

İlk yayın : 6. Temmuz. 2014

www.guven-kutay.ch

YAPI STATİĞİ

Prof. Dr. P. Marti

Etki Çizgileri

44-03-1

Bu dosyayı [44_00_Yapı Statiline Giriş ve Özet](#) dosyasıyla beraber incerseniz daha iyi anlarsınız.

Çevirenler: **M. Güven KUTAY, Muhammet ERDÖL**

En son durum: 14 Eylül 2014

DİKKAT:

Bu çalışma iyi niyetle ve bugünün teknik imkanlarına göre yapılmıştır. Bu çalışmadaki bilgilerin yanlış kullanılmasından doğacak her türlü maddi ve manevi zarar için sorumluluk kullanana aittir. Bu çalışmadaki bilgileri kullananlara, kullandıkları yerdeki şartları iyi değerlendirip buradaki verilerin yeterli olup olmadığına karar vermeleri ve gerekirse daha detaylı hesap yapmaları önerilir. Eğer herhangi bir düzeltme, tamamlama veya bir arzunuz olursa, hiç çekinmeden bizimle temasa geçebilirsiniz.

Bu dosyalarda yalnız ders notlarının tercümesi verilmiştir. Daha geniş ve detaylı bilgi almanız için **Prof. Dr. P. Marti** nin Statik kitabını öneririm.

Almanca-Deutsch



Peter Marti
Baustatik, Grundlagen-
Stabtragwerke-Flächentragwerke
Ernst & Sohn, Berlin, 2012

İngilizce-English



Peter Marti
Theory of Structures, Fundamentals,
Framed Structures, Plates and Shells
Ernst & Sohn, Berlin, 2012

Prof. Dr. P. Marti



Prof. Dr. sc. Peter Marti
1990 ile 2014 senelerinde
Zürich ETH da İnşaat Statîği
ve Konstrüksiyonu Profesörü

Statik dosyalarında kullandığımız bazı terimlerin Almancadan Türkçe karşılığını, ne Türk Dil Kurumunda nede normal veya elektronik sözlüklerde bulamadık. Hedefimiz Türkçe bilen ve temel bilgisi az dahi olan kütleye basit olarak bilgileri aktarmak olduğu için, kendi mantığımızı göre okuyucunun anlayacağı, basit Türkçe terimler kullandık. Ayrıca 44-00 numaralı dosyada Türkçe-Almanca-(İngilizce-Fransızca) sözlük ile kaynakları verdik. İsteyen oradan kullanılan Türkçe terimleri bulabilir. Bilginiz ola!..

*Terimlerin Türkçe karşılığı için büyük yardımı olan sayın **Muhammet ERDÖL** e kendim ve dosyadan faydalanacakların adına şimdiden çok teşekkür ederim.*

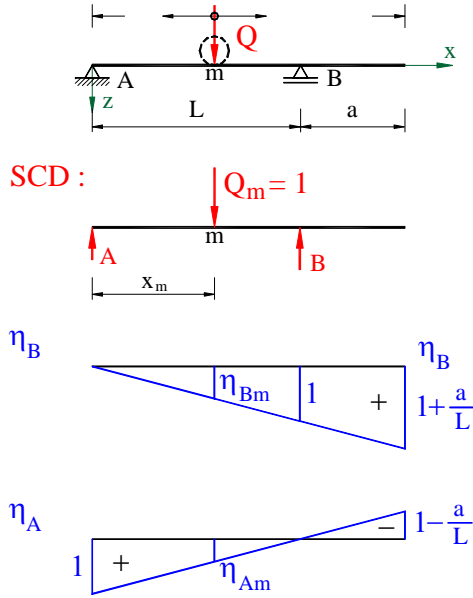
İÇİNDEKİLER

1.	Etki çizgileri	3
1.1.	Giriş	3
1.2.	Etki çizgilerini bulma metotları	4
1.3.	Örnek 1, Klasik giriş	4
1.3.1.	Yer yer belirleme metodu	4
1.3.2.	Land metodu	5
1.3.2.1.	Land metodu çözüm yolu:	6
1.3.2.2.	Land metodu için basit bir örnek	8
2.	Basit haller	10
2.1.	Klasik giriş	10
2.2.	Portafo giriş	10
3.	Alıştırmalar	11
3.1.	Alıştırma 1, Dolu girişte hareketli tek kuvvet	11
3.1.1.	Çözüm a. Etki çizgisi η_{Av} yer yer belirleme metodu ile	11
3.1.2.	Çözüm b. Etki çizgilerinin Land metodu ile bulunması	11
3.1.2.1.	A dayanağı dik kuvveti A_v nin etki çizgisi η_{Av} nin çizimi.	11
3.1.2.2.	B dayanağı dik kuvveti B_v nin etki çizgisi η_{Bv} nin çizimi.	12
3.1.2.3.	A dayanağında sıkışma momenti M_A nin etki çizgisi η_{MA} nin çizimi.	12
3.1.2.4.	G Mafsalında dik kuvveti V_G nin etki çizgisi η_{vG} nin çizimi.	13
3.1.2.5.	F kesitinde dik kuvveti V_F nin etki çizgisi η_{vF} nin çizimi.	13
3.1.2.6.	F kesiti momenti M_F nin etki çizgisi η_{MF} nin çizimi.	14
3.1.2.7.	D noktasında sehim δ_v nin etki çizgisi $\eta_{\delta v}$ nin çizimi.	14
3.1.3.	Toparlama	15
3.2.	Alıştırma 2, Kafes girişte hareketli kuvvet	16
3.2.1.	Çözüm a. Etki çizgilerinin Land metodu ile bulunması	16
3.2.1.1.	A dayanağı dik kuvveti A_v nin etki çizgisi η_{Av} nin Land metodu ile çizimi.	16
3.2.1.2.	S_1 çubuğu etki çizgisi η_{S1} in Land metodu ile çizimi.	17
3.2.1.3.	S_2 çubuğu etki çizgisi η_{S2} in Land metodu ile çizimi.	18
3.2.1.4.	S_3 çubuğu etki çizgisi η_{S3} ün Land metodu ile çizimi.	20
3.2.1.5.	S_4 çubuğu etki çizgisi η_{S4} ün Land metodu ile çizimi.	21
3.2.1.6.	S_5 çubuğu etki çizgisi η_{S5} in Land metodu ile çizimi.	23
3.2.2.	Çözüm b. Etki çizgilerinin analog Ritter kesiti ile bulunması	25
3.2.2.1.	S_1 çubuğu etki çizgilerinin Ritter kesiti ile çizimi.	25
3.2.2.2.	S_2 çubuğu etki çizgilerinin Ritter kesiti ile çizimi.	27
3.2.2.3.	S_3 çubuğu etki çizgisinin Ritter kesiti ile çizimi.	28
3.2.2.4.	S_4 çubuğu etki çizgilerinin Ritter kesiti ile çizimi.	28
3.2.2.5.	S_5 çubuğu etki çizgilerinin Ritter kesiti ile çizimi.	30
3.2.3.	Toparlama	31
4.	Konu İndeksi	32

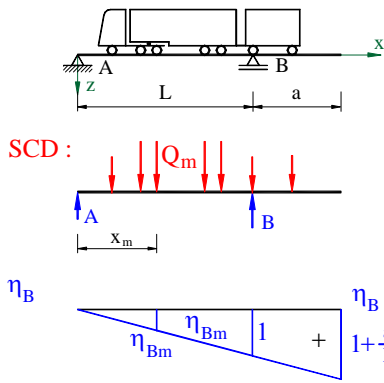
1. Etki çizgileri

1.1. Giriş

Etki çizgileri sistemde belirli bir noktanın **hareketli kuvvet veya yükün** her konumda sistemin belirli noktasını nasıl etkilediğini gösterir. **Etki çizgisi "EÇ"** nin belirlenmesini bir örnekle görelim. (bkz. Şekil 1)



Şekil 1, Hareketli tek kuvvetin etki çizgisi,



Şekil 2, Hareketli tek kuvvetin etki çizgisi

Bu tanımlamayı formülle gösterirsek:

Hareketli tek kuvvetler

$$S_i = \sum Q_m \cdot \eta_{im}$$

F 1

Hareketli yayılı yükler

$$S_i = \int q(x) \cdot \eta_i(x) \cdot dx$$

F 2

S_i	kN	Etki değeri
Q_m	kN	Hareketli kuvvet
η_i	[-]	i noktasını için etki ordinatı
$q(x)$	kN/m	Yayılı yük

Etki çizgisinin bilinmesiyle ait olduğu kesitin hareketli kuvvet veya yayılı yük etkisinde, hangi pozisyonda nasıl zorlandığı kolayca görülür.

Basit ABC kirişinde, $Q = 1$ hareketli kuvvetin B dayanağına etki çizgisini bulalım.

Etki çizgisi "EÇ" genelde denge şartları ile bulunur. Sistemi zorlayan hareketli kuvvet Q yu herhangi bir "m" noktasında ($0 \leq x_m \leq L+a$) düşünelim.

$$B \text{ dayanağı kuvveti: } B = Q_m \cdot \frac{x_m}{L}$$

Burada x_m/L oranıtısı **Etki ordinatı** olarak tanımlanır ve " η_{Bm} " ile gösterilir.

$$\eta_{Bm} = \frac{x_m}{L}$$

Böylece B dayanağını etkileyen kuvveti şu şekilde yazabiliriz:

$$B = Q_m \cdot \eta_{Bm}$$

Analog olarak A dayanağını etkileyen kuvveti şu şekilde yazabiliriz:

$$A = Q_m \cdot \eta_{Am}$$

Çok hareketli yükün süperpozisyonla etki çizgisinin gösterilmesi:

$$B = \sum Q_m \cdot \eta_{Bm}$$

Etki çizgileri kısım kısım doğrulardan oluşur. Şehim etki çizgisi istisnadır ve paraboldür.

Genelde etki ordinatı " η_{im} ", birim değerli (1) hareketli tek kuvvet veya yükün, kabul edilen etki yönünde herhangi bir nokta "m" den, herhangi bir "i" noktasını, belirli bir " S_i " değeriyle etkilemesini gösterir.

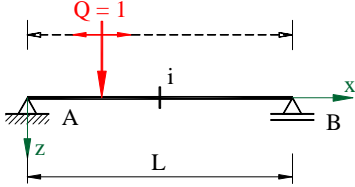
1.2. Etki çizgilerini bulma metotları

Etki çizgileri çeşitli metotlarla bulunur.

1. Yer yer belirleme metodu,
2. Land metodu,
3. Analitik olarak statik belirleme,
4. Statik bağıntıları kullanma metodu (Kafes kiriş konstrüksiyonunda)

Bu metotları bir örnekle görelim.

1.3. Örnek 1, Klasik kiriş



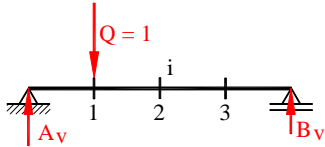
Şekil 3, Hareketli tek kuvvetle kiriş

1.3.1. Yer yer belirleme metodu

Bu metotta kuvvet kabul edilen her noktada düşünülerek yer yer etkisi belirlenir.

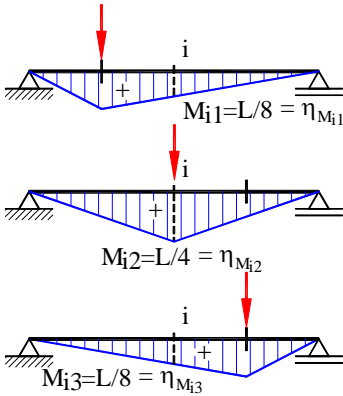
Konum fonksiyonları

Değerler her ¼ kesitte yük "Q=1" ve "L=1" ile her konum çizgisi



Şekil 4, Hareketli tek kuvvetle kiriş

Moment dağılımı:



Şekil 6, Moment dağılımı

Hareketli yük Q, 1 numaralı kesitte iken i kesitine etkilediği moment M_{i1} hesaplayalım.

$$A_v \cdot L - Q \cdot \frac{3}{4} \cdot L = 0$$

$$A_v = \frac{3}{4}$$

$$M_{i1} = A_v \cdot \frac{L}{2} - Q \cdot \frac{L}{4} \cdot L$$

$$M_{i1} = \frac{1}{8} = \eta_{Mi1}$$

$M_{i1} = L/8$ dir. Buda " η_{Mi1} " etki ordinatıdır.

Diğer konumlardaki etki ordinatları analog hesaplanır.

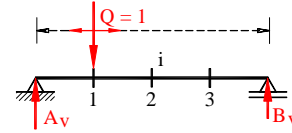
Bilinen: Şekil 3 ile verilmiş olan sistem. Klasik basit kiriş, $L, EI = \text{sabit}$ ve hareketli kuvvet $Q = 1$.

Aranan: Etki çizgileri; η_{Av} , η_{Bv} , η_{Mi} , η_{Vi} ve $\eta_{\delta i}$ Değerler her ¼ kesitinde.

Çözüm için yukarıda verilen metotları sırasıyla uygulayalım.

Etki fonksiyonları

Hareketli yük $Q=1$ yerel konumda, her ¼ kesitte, etki değerleri M_i ve V_i için.

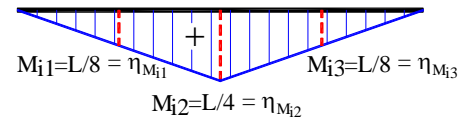


Şekil 5, Hareketli tek kuvvetle kiriş

i kesiti için moment etki çizgisi:

i kesitinin moment etki çizgisi, konum fonksiyonlarında bulunan değerlerle, aşağıda görüldüğü gibi çizilir.

η_{Mi} :



Şekil 7, i kesitinde moment etki çizgisi

$$\eta_i = \frac{x_i}{L} \quad Q = 1$$

Bu diyagramda etki ordinatı " η_{Mi} " hareketli yük $Q=1$ in olduğu yerde ölçülür. Bu değer kuvvet ölçülen yerde iken "i" kesitindeki momentin büyüklüğünü verir. Şöyleki; Kuvvet ¼ L de iken, "i" kesitindeki moment $Q \cdot L/8$ dir. $Q=1$ olduğu için $L/8$ diye gösterilir.

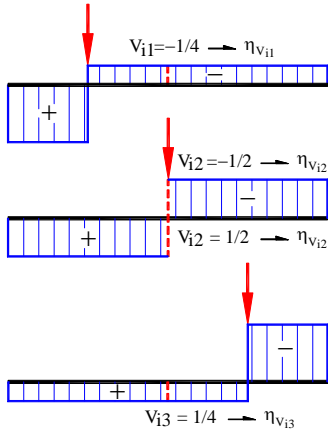
Dik kuvvet dağılımı:

Dik kuvvetler dağılımını yapmak için B_V kuvvetini bilmemiz gerekir.

$$\Sigma F_V = 0 \quad A_V - Q + B_V = 0$$

$$B_V = Q - A_V \quad B_V = 1 - 3/4$$

$$\boxed{B_V = 1/4}$$

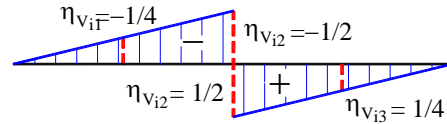


Şekil 8, Dik kuvvet dağılımı

i kesiti için dik kuvvet etki çizgisi:

i kesitinin dik kuvvet etki çizgisi, konum fonksiyonlarında bulunan değerlerle, aşağıda görüldüğü gibi çizilir.

$$\boxed{\eta_{Mi}}$$



Şekil 9, i kesitinde dik kuvvet etki çizgisi

Şekil 9 ile verilen diyagramdan her konumun değeri ölçülerek i kesitinin etki ordinatı okunur. Böylece kesitin maksimum ve minimum değerleri derhal görülür.

1.3.2. Land metodu

Bir sistemde belirli bir noktada ve " δ_i " yönünde bir kayma imkanı düşünüldüğünde (yatak kayması, eğilme kuvveti, normal kuvvet veya dik kuvvet gibi), statik belirli sistem mekanizma olur. Fakat belirli bir noktada ve " δ_i " yönünde **virtüel kayma** -1 düşünülürse, tek kuvvetin kabul edilen etki yönünde ve herhangi bir kesitte tek kuvvet Q_m nin oluşturduğu kayma " δ_x " kinematik olarak belirlenir. Şöyleki; Virtüel kayma prensibine göre;

$$(-1) \cdot S_i + \Sigma Q_m \cdot \eta_{im} + \int q(x) \cdot \eta_i(x) \cdot dx = 0$$

Tek kuvvet için:

$$(-1) \cdot S_i + \Sigma Q_m \cdot \eta_{im} = 0$$

$$\boxed{S_i = \Sigma Q_m \cdot \eta_{im}}$$

F 3

η_{im} [-] Q_m yönünde ve yerindeki kayma

$$\boxed{Q_m \cdot \delta_x + (-1) \cdot \delta_i = 0}$$

Burada $Q_m = 1$ birim kuvvet olarak kabul edilince;

$$1 \cdot \delta_x + (-1) \cdot \delta_i = 0 \quad \delta_i = 1 \cdot \delta_x = \eta_{im}$$

$$\boxed{\eta_{im} = \delta_x}$$

F 4

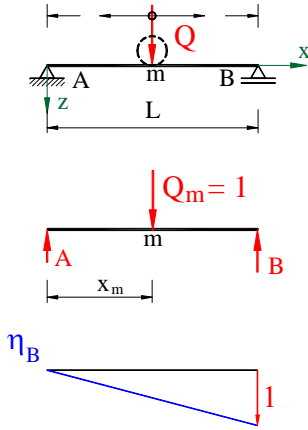
η_{im} [-] i noktasını için etki ordinatı

δ_x [-] Q_m nin oluşturduğu kayma

Böylece genel olarak bir kesitin etki çizgisini bulmaya yarayan en basit metot, bu metodu bulan Mohr' un talebesi **Robert LAND**'ın (1857-1899) adına ithafen **Land metodu** olarak adlandırılmıştır.

1.3.2.1. Land metodu'nun çözüm yolu:

1. Etki çizgisini aradığımız dayanağı yok kabul edilerek, sistemin reaksiyonunun ters yönünde birim kaydırması (birim ordinatı) dayanak yerine konulur.

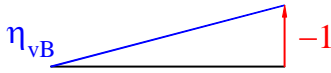


Şekil 10, Klasik kiriş, B için EÇ

Örnek olarak hareketli dik kuvvetin klasik kirişte B yatağı için etki çizgisini " η_B " bulalım, Şekil 10;

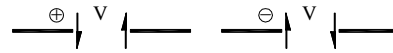
- Etki çizgisi aranan yatak B yok kabul edilir,
- Yatak yerine yatak kuvvetinin ters yönünde birim ordinatını koyulur,
- Kuvvet diğer A yatağında olduğunda B yatağı kuvveti sıfırdır,
- Statik belirli sistemlerde etki çizgileri doğrudur (sehim etki çizgisi hariç),
- A yatağı ile B yatağındaki birim ordinatının birleştirilmesiyle hareketli dik kuvvetin B yatağı için etki çizgisi bulunmuş olur.

2. Birinci paragrafta teorik olarak etki çizgisinin nasıl bulunduğunu gördük. Pratikte hareketli dik kuvvetin etki çizgisi ön işaret kuralına, diğer deyimi ile, kiriş/çubuk tarafına göre bulunur.

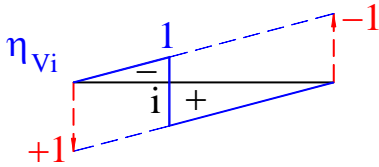


Şekil 11, Klasik kiriş, V_B için EÇ

Örnek olarak yukarıdaki, Şekil 10, ile verilen kirişi ele alalım ve " η_{vB} " yi bulalım. Bütün işlemler aynen yapılır, ön işaret kuralına göre birim ordinatı negatif alınır. Birim ordinatının yönü ve işareti:



3. Birinci ve ikinci paragraflarda yatağın etki çizgisini gördük. Burada kirişin herhangi bir noktası için hareketli dik kuvvetin etki çizgisini bulalım.

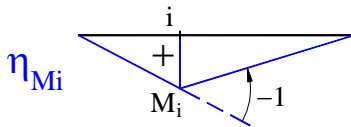


Şekil 12, Klasik kiriş, V_i için EÇ

Örnek olarak yukarıdaki, Şekil 10, ile verilen kirişi ele alalım ve " η_{vi} " yi bulalım;

Önce Bütün işlemler aynen yapılır, ön işaret kuralına göre birim ordinatı negatif alınır.

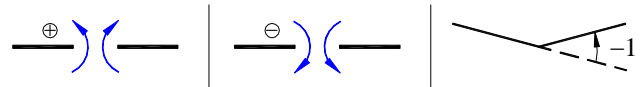
4. Moment için etki çizgisi. Burada kirişin herhangi bir noktası için hareketli dik kuvvetin oluşturduğu momentin etki çizgisini bulalım.



Şekil 13, Klasik kiriş, M_i için EÇ

Örnek olarak yukarıdaki, Şekil 10, ile verilen kirişi ele alalım ve " η_{Mi} " yi bulalım;

Etki çizgisi aranan noktada bir mafsal düşünülür. Bu mafsalda bir kırılma yapılır. Temel kurallar uygulanır. Uç yataklarda moment sıfırdır. Moment yönü moment alanının içinden çıkacakmış gibi düşünülür ön işareti bulunur. Örnekte "+" dir.



Etki çizgisi aranan noktadaki moment " M_i " hesaplanır. Böylece η_{Mi} etki çizgisinin üç uç değeri bilinir. Statik belirli sistemde etki çizgileri doğru olduğu için uç değerini birleştirirsek η_{Mi} etki çizgisinin tamamını buluruz.

Land metodu statik belirsiz sistemlerde uygulanır. Statik belirsiz sisteme konulan bir mafsal sistemi bir derece statik belirsizlikten kurtarır. "-1" birimli virtüel kaydırma yalnız doğru etki çizgileri değil, aksine bükük etki çizgileride oluşturur.

Tablo 1, Birim deformasyonlarının tanımlaması

	<p>Eğilme Mafsalı </p> <p>Pozitif moment </p> <p>Kaydırma 1 </p> <p>Kaydırma -1 </p>	
<p>Şekil 14, Portafö kiriş, moment</p> <p>Şekil 16, Portafö kiriş, dik kuvvet</p>	<p>Dik kuvvet mafsalı </p> <p>Pozitif V </p> <p>Kaydırma 1 </p> <p>Kaydırma -1 </p>	<p>Şekil 15, Klasik kiriş, moment</p> <p>Şekil 17, Klasik kiriş, dik kuvvet</p>

Tablo 2, Birim deformasyonlarının özet tanımlaması

	Pozitif kuvvet değeri	Deformasyon 1	Deformasyon -1
Dayanak kuvveti			
Normal kuvvet			
Dik kuvvet			
Moment			

Analitik olarak statik belirleme ile **Statik bağıntıları kullanma metodu** pratikte kullanılmadıkları için burada bu konulara değinmeyeceğiz.

A dayanağı bu anlık 1. dönme merkezidir ve ① ile gösterelim. Sağ taraftaki rijit plaka B yatağı hareketli yatak olduğundan etki çizgisi yatak eksenine dik olmalıdır. Bu dik çizginin AG birleşiminden oluşan çizgi ile kesişme noktası bize, bu anlık 2. dönme merkezini verir. Burada da dönme veya açısal hız vardır. Geometriye göre saat yönünde dönme veya açısal hız " ω_2 " ile döner. G noktasındaki kayma büyüklüğünü " δ " hesaplırsak:

$$\delta = \omega_1 \cdot \sqrt{3} \cdot L = \omega_2 \cdot 5 \cdot \sqrt{3} \cdot L / 3$$

Bu denklemden dönme merkezlerindeki açısal hızları buluruz:

$$\omega_2 = \frac{3}{5} \cdot \omega_1 \quad \text{F 5}$$

S_1 çubuğunun 1 birim uzaması;

$$1 = \frac{4 \cdot \sqrt{3}}{3} \cdot \omega_2 \cdot L \quad \text{olmalıdır.}$$

Buradan ω_2 değeri bulunur.

$$\omega_2 = \frac{\sqrt{3}}{4 \cdot L} \quad \text{F 6}$$

ω_1 değerini bulmak için kullanılır:

$$\omega_1 = \frac{5}{3} \cdot \omega_2 = \frac{5}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{4 \cdot L}$$

$$\omega_1 = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{12 \cdot L} \quad \text{F 7}$$

Böylece S_1 çubuğunun etki çizgisinin çeşitli ordinatları hesaplanır.

Q Alt kuşakta η_{S1}

$$\eta_{S1C} = \omega_1 \cdot L = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{12 \cdot L} \cdot L \quad \eta_{S1C} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{12}$$

$$\eta_{S1D} = \omega_2 \cdot 2L = \frac{\sqrt{3}}{4 \cdot L} \cdot 2L \quad \eta_{S1D} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Q kuvveti A noktasında iken S_1 çubuğunun C noktasındaki normal kuvveti sıfırdır. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır.** A dayanağıdaki sıfır değeri ile C noktasındaki $5 \cdot \sqrt{3}/12$ değeri bir doğru ile birleştirilir. Q kuvveti B noktasında iken S_1 çubuğunun D noktasındaki normal kuvveti sıfırdır. B dayanağıdaki sıfır değeri ile D noktasındaki $\sqrt{3}/2$ değeri bir doğru ile birleştirilir. Sonra C ile D bir doğruyla birleştirilir.

Q Üst kuşakta η_{S1}

$$\eta_{S1F} = \omega_1 \cdot \frac{L}{2} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{12 \cdot L} \cdot \frac{L}{2} \quad \eta_{S1F} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{24}$$

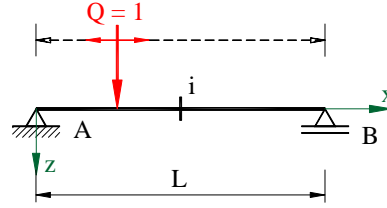
$$\eta_{S1G} = \omega_1 \cdot \frac{3L}{2} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{12 \cdot L} \cdot \frac{3L}{2} \quad \eta_{S1G} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{8}$$

$$\eta_{S1E} = \omega_2 \cdot \frac{L}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4 \cdot L} \cdot \frac{L}{2} \quad \eta_{S1E} = \frac{\sqrt{3}}{8}$$

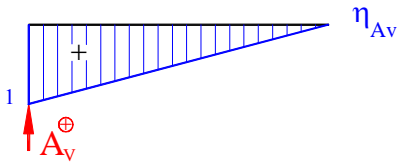
Böylece S_1 çubuğunun etki çizgisi bulunur.

2. Basit haller

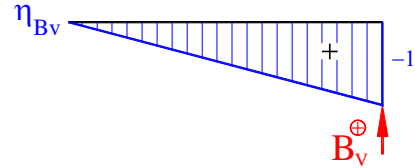
2.1. Klasik kiriş



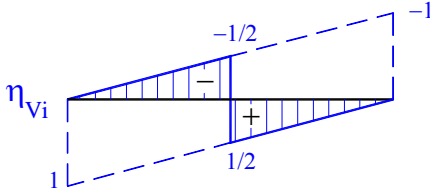
Şekil 19, Klasik basit kirişte etki çizgileri



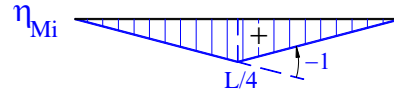
Şekil 20, Dik kuvvetin A yatağına etki çizgisi



Şekil 21, Dik kuvvetin B yatağına etki çizgisi

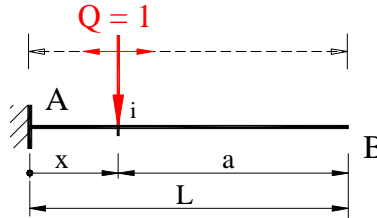


Şekil 22, Dik kuvvetin i kesitine etki çizgisi

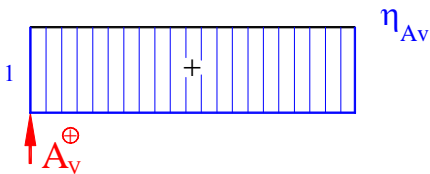


Şekil 23, Momentin i kesitine etki çizgisi

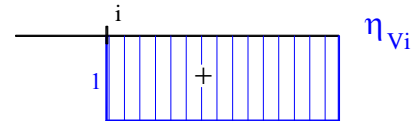
2.2. Portafo kiriş



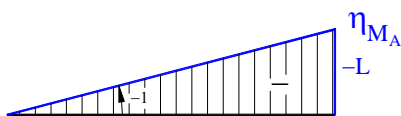
Şekil 24, Portafo kirişte etki çizgileri



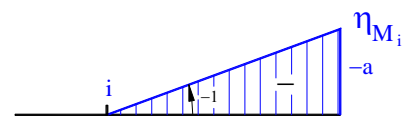
Şekil 25, A yatağı dik kuvvetinin etki çizgisi



Şekil 26, i kesiti dik kuvvetinin etki çizgisi



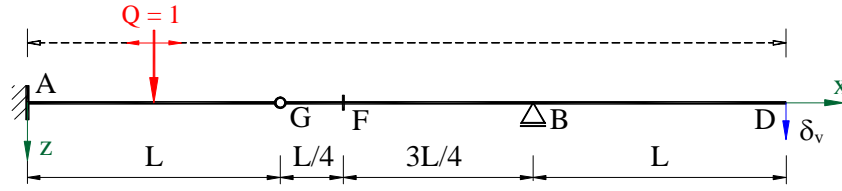
Şekil 27, A yatağı moment etki çizgisi



Şekil 28, i kesiti momentinin etki çizgisi

3. Alıştırma 1

3.1. Alıştırma 1, Dolu kirişte hareketli tek kuvvet

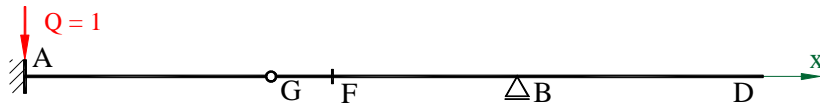


Şekil 29, Alıştırma 1

Bilinen: Şekil 29 ile verilmiş olan sistem. $L = 1$ m, hareketli kuvvet $Q = 1$ kN.

Aranan: Etki çizgileri; η_{Av} , η_{Bv} , η_{MA} , η_{VG} , η_{VF} , η_{MF} ve $\eta_{\delta v}$.

3.1.1. Çözüm a. Etki çizgisi η_{Av} yer yer belirleme metodu ile



$$Q = 1, x = 0 \text{ da:}$$

$$A_v = 1 \quad \boxed{\eta_{Av}(x=0) = 1}$$



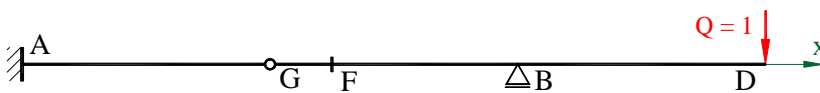
$$Q = 1, x = L \text{ de:}$$

$$A_v = 1 \quad \boxed{\eta_{Av}(x=L) = 1}$$



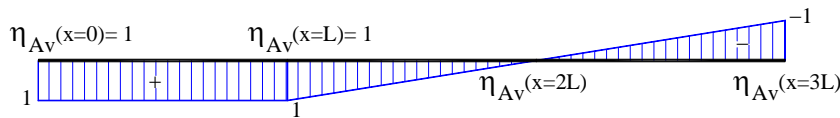
$$Q = 1, x = 2L \text{ de:}$$

$$A_v = 0 \quad \boxed{\eta_{Av}(x=2L) = 0}$$



$$Q = 1, x = 3L \text{ de:}$$

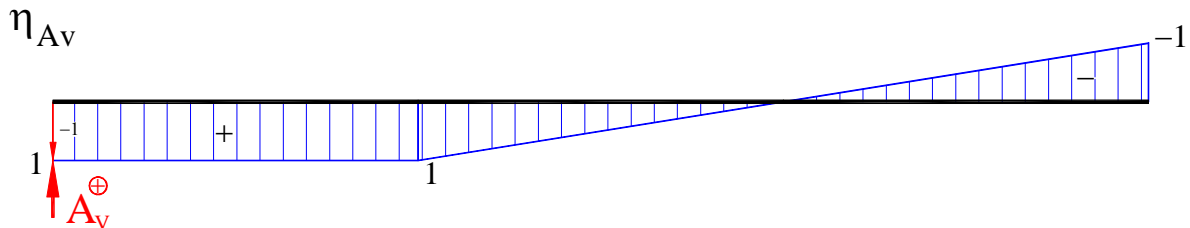
$$A_v = -1 \quad \boxed{\eta_{Av}(x=3L) = -1}$$



*Yer yer belirleme metodu ile
Etki çizgisi η_{Av}*

3.1.2. Çözüm b. Etki çizgilerinin Land metodu ile bulunması.

3.1.2.1. A dayanağı dik kuvveti A_v nin etki çizgisi η_{Av} nin çizimi.

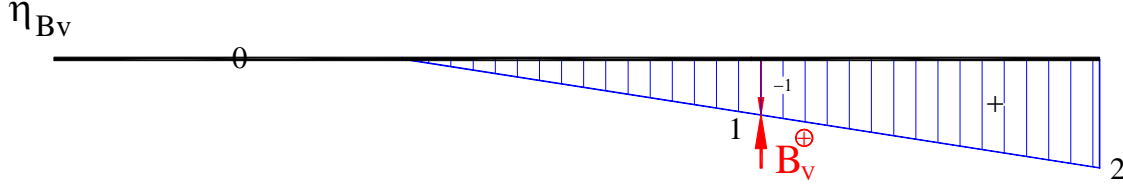


Şekil 30, Land metodu ile A dayanağının dik kuvvet etki çizgisi η_{Av}

Şekil 30 ile A dayanağının dik kuvvet etki çizgisinin Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. **Dik kuvvette dikkat edilecek husus etki çizgisi aranan kesitteki reaksiyon kuvvetidir ve yönü hep pozitif olarak kabul edilir.** Şekilde görüldüğü gibi A_v kuvveti yukarı doğrudur ve bunu pozitif olarak kabul edelim. A_v kuvvetinin ters yönünde seçilen $(-I)$ birim ordinatının etki çizgisi, A

dayanağı sabit ve rijit yatak olduğundan, G mafsalına kadar dönemez ve eğilemez, doğru olarak gider. Diğer taraftan Q kuvveti B dayanağına geldiğinde bütün Q kuvveti B dayanağı tarafından karşılanacağından Q kuvveti B dayanağında iken A dayanağı kuvveti sıfır olur. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır**, G mafsalındaki η_{Av} etki ordinatı (+1) B dayanağı ile birleştirilir. Etki çizgisi kırılmadan B dayanağından devam eder ve D noktasında simetriden dolayı (-1) değerine ulaşır. Böylece Land metoduyla etki çizgisi η_{Av} çizilmiştir olur.

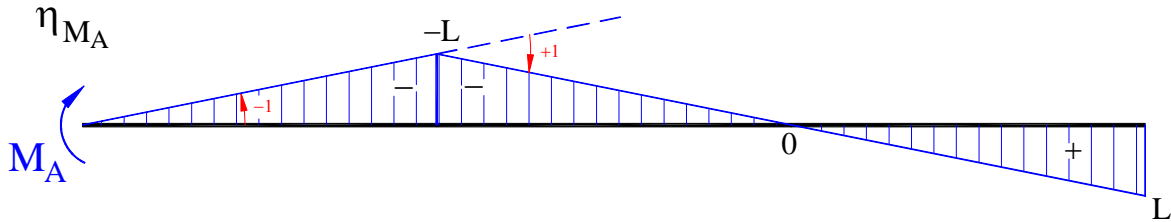
3.1.2.2. B dayanağı dik kuvveti B_v nin etki çizgisi η_{Bv} nin çizimi.



Şekil 31, Land metodu ile B dayanağının dik kuvvet etki çizgisi η_{Bv}

Şekil 31 ile B dayanağının dik kuvvet etki çizgisinin Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Şekilde görüldüğü gibi B_v kuvveti yukarı doğrudur ve bunu pozitif olarak kabul edelim. B_v kuvvetinin ters yönünde seçilen (-1) birim ordinatını çizelim. Q kuvveti A dayanağında iken B dayanağı kuvveti sıfır olur. A dayanağı sabit ve rijit yatak olduğundan, G mafsalına kadar dönemez ve eğilemez, doğru olarak gider ve etki çizgisi G mafsalına kadar sıfır değerini korur. Q kuvveti G mafsalına geldiğinde B dayanağını etkilemeye başlar. Temel kurala göre etki çizgileri doğru parçaları olacağından G mafsalındaki sıfır değer B dayanağı etki ordinatı (+1) ile birleştirilir. Etki çizgisi kırılmadan B dayanağı (+1) etki ordinatından devam eder ve D noktasında simetriden dolayı (-1) değerine ulaşır. Böylece Land metoduyla etki çizgisi η_{Bv} çizilmiştir olur.

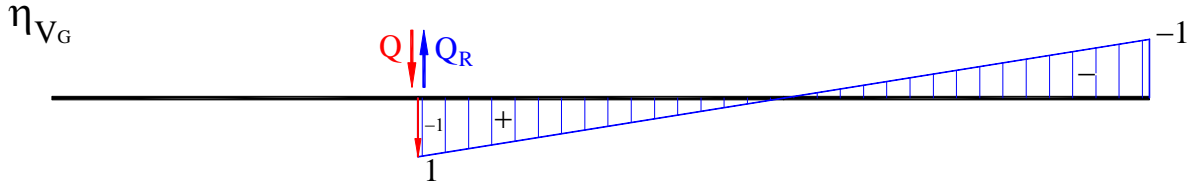
3.1.2.3. A dayanağında sıkışma momenti M_A nın etki çizgisi η_{MA} nın çizimi.



Şekil 32, Land metodu ile A dayanağının moment etki çizgisi η_{MA}

Şekil 32 ile A dayanağının moment etki çizgisinin Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. **Momentte dikkat edilecek husus etki çizgisi aranan kesitteki momentin etki yönüdür ve ön işaret kuralına göre pozitif veya negatif olarak kabul edilir.** Şekilde görüldüğü gibi M_A momentini saat yönündedir ve bunu pozitif olarak kabul edilir. M_A momentinin ters yönünde seçilen (-1) birim momentini çizelim. Q kuvveti A dayanağında iken moment sıfırdır. A dayanağının moment etki çizgisi G mafsalında (-L) birim momentine kadar olur. Q kuvveti B dayanağına geldiğinde A dayanağının momentini sıfırdır. Temel kurala göre etki çizgileri doğru parçaları olacağından G mafsalındaki (-1) değeri ile B dayanağı birleştirilir. Veya G mafsalında moment etki çizgisi (+1) birim momentine değeri ile ters yönde kırılır ve B dayanağı ile birleştirilir. Etki çizgisi kırılmadan B dayanağından devam eder ve D noktasında simetriden dolayı (+L) değerine ulaşır. Böylece Land metoduyla etki çizgisi η_{MA} çizilmiştir olur.

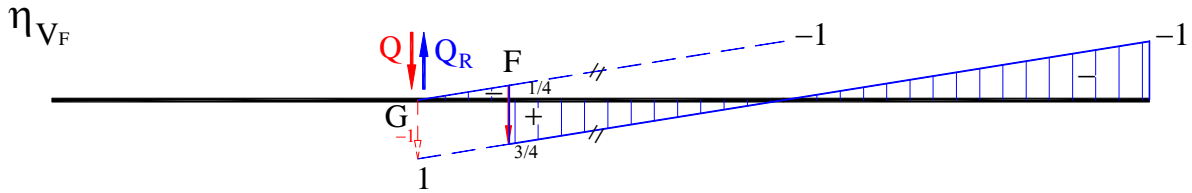
3.1.2.4. G Mafsalında dik kuvveti V_G nin etki çizgisi η_{V_G} nin çizimi.



Şekil 33, Land metodu ile G mafsalında dik kuvvetin etki çizgisi η_{V_G}

Şekil 33 ile G mafsalında dik kuvveti V_G nin etki çizgisinin Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Q kuvveti A dayanağında iken G Mafsalında dik kuvvet sıfırdır. A dayanağı sabit ve rijit yatak olduğundan, G mafsalına kadar dönemez ve eğilemez, doğru olarak gider ve etki çizgisi G mafsalına kadar sıfır değerini korur. Q kuvveti G mafsalına geldiğinde etkisini göstermeye başlar. G mafsalında GB çubuğu için bir reaksiyon kuvveti oluşur Q_R . Bu kuvvet yukarıya doğrudur ve bunu pozitif olarak kabul edrsek G mafsalında birim etki ordinatını tersyönde (-1) olarak alırız. Q kuvveti B dayanağında iken G mafsalında dik kuvvet sıfır olur. Temel kurala göre etki çizgileri doğru parçaları olacağından G mafsalındaki etki ordinatı (+1) ile B dayanağı sıfır değeri birleştirilir. Etki çizgisi B dayanağından kırılmadan devam eder ve D noktasında geometriden dolayı (-1) değerine ulaşır. Böylece Land metoduyla etki çizgisi η_{V_G} çizilmiş olur.

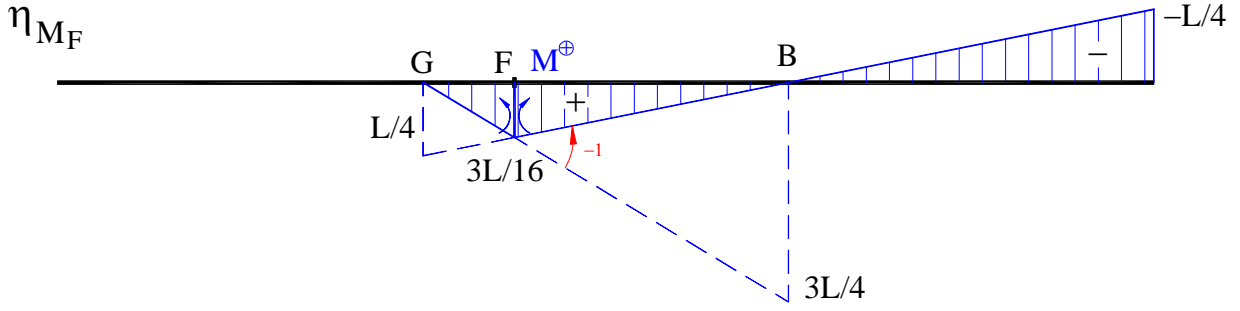
3.1.2.5. F kesitinde dik kuvveti V_F nin etki çizgisi η_{V_F} nin çizimi.



Şekil 34, Land metodu ile F kesitinde dik kuvvetin etki çizgisi η_{V_F}

Şekil 34 ile F kesitinde dik kuvveti V_F nin etki çizgisinin Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Q kuvveti A dayanağında iken F kesitinde dik kuvvet sıfırdır. A dayanağı sabit ve rijit yatak olduğundan, G mafsalına kadar dönemez ve eğilemez, doğru olarak gider ve etki çizgisi G mafsalına kadar sıfır değerini korur. Q kuvveti G mafsalına geldiğinde etkisini göstermeye başlar. G mafsalında GB çubuğu için bir reaksiyon kuvveti oluşur Q_R . Bu kuvvet yukarıya doğrudur ve bunu pozitif olarak kabul edersek G mafsalında birim etki ordinatını tersyönde (-1) olarak alırız. Fakat aradığımız büyüklük G mafsalında olmayıp F kesitinde olduğundan -1 okunun ucunu, Q kuvveti B dayanağında iken F kesitinde dik kuvvet sıfır olacağından, B ile bir doğruyla birleştiririz. F kesitinde -1 birim ordinatı çizildiğinde $-1/4$ ve $3/4$ değerleri F kesitinde oluşur. Etki çizgisi B dayanağından kırılmadan devam eder ve D noktasında geometriden dolayı (-1) değerine ulaşır. Böylece Land metoduyla etki çizgisi η_{V_F} çizilmiş olur.

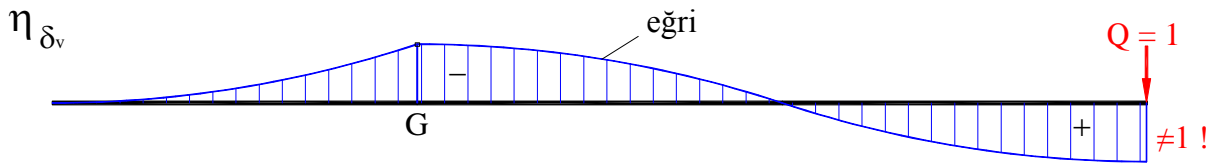
3.1.2.6. F kesiti momenti M_F nin etki çizgisi η_{MF} nin çizimi.



Şekil 35, Land metodu ile F kesitinin moment etki çizgisi η_{MF}

Şekil 35 ile F kesitinin moment etki çizgisinin Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. **Momentte dikkat edilecek husus etki çizgisi aranan kesitteki momentin etki yönüdür ve ön işaret kuralına göre pozitif veya negatif olarak kabul edilir.** Önce Q kuvvetini F kesitinin soltarafını ele alalım. Q kuvveti A dayanağında iken F kesitinde moment sıfırdır. A dayanağı sabit ve rijit yatak olduğundan, G mafsalına kadar dönemez ve eğilemez, doğru olarak gider ve etki çizgisi G mafsalına kadar sıfır değerini korur. Q kuvveti G mafsalını geçtiğinde etkisini göstermeye başlar. Q kuvveti F kesitinde olduğunda G mafsalında dik kuvvet $\frac{3}{4} Q$ değerindedir ve F kesitinin momenti $3L/16Q$ olur. $Q=1$ kabul edildiğinden $M_F=3L/16$ kabul edilir ve işareti pozitiftir. Temel kurala göre etki çizgileri doğru parçaları olacağından G mafsalındaki sıfır değeri ile F kesitinin momenti $3L/16$ birleştirilir. Q kuvveti F kesitini geçince etki çizgisinde ters yönde kırılma olur (-1). Fakat burada Q kuvveti B dayanağına geldiğinde F kesitinin momenti sıfırdır. Temel kurala göre değer B dayanağı ile birleştirilir. Etki çizgisi kırılmadan B dayanağından devam eder ve D noktasında simetriden dolayı ($-L/4$) değerine ulaşır. Böylece Land metoduyla etki çizgisi η_{MF} çizilmiş olur.

3.1.2.7. D noktasında sehim δ_v nin etki çizgisi η_{δ_v} nin çizimi.



Şekil 36, Land metodu ile D noktasında sehim δ_v nin etki çizgisi η_{δ_v}

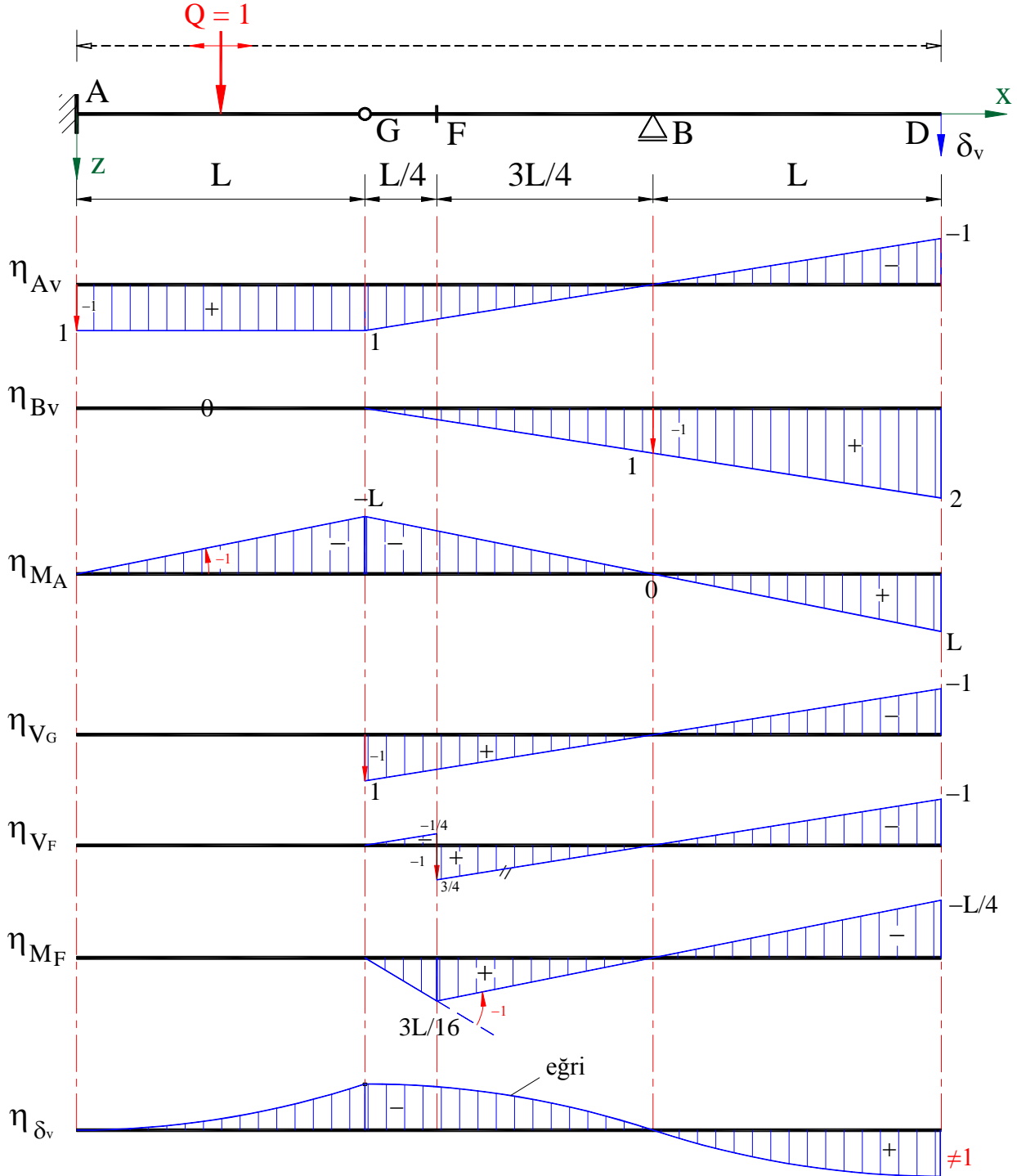
Şekil 36 ile D noktasında sehim δ_v nin etki çizgisinin Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. **Sehimde dikkat edilecek husus etki çizgisi istisna olarak doğru olmayıp eğriden oluştuğu ve birim etki ordinatının 1 e eşit olmadığıdır. Sehim yönü etki kuvvetinin yönündedir.** Önce Q kuvvetini D noktasında kabul edelim ve sehim δ_v yi Q kuvvetinin yönünde alalım. Parabol olarak etki eğrisi B yatağına doğru azalarak gider, çünkü Q kuvveti B dayanağına geldiğinde δ_v sıfırdır. Etki eğrisi B dayanağında kavis yönünü değiştirerek G mafsalındaki değere kadar geometri simetrisinden dolayı gider. G mafsalından sonra kavis yönünü değiştirerek A dayanağına sıfır değerinde ulaşır. Böylece Land metoduyla etki çizgisi η_{δ_v} çizilmiş olur.

Kuvvet etki çizgilerinde: Yalnız sayı. $Q \times \text{Sayı} = \text{Kuvvet verir.}$

Moment etki çizgilerinde: Dayanak mesafesi "L". $Q \times L = \text{Moment verir.}$

3.1.3. Toparlama

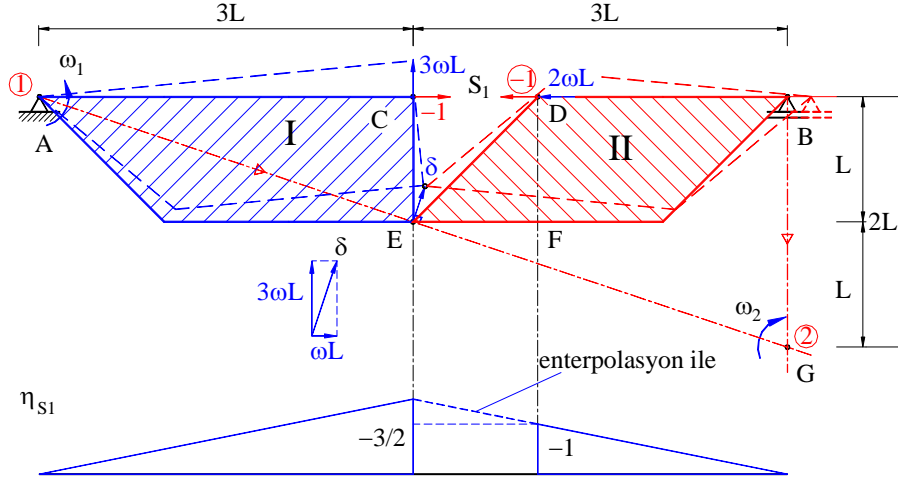
Yukarıda Şekil 30- Şekil 36 arasında hesaplanan etki çizgilerini bir araya getirip toplu halde konstrüksiyonlarını çizerek Şekil 37 ile verilen diyagramları buluruz. Bu diyagramlar Alıştırma 1 için bulunan diyagramlardır.



Şekil 37, Land metodu ile Alıştırma 1 in etki çizgileri

3.2.1.2. S_1 çubuğu etki çizgisi η_{S_1} in Land metodu ile çizimi.

Şekil 41 ile S_1 çubuğunu zorlayan normal kuvvetin etki çizgisinin Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Sistem kafes giriş olduğundan burada etki çizgilerini hesaplamak için kafes giriş dosyasında gördüğümüz *virtüel kayma prensibini* kullanalım. Anlatımları kolay anlamak için örneğimizdeki düğüm noktalarını harflerle ve çubuk kuvvetlerinin de buna göre verelim.



Şekil 41, Land metodu ile S_1 çubuğunu zorlayan normal kuvvetin etki çizgisi η_{S_1}

Virtüel kayma prensibinde hesabı yapılacak çubuk yok kabul edilerek sistemin reaksiyonu düşünülür ve düğüm noktalarındaki virtüel güçler eşitliği kurulur. S_1 çubuğunu yok sayalım ve çubuğu 1 birim boyunda uzatmak isteyelim. Sol taraftaki yatak hareketli yatak olduğu için çubuğu sol tarafa uzatamayız. Sağ taraftaki yatak hareketli yatak olduğundan S_1 çubuğunu sağ tarafa doğru 1 birim uzatabiliriz. Buda bize S_1 çubuğunun sağ tarafının aynı yerde kalması için -1 sola doğru kısılması gerektiğini gösterir.

S_1 çubuğunu yok saydığımızda kirişi iki rijit plaka olarak düşünelim. Sistemin sol tarafındaki mavi taranmış I. Plaka A dayanağı etrafında ters saat yönünde dönme veya açısal hız " ω_1 " ile döner. A dayanağı bu anlık 1. dönme merkezidir ve ① ile gösterelim. Sağ taraftaki rijit plaka B yatağı hareketli yatak olduğundan etki çizgisi yatak eksenine dik olmalıdır. Bu dik çizginin AE birleşiminden oluşan çizgi ile kesişme noktası bize, bu anlık 2. dönme merkezini (G noktası) verir. Buradada dönme veya açısal hız vardır. Geometriye göre saat yönünde dönme veya açısal hız " ω_2 " ile döner. A ve G dönme merkezlerinin dönme veya açısal hızları, geometriden dolayı biri birine eşittir:

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega$$

F 8

S_1 çubuğunun D noktasının 1 birim uzamasını bu anlık 2. dönme merkezini G noktasına göre yazarsak:

$$-1 = \omega \cdot 2L$$

Bu denklemden dönme merkezlerindeki açısal hızları buluruz:

$$\omega = -\frac{1}{2L}$$

F 9

Diğer taraftan S_1 çubuğunun C noktasının dönmesi, $3\omega L$ dir. Bu değere açısal hızın F 9 ile bulunan değerini yerleştirirsek S_1 çubuğunun C noktasındaki normal kuvvetin etki ordinatını buluruz.

$$C_{\eta N} = 3\omega L = 3 \cdot \frac{-1}{2L} \cdot L$$

$$C_{\eta N} = -\frac{3}{2}$$

F 10

$C_{\eta N}$ [-] S_1 çubuğunun C noktasındaki normal kuvvet etki ordinatı

F 10 ile bulunan $-3/2$ değeri Q ile çarpıldığında Q kuvvetinin C noktasına geldiğinde S_1 çubuğuna gelen normal kuvvetin değerini verir. Böylece S_1 çubuğunun C noktasındaki normal kuvveti bulunur. Q kuvveti A noktasında iken S_1 çubuğunun C noktasındaki normal kuvveti sıfırdır. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır.** A dayanağıdaki sıfır değeri ile C noktasındaki $-3/2$ değeri bir doğru ile birleştirilir.

Diğer taraftan D noktası için C noktasına analog hesap yapılırsa S_1 çubuğunun D noktasının dönmesi $2\omega L$ dir. Bu değere açılal hızın F 9 ile bulunan değerini yerleştirirsek S_1 çubuğunun D noktasındaki normal kuvvetin etki ordinatını buluruz.

$$D_{\eta N} = 2\omega L = 2 \cdot \frac{-1}{2L} \cdot L$$

$$D_{\eta N} = -1$$

F 11

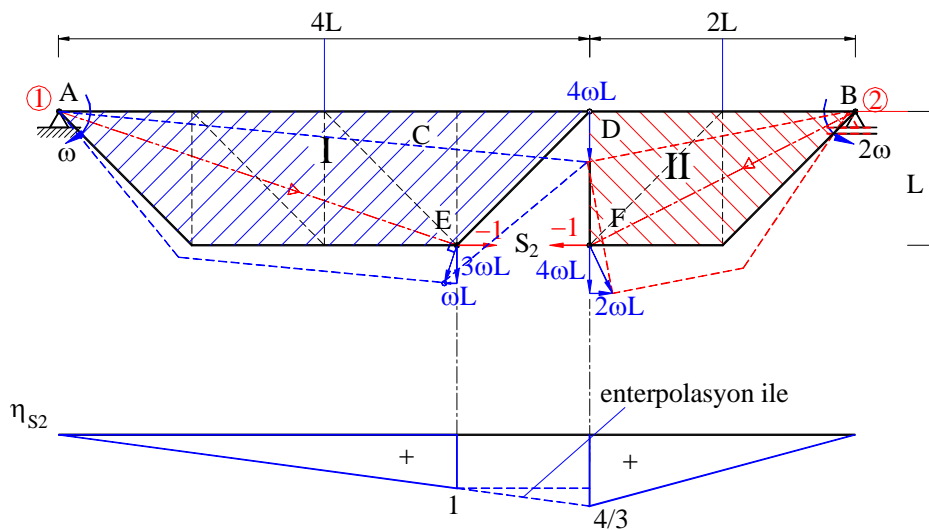
$D_{\eta N}$ [-] S_1 çubuğunun D noktasındaki normal kuvvet etki ordinatı

F 11 ile bulunan -1 değeri Q ile çarpıldığında Q kuvvetinin D noktasına geldiğinde S_1 çubuğuna gelen normal kuvvetin değerini verir. Böylece S_1 çubuğunun D noktasındaki normal kuvveti bulunur. Q kuvveti B noktasında iken S_1 çubuğunun D noktasındaki normal kuvveti sıfırdır. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır.** B dayanağıdaki sıfır değeri ile D noktasındaki -1 değeri bir doğru ile birleştirilir.

Böylece Şekil 41, η_{S1} detayı ile görülen etki çizgisi bulunur. Burada etki çizgisinin S_1 çubuğundaki dağılımı görülmemektedir. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır,** kuralına göre C noktasındaki $-3/2$ değeri ile D noktasındaki -1 değeri bir doğruyla birleştirilir. S_1 çubuğunun boyunca normal kuvvet etki çizgisi enterpolasyonla bulunmuş olur.

Böylece S_1 çubuğunun etki çizgisi bulunur.

3.2.1.3. S_2 çubuğu etki çizgisi η_{S2} in Land metodu ile çizimi.



Şekil 42, Land metodu ile S_2 çubuğunu zorlayan normal kuvvetin etki çizgisi η_{S2}

Şekil 42 ile S_2 çubuğunu zorlayan normal kuvvetin etki çizgisinin Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Sistem kafes giriş olduğundan burada etki çizgilerini hesaplamak için kafes giriş dosyasında gördüğümüz *virtüel kayma prensibini* tekrar kullanalım.

Virtüel kayma prensibinde hesabı yapılacak çubuk yok kabul edilerek sistemin reaksiyonu düşünülür ve düğüm noktalarındaki virtüel güçler eşitliği kurulur. S_2 çubuğunu yok sayalım ve çubuğu 1 birim boyunda uzatmak isteyelim. Sol taraftaki yatak hareketsiz yatak olduğu için çubuğu sol tarafa uzatamayız. Sağ taraftaki yatak hareketli yatak olduğundan S_2 çubuğunu sağ tarafa doğru 1 birim uzatabiliriz. Buda bize S_2 çubuğunun sağ tarafının aynı yerde kalması için -1 sola doğru kısılması gerektiğini gösterir.

S_2 çubuğunu yok saydığımızda girişi iki rijit plaka olarak düşünelim. Sistemin sol tarafındaki mavi taranmış I. Plaka A dayanağı etrafında saat yönünde dönme veya açısal hız " ω " ile döner. A dayanağı bu anlık 1. dönme merkezidir ve ① ile gösterelim. Sağ taraftaki kırmızı taranmış II. Plaka B dayanağı etrafında saat yönünün tersine geometri oranından dönme veya açısal hız " 2ω " ile döner. B dayanağı bu anlık 2. dönme merkezidir ve ② ile gösterelim.

S_2 çubuğunun 1 birim uzamasını E ve F noktalarının toplamı olarak buluruz.

$$1 = \omega \cdot 2L + \omega \cdot L$$

Bu denklemden dönme merkezlerindeki açısal hızları buluruz:

$$\omega = \frac{1}{3L} \quad \text{F 12}$$

Diğer taraftan S_2 çubuğunun E noktasının dönmesi, $3\omega L$ dir. Bu değere açısal hızın F 12 ile bulunan değerini yerleştirirsek S_2 çubuğunun E noktasındaki normal kuvvetin etki ordinatını buluruz.

$$E_{\eta N} = 3\omega L = 3 \cdot \frac{1}{3L} \cdot L$$

$$E_{\eta N} = 1 \quad \text{F 13}$$

$E_{\eta N}$ [-] S_2 çubuğunun E noktasındaki normal kuvvet etki ordinatı

F 13 ile bulunan "1" değeri Q ile çarpıldığında Q kuvvetinin E noktasına geldiğinde S_2 çubuğuna gelen normal kuvvetin değerini verir. Böylece S_2 çubuğunun E noktasındaki normal kuvveti bulunur. Q kuvveti A noktasında iken S_2 çubuğunun E noktasındaki normal kuvveti sıfırdır. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır.** A dayanağıdaki sıfır değeri ile E noktasındaki "1" değeri bir doğru ile birleştirilir.

Diğer taraftan F noktası için D noktasına analog hesap yapılırsa S_2 çubuğunun F noktasının dönmesi $4\omega L$ dir. Bu değere açısal hızın F 13 ile bulunan değerini yerleştirirsek S_2 çubuğunun F noktasındaki normal kuvvetinin etki ordinatını buluruz.

$$F_{\eta N} = 4\omega L = 4 \cdot \frac{1}{3L} \cdot L$$

$$F_{\eta N} = \frac{4}{3} \quad \text{F 14}$$

$F_{\eta N}$ [-] S_2 çubuğunun F noktasındaki normal kuvvet etki ordinatı

F 14 ile bulunan $4/3$ değeri Q ile çarpıldığında Q kuvvetinin F noktasına geldiğinde S_2 çubuğuna gelen normal kuvvetin değerini verir. Böylece S_2 çubuğunun F noktasındaki normal kuvveti bulunur. Q kuvveti B noktasında iken S_2 çubuğunun F noktasındaki normal kuvveti sıfırdır. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır.** B dayanağıdaki sıfır değeri ile F noktasındaki $4/3$ değeri bir doğru ile birleştirilir.

$$\delta_{S_4} = 1 = \delta_{ES_4} + \delta_{DS_4}$$

Bu denklemden dönme merkezlerindeki açısal hız " ω " bulunur:

$$\delta_{S_4} = \delta_{DS_4} + \delta_{ES_4} = 1 = \omega \cdot 2L / \sqrt{2} + \omega \cdot 4L / \sqrt{2} = \omega \cdot 6L / \sqrt{2}$$

$$1 = \omega \cdot 6L / \sqrt{2}$$

$$\omega = \frac{\sqrt{2}}{6L}$$

F 17

S_4 çubuğunun E noktasının dönmesi, $3\omega L$ dir. Bu değere açısal hızın F 17 ile bulunan değerini yerleştirirsek S_4 çubuğunun E noktasındaki normal kuvvetin etki ordinatını buluruz.

$$\eta_{ENS_4} = 3\omega L = 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{6L} \cdot L$$

$$\eta_{S_4EN} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

F 18

η_{S_4EN} [-] S_4 çubuğunun E noktasındaki normal kuvvet etki ordinatı

F 18 ile bulunan " $\sqrt{2}/2$ " değeri Q ile çarpıldığında Q kuvvetinin E noktasına geldiğinde S_4 çubuğuna gelen normal kuvvetin değerini verir. Böylece S_4 çubuğunun E noktasındaki normal kuvveti bulunur. Q kuvveti A noktasında iken S_4 çubuğunun E noktasındaki normal kuvveti sıfırdır. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır.** A dayanağıdaki sıfır değeri ile E noktasındaki " $\sqrt{2}/2$ " değeri bir doğru ile birleştirilir.

S_4 çubuğunun D noktasının dönmesi, $2\omega L$ dir. Bu değere açısal hızın F 17 ile bulunan değerini yerleştirirsek S_4 çubuğunun D noktasındaki normal kuvvetin etki ordinatını buluruz.

$$\eta_{S_4DN} = -2\omega L = -2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{6L} \cdot L$$

$$\eta_{S_4DN} = -\frac{\sqrt{2}}{3}$$

F 19

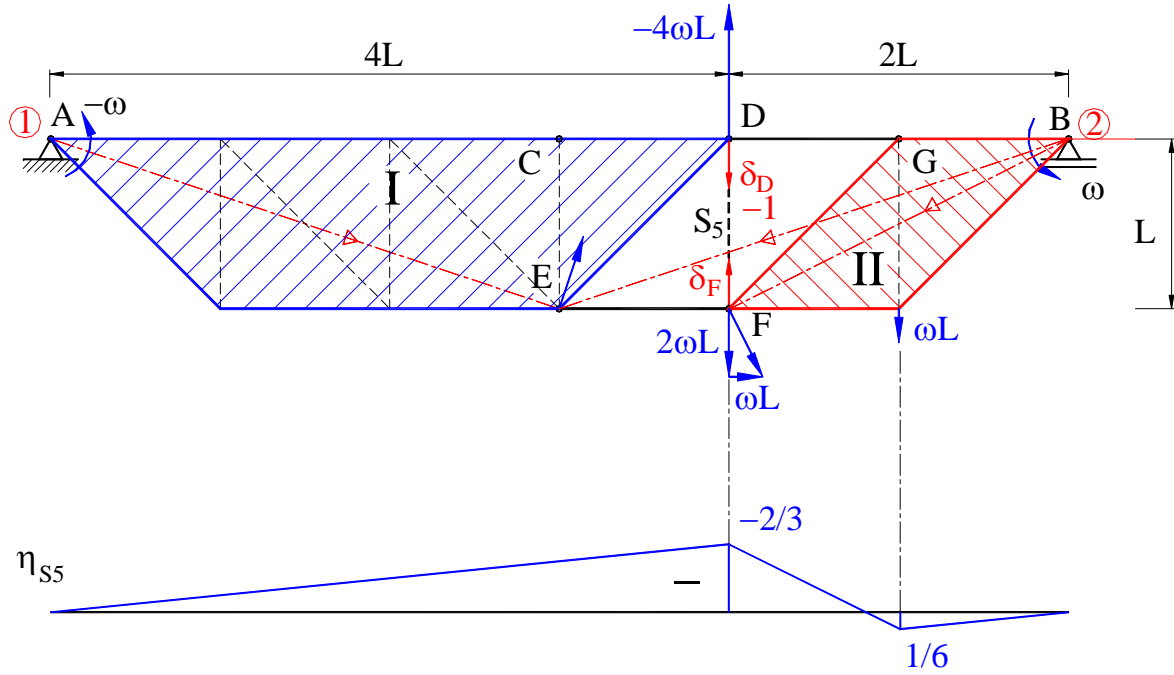
η_{S_4DN} [-] S_4 çubuğunun F noktasındaki normal kuvvet etki ordinatı

F 19 ile bulunan " $-\sqrt{2}/3$ " değeri Q ile çarpıldığında Q kuvvetinin D noktasına geldiğinde S_4 çubuğuna gelen normal kuvvetin değerini verir. Böylece S_4 çubuğunun D noktasındaki normal kuvveti bulunur. Q kuvveti B noktasında iken S_4 çubuğunun D noktasındaki normal kuvveti sıfırdır. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır.** B dayanağıdaki sıfır değeri ile D noktasındaki " $-\sqrt{2}/3$ " değeri bir doğru ile birleştirilir.

Böylece Şekil 44, η_{S_4} detayı ile görülen etki çizgisi bulunur. Burada etki çizgisinin S_4 çubuğundaki dağılımı görülmemektedir. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır,** kuralına göre E noktasındaki " $\sqrt{2}/2$ " değeri ile D noktasındaki " $-\sqrt{2}/3$ " değeri bir doğruyla birleştirilir. S_4 çubuğunun boyunca normal kuvvet etki çizgisi enterpolasyonla bulunmuş olur.

Böylece S_4 çubuğunun etki çizgisi bulunur.

3.2.1.6. S_5 çubuğu etki çizgisi η_{S5} in Land metodu ile çizimi.



Şekil 45, Land metodu ile S_5 çubuğunu zorlayan normal kuvvetin etki çizgisi η_{S5}

Şekil 45 ile S_5 çubuğunu zorlayan normal kuvvetin etki çizgisinin Land metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. Sistem kafes kiriş olduğundan burada etki çizgilerini hesaplamak için kafes kiriş dosyasında gördüğümüz *virtüel kayma prensibini* tekrar kullanalım.

S_5 çubuğunu yok sayalım ve çubuğu virtüel olarak 1 birim boyunda uzatalım. S_5 çubuğunu yok sayarsak kiriş iki rijit plaka olarak düşünülür. Sistemin sol tarafındaki mavi taranmış I. Plaka A dayanağı etrafında saat yönünün tersi dönme veya açısal hız " $-\omega$ " ile döner. A dayanağı bu anlık 1. dönme merkezidir ve ① ile gösterilir. Sağ taraftaki kırmızı taranmış II. Plaka B dayanağı etrafında saat yönünün tersine dönme veya açısal hız " ω " ile döner (geometri oranından). B dayanağı bu anlık 2. dönme merkezidir ve ② ile gösterilir. S_5 çubuğunun 1 birim uzamasını δ_F ve δ_D noktalarının mutlak toplamı olarak buluruz.

D noktasındaki 1 birim uzamasının değeri 1. dönme merkezine göre bulunur.

$$\delta_{DS5} = -\omega \cdot 4L$$

F noktasındaki 1 birim uzamasının değeri 2. dönme merkezine göre bulunur.

$$\delta_{FS5} = \omega \cdot 2L$$

S_5 çubuğunun 1 birim uzaması δ_{DS5} ile δ_{FS5} in mutlak değerlerinin toplamı ile bulunur:

$$\delta_{S5} = 1 = \delta_{FS5} + \delta_{DS5}$$

Bu denklemden dönme merkezlerindeki açısal hız " ω " bulunur:

$$1 = \omega \cdot 2L + \omega \cdot 4L$$

$$1 = \omega \cdot 6L$$

$$\omega = \frac{1}{6L}$$

F 20

S_5 çubuğunun D noktasının dönmesi, $4\omega L$ dir. Bu değere açısal hızın F 20 ile bulunan değerini yerleştirirsek S_5 çubuğunun D noktasındaki normal kuvvetin etki ordinatını buluruz.

$$\eta_{S5DN} = -4 \cdot \omega \cdot L = -4 \cdot \frac{1}{6L} \cdot L$$

$$\eta_{S5DN} = -\frac{2}{3}$$

F 21

η_{S5DN} [-] S_5 çubuğunun D noktasındaki normal kuvvet etki ordinatı

F 21 ile bulunan "-2/3" değeri Q ile çarpıldığında Q kuvvetinin D noktasına geldiğinde S_5 çubuğuna gelen normal kuvvetin değerini verir. Böylece S_5 çubuğunun D noktasındaki normal kuvveti bulunur. Q kuvveti A noktasında iken S_5 çubuğunun D noktasındaki normal kuvveti sıfırdır.

Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır. A dayanağıdaki sıfır değeri ile D noktasındaki "-2/3" değeri bir doğru ile birleştirilir.

S_5 çubuğunun G noktasının dönmesi, ωL dir. Bu değere açısal hızın F 20 ile bulunan değerini yerleştirirsek S_5 çubuğunun G noktasındaki normal kuvvetin etki ordinatını buluruz.

$$\eta_{S5GN} = \omega \cdot L = \frac{1}{6L} \cdot L$$

$$\eta_{S5GN} = \frac{1}{6}$$

F 22

η_{S5GN} [-] S_5 çubuğunun G noktasındaki normal kuvvet etki ordinatı

F 22 ile bulunan "1/6" değeri Q ile çarpıldığında Q kuvvetinin G noktasına geldiğinde S_5 çubuğuna gelen normal kuvvetin değerini verir. Böylece S_5 çubuğunun G noktasındaki normal kuvveti bulunur. Q kuvveti B noktasında iken S_5 çubuğunun G noktasındaki normal kuvveti sıfırdır. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır.** B dayanağıdaki sıfır değeri ile G noktasındaki "1/6" değeri bir doğru ile birleştirilir.

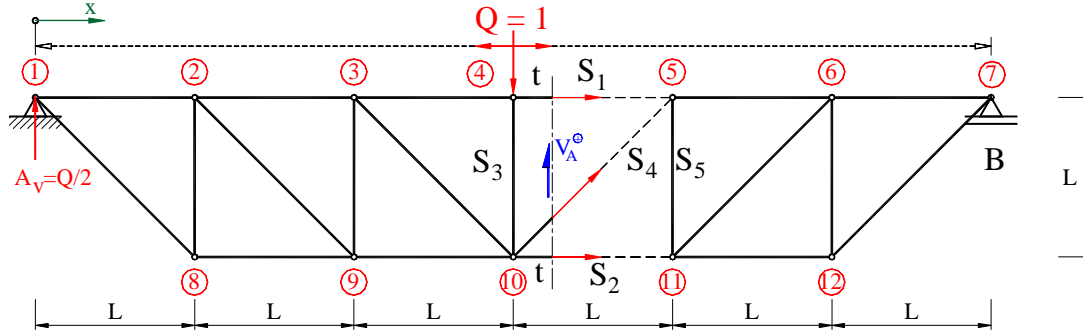
Böylece Şekil 45, η_{S5} detayı ile görülen etki çizgisi bulunur. Burada etki çizgisinin S_5 çubuğundaki dağılımı görülmemektedir. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır,** kuralına göre D noktasındaki "-2/3" değeri ile G noktasındaki "1/6" değeri bir doğruyla ile birleştirilir. S_5 çubuğunun boyunca normal kuvvet etki çizgisi enterpolasyonla bulunmuş olur.

Böylece S_5 çubuğunun etki çizgisi bulunur.

3.2.2. Çözüm b, Etki çizgilerinin analog Ritter kesiti ile bulunması

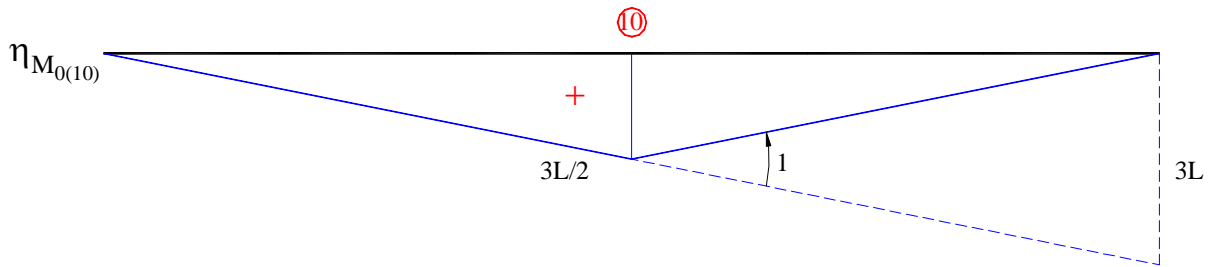
Bu sistemle çözüme başlamadan önce kafes kiriş dosyasındaki (44_02_00) şu hususları tekrarlamakta fayda vardır.

- Dolu kiriş olarak hesaplanan moment " M_0 ", kafes kirişte alt ve üst kuşak çubukları tarafından normal kuvvet olarak karşılanır. Bu Ritter kesiti metodunda açıkça görülür.
- Dolu kirişte moment " M_0 " "+" pozitif ise alt kuşak çubukları "çeki", üst kuşak çubukları "bası" çubuklarıdır.
- Dolu kirişte dik kuvveti " V_0 " köşegen ve dik çubuklar karşılar. Köşegen çubuklar "+" pozitif çapraz kuvveti " V_0 " in etkisindeyken yönlerine göre "çeki" veya "bası" çubuğu olurlar. Çelik konstrüksiyonda çapraz yönünü değiştirerek çubuğu burkulma etkisinden kurtararak çekiye çalışması sağlanır.
- Bilinmeyen çubuk kuvvetleri önce çeki kuvveti olarak düşünülür. Hesaplarda kuvvet negatif "-" çıkarsa çubuk kuvveti bası kuvvetidir.
- Konstrüksiyonun cinsine göre çubukların zorlanması seçilir. Çelik konstrüksiyonda çubukların çekiye, beton konstrüksiyonda ise basıya çalışmaları avantajlıdır.

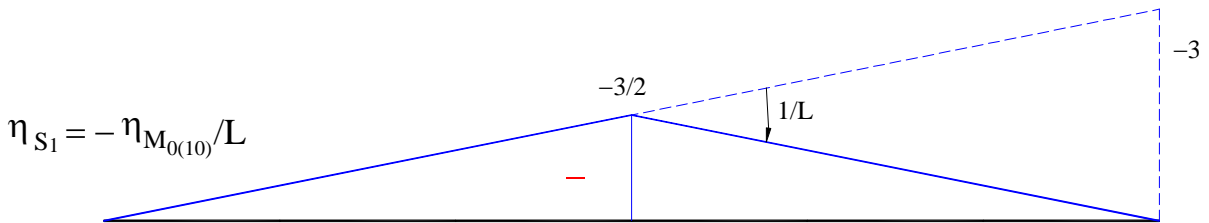


Şekil 46, Kafes kirişe analog etki çizgileri

3.2.2.1. S_1 çubuğu etki çizgilerinin Ritter kesiti ile çizimi.



Şekil 47, S_1 çubuğunun moment etki çizgisinin eşdeğer kirişte Ritter kesiti ile çizimi



Şekil 48, S_1 çubuğunun kuvvet etki çizgisinin Ritter kesiti ile çizimi

Şekil 47 ve Şekil 48 ile S_1 çubuğunun etki çizgilerinin Ritter kesiti metoduyla çizilmiş halleri görülmektedir. Etki çizgileri şu yolla çizilmiştir.

Burada "10" numaralı düğümde momentlerin denge denklemini kurarsak: $\Sigma M_{(10)} = 0$.

$$\begin{aligned} Q \text{ kuvveti 10 numaralı düğümün solunda ise;} & \quad S_1 \cdot L - Q \cdot (3L - x) + A_v \cdot 3L = 0 \\ \text{Diğer taraftan 10 numaralı düğümde moment;} & \quad M_{0(10)} = A_v \cdot 3L - Q \cdot (3L - x) \end{aligned}$$

Böylece şu denklem bulunur: $S_1 \cdot L + M_{0(10)} = 0$ F 23

$$\begin{aligned} Q \text{ kuvveti 10 numaralı düğümün sağında ise;} & \quad S_1 \cdot L + A_v \cdot 3L = 0 \\ \text{Diğer taraftan 10 numaralı düğümde moment;} & \quad M_{0(10)} = A_v \cdot 3L \end{aligned}$$

Böylece şu denklem bulunur: $S_1 \cdot L + M_{0(10)} = 0$ F 24

Q kuvveti 10 numaralı düğümde ise A_v kuvveti; $A_v = Q/2$

10 numaralı düğümde moment; $M_{0(10)} = A_v \cdot 3L = \frac{Q}{2} \cdot 3L$

Q = 1 ise $M_{0(10)} = \frac{3}{2} \cdot L$ F 25

Bu formül 10 numaralı düğümde momentin etki ordinatıdır. Q kuvveti A dayanağında iken 10 numaralı düğümdeki moment sıfırdır. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır.** A dayanağıdaki sıfır değeri ile 10 numaralı düğümdeki $3L/2$ değeri bir doğru ile birleştirilir. Diğer taraftan analog düşünceyle Q kuvveti B dayanağında iken 10 numaralı düğümdeki moment sıfırdır. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır.** B dayanağıdaki sıfır değeri ile 10 numaralı düğümdeki $3L/2$ değeri bir doğru ile birleştirilir. Böylece 10 numaralı düğümdeki momentin etki çizgisi bulunmuş olur.

F 23 veya F 24 ile S_1 i hesaplırsak F 26 bulunur. Bu formül aynı zamanda 10 numaralı düğümde S_1 kuvvetinin etki ordinatıdır.

$$S_1 = -\frac{1}{L} \cdot M_{0(10)} \quad \text{F 26}$$

F 26 ile 10 numaralı düğümdeki etki ordinatını hesaplırsak;

$$\eta_{S1} = -\frac{1}{L} \cdot M_{0(10)} = -\frac{1}{L} \cdot A_v \cdot 3L = -\frac{1}{L} \cdot \frac{Q}{2} \cdot 3L = -\frac{1}{L} \cdot \frac{1}{2} \cdot 3L$$

Veya:

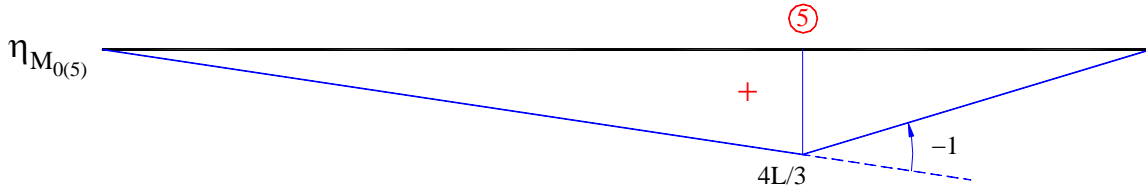
$$\eta_{S1} = -\frac{1}{L} \cdot M_{0(10)} = -\frac{1}{L} \cdot \frac{3}{2} \cdot L$$

$$\eta_{S1} = -\frac{3}{2} \quad \text{F 27}$$

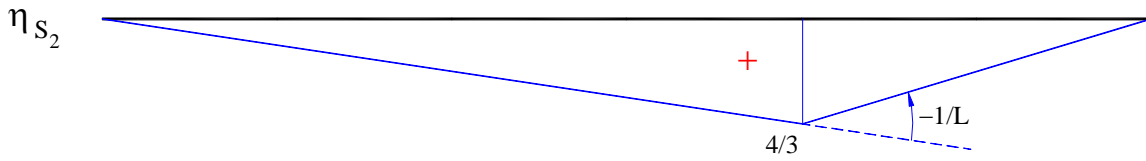
Burada moment "+" ve sonuç "-" olduğundan S_1 çubuğu basıya çalışır. Şekil 48 ile S_1 çubuğu kuvvetinin etki çizgisi F 27 ile bulunmuş olan $-3/2$ değeri 10 numaralı düğümde çizilir. Q kuvveti A dayanağında iken S_1 çubuğunun 10 numaralı düğümdeki çubuk kuvveti sıfırdır. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır.** A dayanağıdaki sıfır değeri ile 10 numaralı düğümdeki $-3/2$ değeri bir doğru ile birleştirilir. Diğer taraftan analog düşünceyle Q kuvveti B dayanağında iken S_1 çubuğunun 10 numaralı düğümdeki çubuk kuvveti sıfırdır. **Statik belirli sistemlerde bir aralıktaki etki çizgileri doğru parçalarıdır.** B dayanağıdaki sıfır değeri ile 10 numaralı düğümdeki $-3/2$ değeri bir doğru ile birleştirilir. Böylece S_1 çubuğunun çubuk kuvveti etki çizgisi bulunmuş olur.

3.2.2.2. S_2 çubuğu etki çizgilerinin Ritter kesiti ile çizimi.

Burada da işlemler S_1 çubuğu hesaplarına benzer yapılır.



Şekil 49, S_2 çubuğunun moment etki çizgisinin eşdeğer kirişte Ritter kesiti ile çizimi



Şekil 50, S_2 çubuğunun kuvvet etki çizgisinin Ritter kesiti ile çizimi

Şekil 49 ve Şekil 50 ile S_2 çubuğunun etki çizgilerinin Ritter kesiti metoduyla çizilmiş halleri görülmektedir.

Burada "5" numaralı düğümde momentlerin denge denklemini kurarsak: $\Sigma M_{(5)} = 0$.

Q kuvveti "5" numaralı düğümün solunda ise; $S_2 \cdot L + Q \cdot (4L - x) - A_v \cdot 4L = 0$

Diğer taraftan "5" numaralı düğümde moment; $M_{0(5)} = A_v \cdot 4L - Q \cdot (4L - x)$

Böylece şu denklem bulunur:

$$S_2 \cdot L - M_{0(5)} = 0 \quad \text{F 28}$$

Q kuvveti "5" numaralı düğümün sağında ise; $S_2 \cdot L - A_v \cdot 4L = 0$

Diğer taraftan "5" numaralı düğümde moment; $M_{0(5)} = A_v \cdot 4L$

Böylece şu denklem bulunur:

$$S_2 \cdot L - M_{0(5)} = 0 \quad \text{F 29}$$

Q kuvveti "5" numaralı düğümde ise; $A_v \cdot 6L - Q \cdot 2L = 0$

$$A_v = Q/3$$

"5" numaralı düğümde moment

$$M_{0(5)} = A_v \cdot 4L = \frac{Q}{3} \cdot 4L$$

Q = 1 ise

$$M_{0(5)} = \frac{4}{3} \cdot L \quad \text{F 30}$$

F 30 aynı zamanda "5" numaralı düğümün moment etki ordinatıdır.

$$\eta_{M_{0(5)}} = \frac{4}{3} \cdot L \quad \text{F 31}$$

Bu formül "5" numaralı düğümde momentin etki ordinatıdır. Q kuvveti A dayanağında iken "5" numaralı düğümdeki moment sıfırdır. Q kuvveti B dayanağında iken "5" numaralı düğümdeki moment sıfırdır. S_1 çubuğuna analog, burada "5" numaralı düğümdeki $4L/3$ moment ordinatı A ve B

dayanaklarının sıfır değeri ile birleştirilir. Böylece "5" numaralı düğümdeki momentin etki çizgisi bulunmuş olur.

F 28 veya F 29 ile S_2 yi hesaplırsak F 32 bulunur. Bu formül aynı zamanda "5" numaralı düğümde S_2 kuvvetinin etki ordinatıdır.

$$S_2 = \frac{1}{L} \cdot M_{0(5)} \quad \text{F 32}$$

F 32 ile "5" numaralı düğümdeki etki ordinatını hesaplırsak;

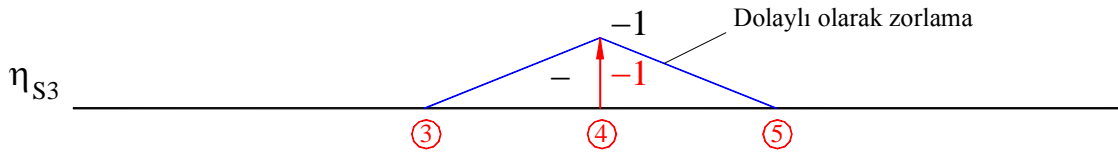
$$\eta_{S_2} = \frac{1}{L} \cdot M_{0(5)} = \frac{1}{L} \cdot \frac{4}{3} \cdot L \quad \text{veya} \quad \eta_{S_2} = \frac{1}{L} \cdot \frac{Q}{3} \cdot 4L$$

$$\eta_{S_2} = \frac{4}{3} \quad \text{F 33}$$

Burada moment "+" ve sonuç "+" olduğundan S_2 çubuğu çekiye çalışır. Şekil 50 ile S_2 çubuğu kuvvetinin etki çizgisi F 33 ile bulunmuş olan etki ordinatının $4/3$ değeri "5" numaralı düğümde çizilir. Q kuvveti A dayanağında iken S_2 çubuğunun kuvveti sıfırdır. Q kuvveti B dayanağında iken S_2 çubuğunun kuvveti sıfırdır. S_1 çubuğuna analog, burada "5" numaralı düğümdeki $4/3$ ordinatı A ve B dayanaklarının sıfır değeri ile birleştirilir. Böylece S_2 çubuğu etki çizgisi bulunmuş olur.

3.2.2.3. S_3 çubuğu etki çizgisinin Ritter kesiti ile çizimi.

Buradan itibaren etki çizgileri S_1 çubuğunda verilmiş detaylı izahatın ışığında çizilir, ama detay verilmeden doğrudan formüllerle gösterilecektir.

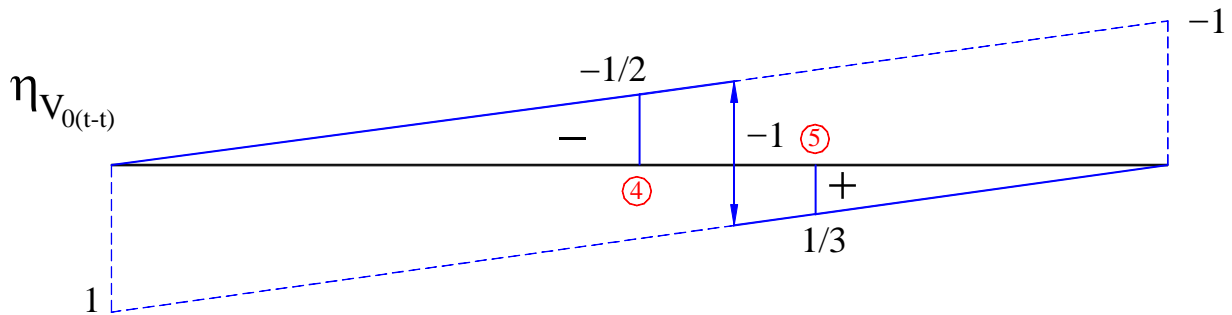


Şekil 51, S_3 çubuğunun kuvvet etki çizgisinin Ritter kesiti ile çizimi

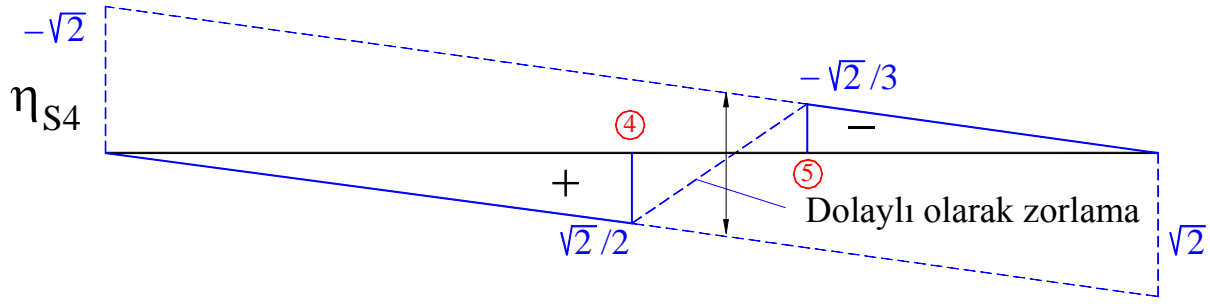
Şekil 51 ile S_3 çubuğunun etki çizgisinin Ritter kesiti metoduyla çizilmiş hali görülmektedir. S_3 çubuğu yalnız hareketli kuvvet $Q=1$ "4" numaralı düğüm noktasında iken $N=Q$ kadar normal kuvvetle zorlanır. Dolaylı olarak hareketli kuvvetin "3" ile "5" numaralı düğüm noktaları arasında iken Şekil 51 ile görüldüğü gibi zorlanır.

Dikkat edilecek husus; düğüm noktaları arasındaki kuvvet zorlamaları komşu düğüm noktaları vasıtasıyla etkilerini gösterirler. Etki çizgileride doğrudur.

3.2.2.4. S_4 çubuğu etki çizgilerinin Ritter kesiti ile çizimi.



Şekil 52, S_4 çubuğunda dik kuvvet etki çizgisinin eşdeğer kirişte Ritter kesiti ile çizimi



Şekil 53, S₄ çubuğunun kuvvet etki çizgisinin Ritter kesiti ile çizimi

Şekil 52 ve Şekil 53 ile S₄ çubuğunun etki çizgilerinin Ritter kesiti metoduyla çizilmiş halleri görülmektedir. Etki çizgileri şu yolla çizilmiştir.

Burada çapraz kuvvetler denge denklemini kurarsak: $\Sigma F_v = 0$

Q kuvveti "4" numaralı düğümün solunda ise; $\frac{S_4}{\sqrt{2}} - Q + A_v = 0$

t-t kesitinde çapraz kuvvet; $V_{0(t-t)} = A_v - Q$

Böylece şu denklem bulunur:

$$\frac{S_4}{\sqrt{2}} + V_{0(t-t)} = 0 \quad \text{F 34}$$

Q kuvveti "5" numaralı düğümün sağında ise; $\frac{S_4}{\sqrt{2}} + A_v = 0$

Q kuvveti "5" numaralı düğümde ise; $V_{0(t-t)} = A_v$

Böylece şu denklem bulunur:

$$\frac{S_4}{\sqrt{2}} + V_{0(t-t)} = 0 \quad \text{F 35}$$

F 34 veya F 35 ile S₄ kuvvetini hesaplırsak F 36 bulunur.

$$S_4 = -V_{0(t-t)} \cdot \sqrt{2} \quad \text{F 36}$$

Bu formül aynı zamanda S₄ kuvvetinin etki ordinatıdır.

$$\eta_{S_4} = -\eta_{V_{0(t-t)}} \cdot \sqrt{2} \quad \text{F 37}$$

Çapraz kuvvet V₀ "+" pozitif ve sonuç "-" negatif olduğundan çubuk basıya çalışır. Etki ordinatlarının değerlerini bulmak için η_v ordinatlarını bulmamız gerekir.

Q kuvveti "4" numaralı düğümde iken A_{v4} kuvveti:

$$A_{v4} \cdot 6L - Q \cdot 3L = 0$$

$$A_{v4} = \frac{1}{2} \cdot Q \quad \text{F 38}$$

$$V_{0(t-t)4} = A_{v4} - Q = \frac{1}{2} \cdot Q - Q = -\frac{1}{2} \cdot Q \quad \text{F 39}$$

Bu formül aynı zamanda "4" numaralı düğümde çapraz kuvvetin eşdeğer kiriş için etki ordinatıdır.

Q = 1 ise

$$\eta_{V0(t-t)4} = -\frac{1}{2}$$

F 40

Q kuvveti "5" numaralı düğümde iken A_{V5} kuvveti:

$$A_{V5} \cdot 6L - Q \cdot 2L = 0$$

$$A_{V5} = \frac{1}{3} \cdot Q$$

F 41

$$V_{0(t-t)5} = A_{V5} = \frac{1}{3} \cdot Q$$

F 42

Bu formül aynı zamanda "5" numaralı düğümde çapraz kuvvetin eşdeğer kiriş için etki ordinatıdır.

Q = 1 ise

$$\eta_{V0(t-t)5} = \frac{1}{3}$$

F 43

Burada bulduğumuz değerleri ait oldukları formüllerde yerleştirirsek S_4 çubuğunun etki çizgisi ordinatlarını buluruz.

"4" numaralı düğümde (F 36 ile F 40)

$$\eta_{S4} = \sqrt{2} / 2$$

F 44

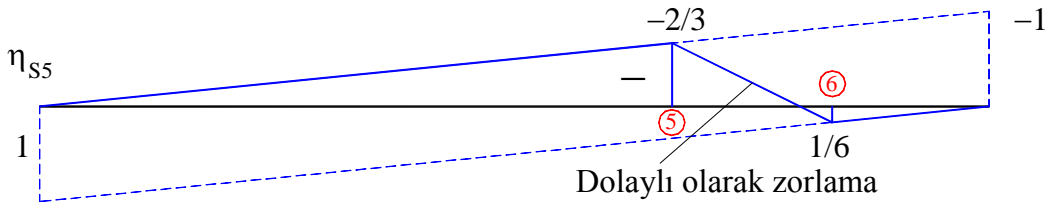
"5" numaralı düğümde (F 37 ile F 43)

$$\eta_{S4} = -\sqrt{2} / 3$$

F 45

Böylece S_4 çubuğunun etki çizgileri bulunmuş olur. Dolaylı olarak hareketli kuvvetin "3" ile "5" numaralı düğüm noktaları arasında iken Şekil 53 ile görüldüğü gibi zorlanır.

3.2.2.5. S_5 çubuğu etki çizgilerinin Ritter kesiti ile çizimi.



Şekil 54, S_5 çubuğunda etki çizgisinin Ritter kesiti ile çizimi

Q kuvveti "5" numaralı düğümde iken A_{V5} kuvveti F 41 $A_{V5} = \frac{1}{3} \cdot Q$

Q kuvveti "5" numaralı düğümde iken $V_{0(5)}$ kuvveti

$$V_{0(5)} = A_{V5} - Q = \frac{1}{3} \cdot Q - Q \quad V_{0(5)} = -\frac{2}{3} \cdot Q \quad Q = 1 \text{ ise } V_{0(5)} = -\frac{2}{3}$$

Bu formül aynı zamanda "5" numaralı düğümde çapraz kuvvetin eşdeğer kiriş için etki ordinatıdır.

$$\eta_{V0(5)} = -2/3$$

F 46

Q kuvveti "6" numaralı düğümde iken A_{V6} kuvveti F 41 $A_{V6} = \frac{1}{6} \cdot Q$ aynı işlemleri yaparsak

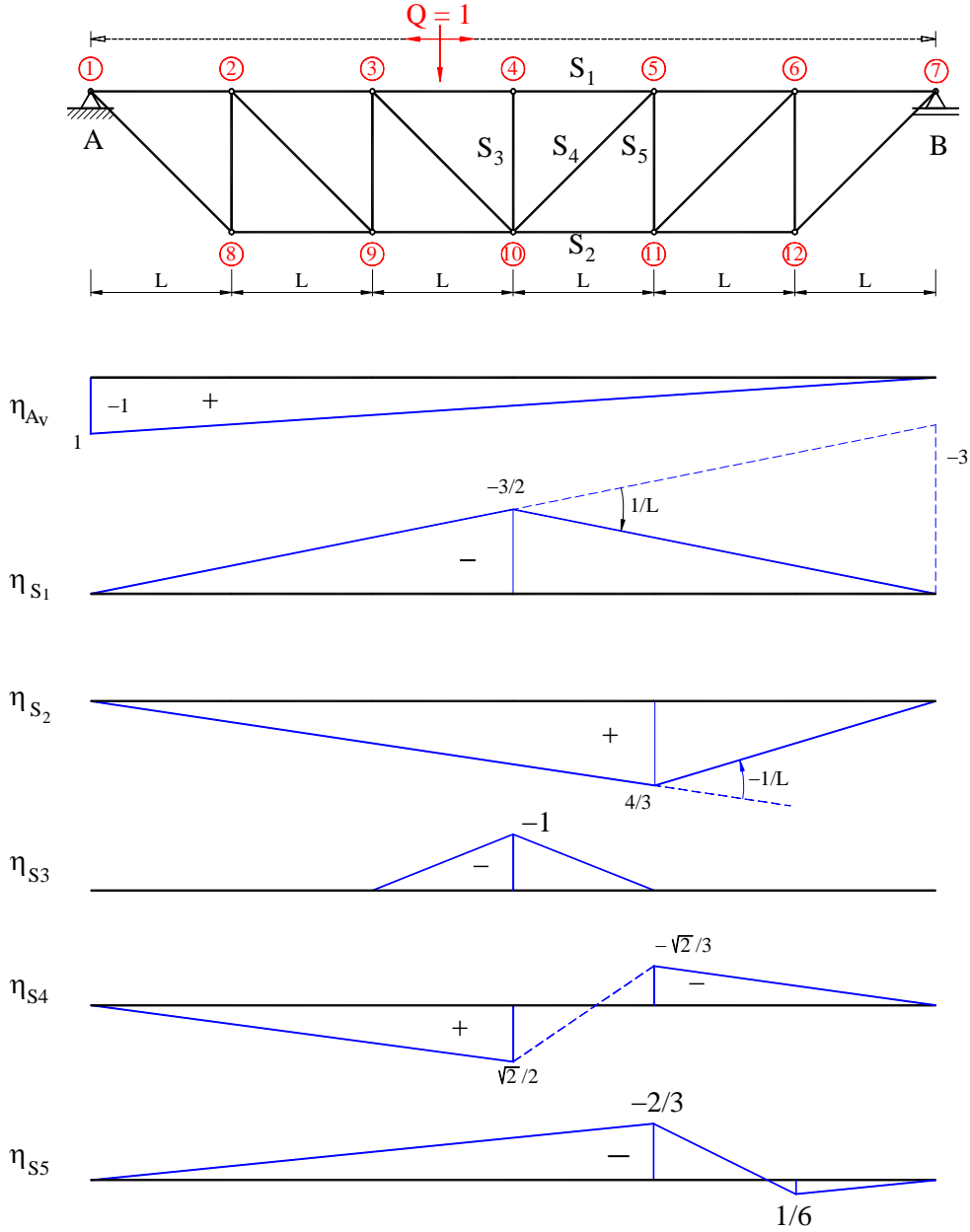
$$\eta_{V0(6)} = 1/6$$

F 47

Böylece S_5 çubuğunun etki çizgileri bulunmuş olur. Dolaylı olarak hareketli kuvvetin "5" ile "6" numaralı düğüm noktaları arasında iken Şekil 54 ile görüldüğü gibi zorlanır.

3.2.3. Toparlama

Yukarıda Şekil 38 ile Şekil 54 arasında hesaplanan etki çizgilerini bir araya getirip toplu halde konstrüksiyonlarını çizerek Şekil 55 ile verilen diyagramları buluruz. Bu diyagramlar Alıştırma 2 için bulunan etki çizgileridir.



Şekil 55, Alıştırma 2 nin etki çizgileri

4. Konu İndeksi

A		L	
Analitik olarak statik belirleme.....	4	Land metodu	4, 5
B		P	
Birim deformasyonları.....	7	Portafo giriş.....	10
E		S	
Etki çizgisi	3	Statik bağıntıları kullanma metodu	4
Etki fonksiyonları	4	V	
Etki ordinatı	3	Virtüel kayma	5
K		Y	
Klasik giriş.....	10	Yer yer belirleme metodu	4
Konum fonksiyonları	4		