırsa " η_{NG} " etki çizgisinin tamamı bulunur.

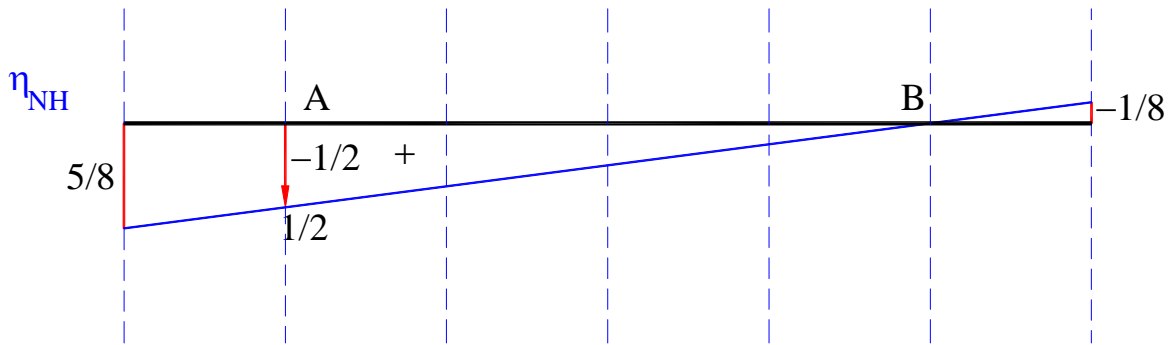
Şekil 7-10 ile görülen etki çizgisi dik üçgendir ve dik kenarların oranında sabittir. Böylece sistemin herhangi bir noktasındaki etki ordinatının birim değeri kolayca bulunur. Sistemin uç noktalarındaki etki ordinat değerlerini hesaplırsak:

Q kuvveti F noktasında ise $\frac{\eta_{NGF}}{5L} = \frac{-\sqrt{2}/2}{4L}$ buradan da $\eta_{NGF} = \frac{-5 \cdot \sqrt{2}}{8}$

Q kuvveti C noktasında ise $\frac{-\eta_{NGC}}{L} = \frac{-\sqrt{2}/2}{4L}$ buradan da $\eta_{NGC} = \frac{\sqrt{2}}{8}$

değerleri bulunur. Q nun değeri bu etki ordinatları değerleriyle çarpılarak hakiki etki kuvveti bulunur.

* Şekil 7-11 ile H noktasına hareketli birim yükü Q nun oluşturduğu normal kuvvetinin etki çizgisi η_{NH} nun Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Etki çizgisinin çizimi şöyledir:



Şekil 7-11, Hareketli kuvvet Q nun H noktasına normal kuvvet etki çizgisi

H noktasında normal kuvvet: $N_H = \frac{A_v}{2}$ olduğundan $\eta_{NH} = \frac{1}{2} \cdot \eta_{Av}$ olur.

A noktasında $\eta_{AvA} = 1$ olduğundan A noktasında $\eta_{NH} = \frac{1}{2}$ olur.

Hareketli yük Q, B yatağında iken H noktasına etkisi sıfırdır. Böylece " η_{NH} " etki çizgisinin iki noktasının etki ordinatı bilinir. Statik belirli sistemde aralık etki çizgileri doğru olduğu için, bu noktalar birleştirilir ve sistem sonuna kadar uzatılırsa " η_{NH} " etki çizgisinin tamamı bulunur.

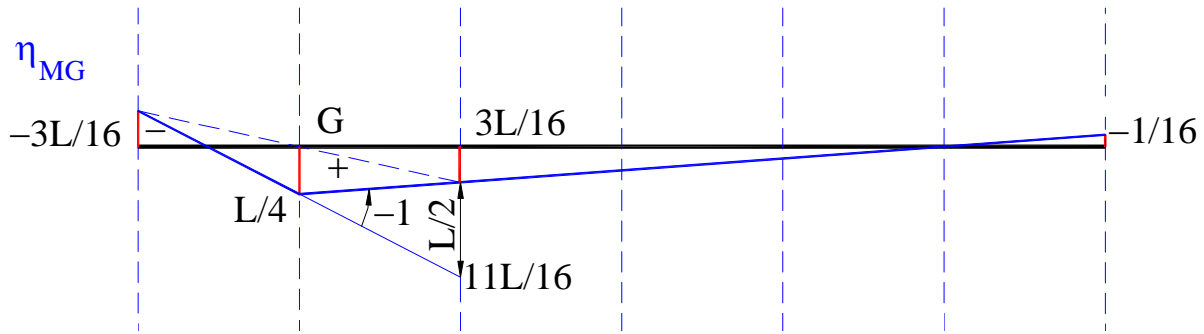
Şekil 7-11 ile görülen etki çizgisi dik üçgendir ve dik kenarların oranında sabittir. Böylece sistemin herhangi bir noktasındaki etki ordinatının birim değeri kolayca bulunur. Sistemin uç noktalarındaki etki ordinat değerlerini hesaplırsak:

Q kuvveti F noktasında ise $\frac{\eta_{NHF}}{5L} = \frac{1/2}{4L}$ buradan da $\eta_{NHF} = \frac{5}{8}$

Q kuvveti C noktasında ise $\frac{-\eta_{NHC}}{L} = \frac{1/2}{4L}$ buradan da $\eta_{NHC} = -\frac{1}{8}$

değerleri bulunur. Q nun değeri bu etki ordinatları değerleriyle çarpılarak hakiki etki kuvveti bulunur.

* Şekil 7-12 ile G noktasına hareketli birim yükü Q nun oluşturduğu momentin etki çizgisi η_{MG} nin Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Etki çizgisinin çizimi şöyledir:



Şekil 7-12, Hareketli kuvvet Q nun G noktasındaki momentinin etki çizgisi

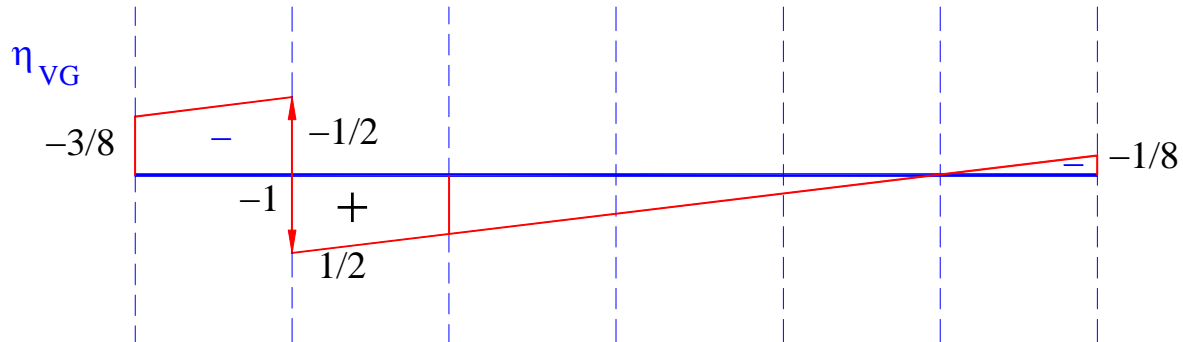
Q kuvveti G nin sağında ise $M_G = \frac{A_v}{2} \cdot \frac{L}{2} = \frac{L}{4} \cdot A_v$ olduğundan $\eta_{MG} = \frac{L}{4} \cdot \eta_{Av}$ olur.

Q kuvveti G nin solunda ise $M_G = \frac{A_v}{2} \cdot \frac{L}{2} - 1 \cdot \left(\frac{L}{2} - x \right)$ $\eta_{MG} = \frac{L}{4} \cdot \eta_{Av} - \left(\frac{L}{2} - x \right)$ olur.

Hareketli yük Q, B yatağında iken H noktasına etkisi sıfırdır. Böylece " η_{MG} " etki çizgisinin iki noktasının etki ordinatı bilinir. Statik belirli sistemde aralık etki çizgileri doğru olduğu için, bu noktalar birleştirilir ve sistem sonuna kadar uzatılırsa " η_{MG} " etki çizgisinin tamamı bulunur.

Şekil 7-12 ile görülen etki çizgisi dik üçgendir ve dik kenarların oranında sabittir. Böylece sistemin herhangi bir noktasındaki etki ordinatının birim değeri kolayca bulunur. Sistemin uç noktalarındaki etki ordinat değerlerini hesaplamak istersek paragraf 7.1.3 de hesaplanan η_{M2} nin aynısı olduğundan oradaki değerler alınır.

* Şekil 7-13 ile G noktasına hareketli birim yükü Q nun oluşturduğu dik kuvvetin etki çizgisi η_{VG} nin Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Etki çizgisinin çizimi şöyledir:



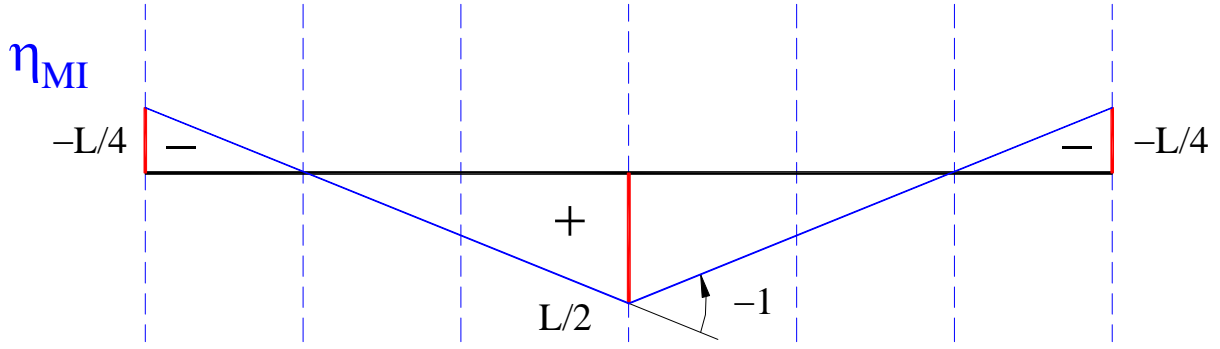
Şekil 7-13, Hareketli kuvvet Q nun G noktasındaki dik kuvvetin etki çizgisi

Q kuvveti G nin sağında ise $V_G = \frac{A_v}{2}$ olduğundan $\eta_{VG} = \frac{L}{2} \cdot \eta_{Av}$ olur.

Q kuvveti G nin solunda ise $V_G = \frac{A_v}{2} - 1$ $\eta_{VG} = \frac{L}{2} \cdot \eta_{Av} - 1$ olur.

Hareketli yük Q, B yatağında iken G noktasına etkisi sıfırdır. Böylece " η_{VG} " etki çizgisinin iki noktasının etki ordinatı bilinir. Sistemin diğer noktalarındaki etki ordinat değerlerini hesaplamak istersek paragraf 7.1.4 de hesaplanan η_{V2} nin aynısı olduğundan orada yapılan hesaplar yapılır ve oradaki değerlerin aynısı bulunur.

* Şekil 7-14 ile I noktasına hareketli birim yükü Q nun oluşturduğu momentin etki çizgisi η_{MI} nun Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Etki çizgisinin çizimi şöyledir:



Şekil 7-14, Hareketli kuvvet Q nun I noktasındaki momentinin etki çizgisi

Q kuvveti I nin sağında ise $M_I = A_v \cdot L$ olduğundan $\eta_{MI} = L \cdot \eta_{Av}$ olur.

Q kuvveti I nin solunda ise $M_I = A_v \cdot L - 1 \cdot \left(\frac{3L}{2} - x \right) = L \cdot A_v - \left(\frac{3L}{2} - x \right)$

$\eta_{MI} = L \cdot \eta_{Av} - \left(\frac{3L}{2} - x \right)$ olur.

Hareketli yük Q , A yatağı hizasında iken I noktasına etkisi sıfırdır. Sistemin diğer noktalarındaki etki ordinat değerlerini hesaplamak istersek paragraf 7.1.5 de hesaplanan η_{M3} ün aynısı olduğundan orada yapılan hesaplar yapılır ve oradaki değerlerin aynısı bulunur.