

İlk yayın: 1 Temmuz 2014

www.guven-kutay.ch

YAPI STATİĞİ

Prof. Dr. P. Marti

Kafes Kirişler

44-02-1

Bu dosyayı [44_00_Statığe Giriş ve Özet](#) dosyasıyla beraber incerseniz daha iyi anlarsınız.

Çevirenler: *M. Güven KUTAY, Muhammet ERDÖL*

En son durum: 11 Eylül 2014

Bu dosyalarda yalnız ders notlarının tercümesi verilmiştir. Daha geniş ve detaylı bilgi almanız için *Prof. Dr. P. Marti* nin Statik kitabını öneririm.

Almanca-Deutsch



Peter Marti
Baustatik, Grundlagen-
Stabtragwerke-Flächentragwerke
Ernst & Sohn, Berlin, 2012

İngilizce-English



Peter Marti
Theory of Structures, Fundamentals,
Framed Structures, Plates and Shells
Ernst & Sohn, Berlin, 2012

Prof. Dr. P. Marti



Prof. Dr. sc. Peter Marti
1990 ile 2014 senelerinde
Zürich ETH da İnşaat Statığı
ve Konstrüksiyonu Profesörü

DİKKAT:

Bu çalışma iyi niyetle ve bugünün teknik imkanlarına göre yapılmıştır. Bu çalışmadaki bilgilerin yanlış kullanılmasından doğacak her türlü maddi ve manevi zarar için sorumluluk kullanana aittir. Bu çalışmadaki bilgileri kullananlara, kullandıkları yerdeki şartları iyi değerlendirip buradaki verilerin yeterli olup olmadığına karar vermeleri ve gerekirse daha detaylı hesap yapmaları önerilir. Eğer herhangi bir düzeltme, tamamlama veya bir arzunuz olursa, hiç çekinmeden bizimle temasa geçebilirsiniz.

Statik dosyalarında kullandığımız bazı terimlerin Almanca'dan Türkçe karşılığını, ne Türk Dil Kurumunda nede normal veya elektronik sözlüklerde bulamadık. Hedefimiz Türkçe bilen ve temel bilgisi az dahi olan kütleye basit olarak bilgileri aktarmak olduğu için, kendi mantığımıza göre okuyucunun anlayacağı, basit Türkçe terimler kullandık. Ayrıca 44-00 numaralı dosyada Türkçe-Almanca-(İngilizce-Fransızca) sözlük ile kaynakları verdik. İsteyen oradan kullanılan Türkçe terimleri bulabilir. Bilginiz ola!..

*Terimlerin Türkçe karşılığı için büyük yardımı olan sayın **Muhammet ERDÖL** e kendim ve dosyadan faydalanacakların adına şimdiden çok teşekkür ederim.*

İÇİNDEKİLER

0.	Giriş.....	3
1.	Kafes kirişlerin analizi	4
1.1.	Sistemin statik analizi	4
1.1.1.	Düzlem kafes kirişlerin analizi	4
1.1.2.	Düzlem kafes kirişlerin şekilleri	4
1.1.3.	Uzaysal kafes kirişlerin analizi	5
1.2.	Sistemin reaksiyon kuvvetlerinin bulunması	6
1.2.1.	Kafes kirişin geometrisi	6
1.3.	Sistemde çubuk kuvvetlerinin bulunması	6
1.3.1.	Grafik çözüm, Cremonaplan	6
1.3.2.	Grafik çözüme örnek.....	8
1.3.3.	Analitik çözüm.....	9
1.3.3.1.	Düğümde Denge Metodu, DDM	9
1.3.3.2.	Ritter Kesiti Metodu.....	10
1.3.3.3.	Virtüel İş Prensibi Metodu	10
1.4.	Sistemde çubuk kuvvetlerinin gösterilmesi ve sistemin özeti.....	11
2.	Örnek, Düzlemde basit kafes kiriş.	12
2.1.	Sistemin statik analizi.....	12
2.2.	Sistemin reaksiyon kuvvetlerinin hesabı	12
2.2.1.	Kafes kirişin geometrisi	13
2.3.	Sistemde çubukların kuvvetlerinin bulunması.....	13
2.3.1.	Düğümde Denge Metodu, DDM.....	13
2.3.2.	Ritter Kesiti Metodu, RKM	14
2.3.3.	Virtüel İş Prensibi Metodu, VIP	15
2.4.	Sistemde çubuk kuvvetlerinin gösterilmesi ve sistemin özeti.....	16
3.	Özet.....	16
3.1.	Kafes kiriş konstrüksiyon şekillerine genel bakış.....	17
3.2.	Kafes kiriş konstrüksiyonunda özel haller.....	17
4.	Konu İndeksi	18

0. Giriş

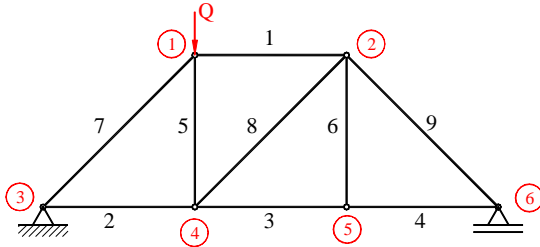
Kafes kiriş çelik konstrüksiyondaki en uygun çözümlerden biridir ve yalnız çubuklardan oluşur. Kafes konstrüksiyon birbiriyle düğüm noktalarıyla bağlanmış doğru eksenli çubuklardan oluşan bir sistemdir. Her çubuk uç noktalarından bağlanmış kiriş olarak kabul edilir ve hiçbiri düğüm noktalarından ileri geçemez. Sistemin hesabı bütün dış kuvvetler düğüm noktalarına etki eder veya ediyormuşçasına kabul edilerek yapılır. Düğüm noktaları genelde kaynak konstrüksiyonla sabit birleştirilirse, oynak olarak kabul edilirler. Çubukların ağırlıkları eşit olarak uç düğüm noktaları tarafından taşındığı kabul edilir. Böylece çubuklarda ve düğümlerde, yalnız aksel kuvvetlerin etkisi oluşur ve moment oluşmaz. Çubuklar ya çekme yada basma kuvveti etkisindedir. Pratikte taşıyıcı kafes kirişler uzaysal sistem olarak kullanılır. Hesaplar sistemi tek düzleme indirgeyerek yapılır. Çeşitli kafes kiriş sistemleri vardır. Bunlar kullandıkları yerlere göre seçilirler. Kren kirişlerinde Şekil 1 ile görülen tip yaygın olarak kullanılır. Kren kirişleri özel kafes kirişlerdir. Çünkü; alt ve üst kuşak çubukları birbiriyle paraleldir ve çubuklar birbirine benzerdir. Kiriş aynı ağırlıktaki modülden oluşur. Böylece kren kirişinin hesabı daha kolay olur. En basit kafes konstrüksiyon Şekil 1 ile gösterilen üçgen bağlantılı sistemdir. Buna "**baz üçgen kafes**" de denir. Pratikte birbirini takip eden üçgen bağlantılı kafesler, sistemi oluşturur. İki düzlem kafes kirişi birbirleriyle "**enleme kirişler**", nadir olarakta "**boylama kirişlerle**" düğüm noktalarında bağlanırlar.

Kafes kiriş ideal kafes kiriş olarak kullanılır. İdeal kafes kirişin tarifini yapacak olursak:

- Çubuklar pratikte düz kabul edilmektedir,
- Düğüm noktaları (bağlantı noktalarına bu ad verilir) sürtünmesiz olarak kabul edilir,
- Çubukların nötr eksenleri düğüm noktalarında kesişmelidir,
- Düğüm noktalarında momentsiz yalnız aksel kuvvetler oluşmalıdır,
- Çubuklar yalnız normal (boyuna aksel) kuvvetlerin etkisinde olmalıdır.

Kafes kirişler konusunda göreceğimiz gibi, çubuklar ve düğüm noktalarında moment etkisi yoktur. Üst ve alt kuşak çubukları momentten oluşan yatay kuvvetlerini (çeki veya bası) , dik ve köşegen çubuklarda dik kuvvetleri karşılarlar.

Kafes kirişler konusunu daha çabuk ve temelinden öğrenebilmek için bir örnekle (Şekil 1) yolumuza devam edelim. Önce tanımlamalarımızı yapalım. Düğümler ve çubuklar sıralarına ve tiplerine göre numaralandırılır. Numaranın indisinde ne oldukları belirtilir. Düğümler için "d" indisi kullanılır. Çubuğun tipine göre "Üs" üst kuşak çubuğu, "Al" alt kuşak çubuğu, "Di" dikme çubuğu ve "Kö" köşegen çubuğu olduğunu gösterir. Mümkünse düğümler kırmızı renkle, çubuklarda siyah renkle numaralanır.



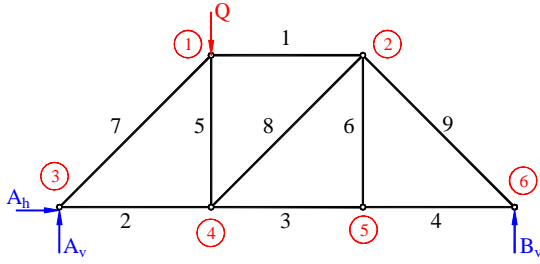
Şekil 1, Kafes kiriş

- ① Bir numaralı düğüm.
- ④ Dört numaralı düğüm.
- 1 Bir numaralı çubuk, üst kuşak çubuğu.
- 3 Üç numaralı çubuk, alt kuşak çubuğu.
- 8 Sekiz numaralı çubuk, köşegen çubuğu.
- 5 Beş numaralı çubuk, dikme çubuğu.

Düğümler ve çubukların sıradan numaralanmasının sebebi, sistemin statik analizinde gereken bilgilerin doğrudan bulunmasıdır.

Dikkat: Hesaplarda en önemli husus, hesabı çok dikkatli ve sabırla yavaş yavaş yapmaktır. Ufak bir hata ya gözden kaçır veya bulunması hızla kazanılan zamandan daha çok zamana mal olur.

Örnekler: Şekil 4 ve Şekil 5 ile verilen kafes kirişlerin analizi



Şekil 4, 9 çubuklu, 6 düğümlü kafes kiriş

Düğüm sayısı $n_d = 6$,
Çubuk sayısı $n_ç = 9$.
Reaksiyon sayısı $a = 3$ (A_h , A_v ve B_v)

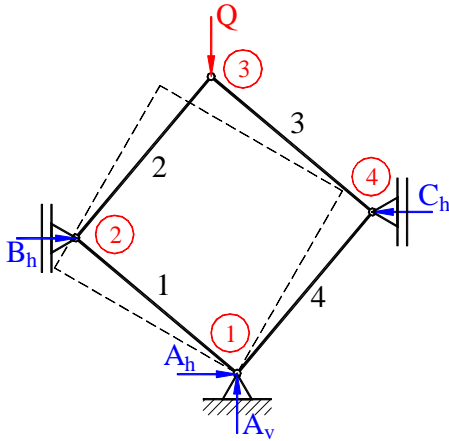
Değerleri Formül F 1 ile hesaplırsak:

$$K_{Dü} = 2 \cdot n_d - a - n_ç$$

$$K_{Dü} = 2 \cdot 6 - 3 - 9 = 0 \quad \text{verir.}$$

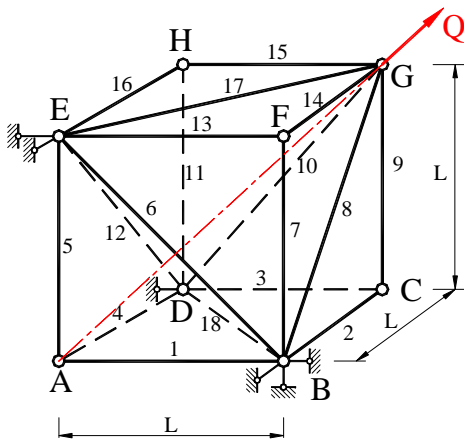
Buda kafes kiriş konstruksiyonun statik belirli olduğunu ve fonksiyonunu yapacağını gösterir.

Diğer taraftan Şekil 6 ile görülen durumda;

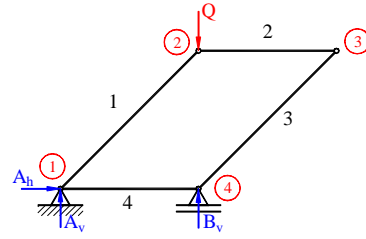


Şekil 6, 4 çubuklu, 4 düğümlü kafes kiriş

1.1.3. Uzaysal kafes kirişlerin analizi



Şekil 7, Uzaysal kafes kirişler



Şekil 5, 4 çubuklu, 4 düğümlü kafes kiriş

Düğüm sayısı $n_d = 4$,
Çubuk sayısı $n_ç = 4$.
Reaksiyon sayısı $a = 3$ (A_h , A_v ve B_v)

Değerleri Formül F 1 ile hesaplırsak:

$$K_{Dü} = 2 \cdot n_d - a - n_ç$$

$$K_{Dü} = 2 \cdot 4 - 3 - 4 = 1 \quad \text{verir.}$$

Buda kafes kiriş konstruksiyonun statik belirli olmadığını ve fonksiyonunu yapamaz.

Düğüm sayısı $n_d = 4$,
Çubuk sayısı $n_ç = 4$.
Reaksiyon sayısı $a = 4$ (A_h , A_v , B_h ve C_h)

Değerleri Formül F 1 ile hesaplırsak:

$$K_{Dü} = 2 \cdot n_d - a - n_ç$$

$$K_{Dü} = 2 \cdot 4 - 4 - 4 = 0 \quad \text{verir.}$$

Burada sistemin sayısal bağıntı ile analizini yapmak bize karar vermemiz için gerekiyisede kinematik rijitliğin kontrolü ile karar tam olarak verilir. Şekil 6 ile verilen örnekte sayısal bağıntı analizi konstruksiyonun statik belirli olduğunu göstermesine rağmen sistem rijit değildir ve fonksiyonunu yapamaz.

Uzaysal kafes kirişlerin statik belirlilik hesabı düzlem kafes kirişlerde olduğu gibi statik belirlilik katsayısı formülü F 2 ile hesaplanır.

$$K_{Ha} = 3 \cdot n_d - a - n_ç \quad \text{F 2}$$

K_{Ha} [-] Uzaysal kafes kirişte statik belirlilik katsayısı
 a [-] Reaksiyon sayısı
 $n_ç$ [-] Çubuk sayısı
 n_d [-] Düğüm sayısı

Eğer $K_{Ha} = 0$ ise konstruksiyon statik belirlidir ve fonksiyonunu yapar. Eğer $K_{Ha} \neq 0$ ise konstruksiyon statik belirli değildir ve fonksiyonunu yapamaz.

Örnek olarak Şekil 7 ile verilmiş olan uzaysal kafes kirişi ele alalım ve F_2 ile kontrolümüzü yapalım.

Düğüm sayısı	$n_d = 8$,
Çubuk sayısı	$n_ç = 18$.
Reaksiyon sayısı	$a = 6$ ($B_x, B_y, B_z, D_x, E_x, ve E_y$)

Değerleri Formül F_2 ile hesaplırsak:

$$K_{Ha} = 3 \cdot n_d - a - n_ç$$

$$K_{Ha} = 3 \cdot 8 - 6 - 18 = 0 \quad \text{verir.}$$

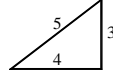
Eğer $K_{Ha} = 0$ ise konstruksiyon statik belirlidir ve fonksiyonunu yapar. Burada sistemin sayısal bağıntı ile analizini yapmak, bize karar vermemiz için gereklisede kinematik rijitliğin kontrolü ile karar tam olarak verilir. Burada sistem aynı zamanda rijittir ve kullanılabilir.

1.2. Sistemin reaksiyon kuvvetlerinin bulunması

Sistemin kuvvetlerin bulunması için kafes kiriş dolu kiriş olarak kabul edilir ve sistemdeki reaksiyonlar hesaplanır. Hesaplarda kolaylık için kafes kirişin geometrisi daha önce belirlenir.

1.2.1. Kafes kirişin geometrisi

Kafes kirişin geometrisi Şekil 8 ile gösterilmiştir.



Şekil 8, Kafes kirişin geometrisi

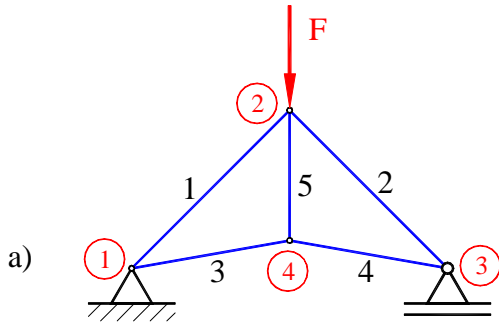
1.3. Sistemde çubuk kuvvetlerinin bulunması

Sistemde çubuk kuvvetleri iki ana metotla bulunur.

- Grafik çözüm,
- Analitik çözüm

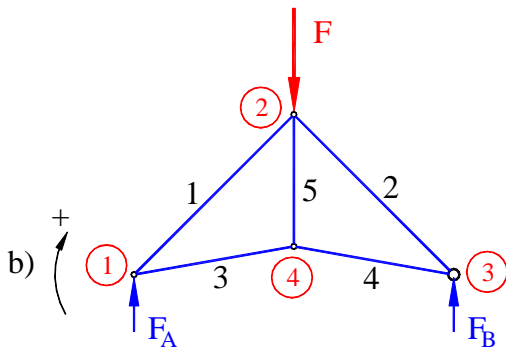
1.3.1. Grafik çözüm, Cremonaplan

Çözümü daha iyi anlayabilmek için basit bir kafes kiriş ele alalım.



Şekil 9, Basit kafes kiriş

Şekil 9 ile verilen basit kafes kirişi düğüm noktalarına göre serbest çubuk diyagramları olarak tek tek ele alalım ve çözümünü gerçekleştirelim.

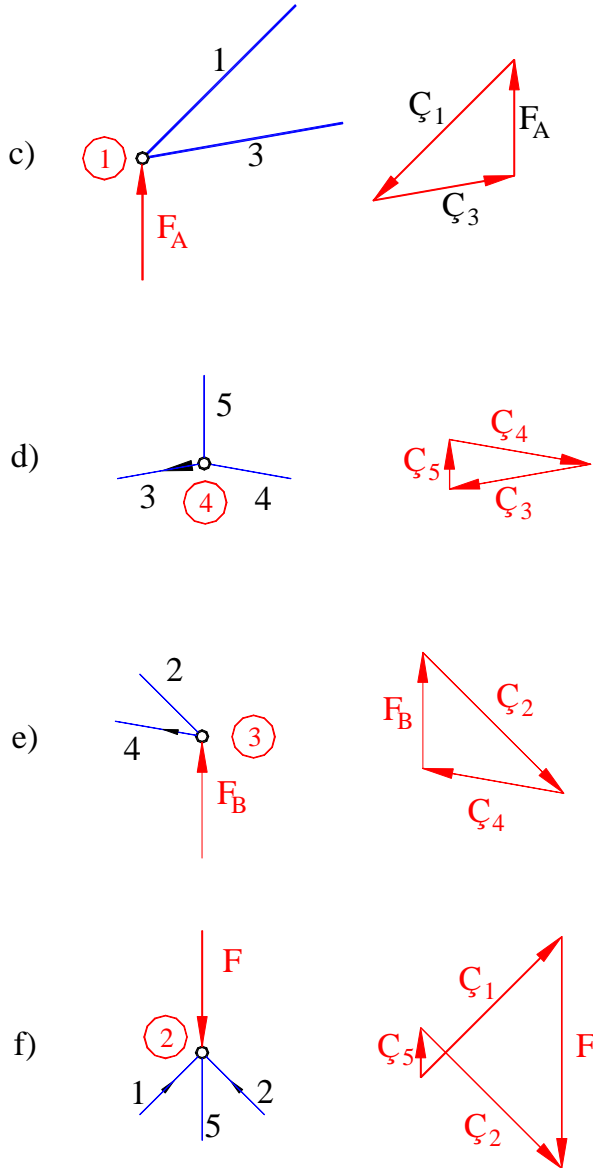


Şekil 10, Basit kafes kiriş yatak kuvvetleri

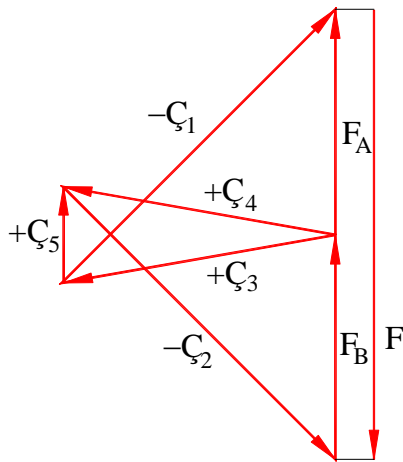
Şekil 9 - Şekil 11 ile bir kafes kirişte *Cremonaplan* yardımıyla çizimsel olarak çubuk kuvvetlerinin bulunması görülmektedir.

Çözüm yolu şöyledir:

1. Önce dayanak kuvvetleri bulunur ve moment için "+" artı yön kabul edilir.
2. Tek tek düğüm yerleri ele alınarak çubuk kuvvetleri bulunur.



Şekil 11, Kafes kirişte Cremonaplan



Şekil 12, Kafes kirişte Cremonaplan kontrolü

1 numaralı düğümde kuvvetler**Şekil 11 c :**

Burada F_A kuvvetinin değeri ve C_1 ile C_3 çubuklarının yönü bilindiğinden, her iki çubuğun kuvvetleri çizimle bulunur. Önce F_A kuvveti ölçekli çizilir. F_A kuvvetinin iki ucundan C_1 ile C_3 çubuklarının kuvvet yönü çizilir. Kesişme noktası ile F_A kuvvetinin arası C_1 ile C_3 kuvvetlerini verir.

4 numaralı düğümde kuvvetler**Şekil 11 d :**

1 numaralı düğüme benzer hareket edilir. C_3 kuvveti bilindiğinden ölçekli çizilir. C_3 kuvvetinin iki ucundan C_4 ile C_5 çubuklarının kuvvet yönü çizilir. Kesişme noktası ile C_3 kuvvetinin arası C_4 ile C_5 kuvvetlerini verir.

3 numaralı düğümde kuvvetler**Şekil 11 e :**

F_B ile C_4 kuvvetleri bilindiğinden ölçekli çizilirler. F_B ile C_4 kuvvetlerinin uçlarını birleştiren doğru C_2 kuvvetini verir.

2 numaralı düğümde kuvvetler**Şekil 11 f :**

Şimdi bütün kuvvetler bilindiğinden ölçekli çizilerek genel kontrol yapılır.

Bütün sistemin kontrol çizimi yapılarak herhangi bir yanlışın olmadığına tamamen emin olunur. Kontrol için *Cremonaplan* çizimi Şekil 12 ile görülmektedir.

Şekil 12 ile verilen "+" işareti çubuğun "çekmeye" zorlandığını, "-" işareti çubuğun "basmaya" zorlandığını gösterir.

1.3.2. Grafik çözüme örnek

Çizimsel hesaplama örneği için Şekil 13 ile verilen temel birimli basit kafes kirişi ele alalım. Teorik hesap yaptığımız için değerleri katsayısız hesaplayalım ve çubukların kendi ağırlıklarını dikkate almayalım.

Kabul edilen değerler: Modül ağırlığı $F_m = 1$ birim (1 kN) , Modül boyu $L_m = 1$ birim (1 m), Modül yüksekliği $h_m = 1$ birim (1 m).

İlk önce ölçek seçilip dış kuvvetler çizilir. Yukardan aşağı "+" F_m ve aşağıdan yukarı "-" F_A ve F_B . Böylece önce destek kuvvetleri bulunur (bkz Şekil 13).

$$\underline{F_A = F_B = 1,5 \cdot F_m}$$

Analitik olarak kontrolü:

$$\sum M_B = F_A \cdot L_K + 3 \cdot L_m \cdot F_m + 2 \cdot L_m \cdot F_m + L_m \cdot F_m = F_A \cdot 4 \cdot L_m + 6 \cdot L_m \cdot F_m = 0$$

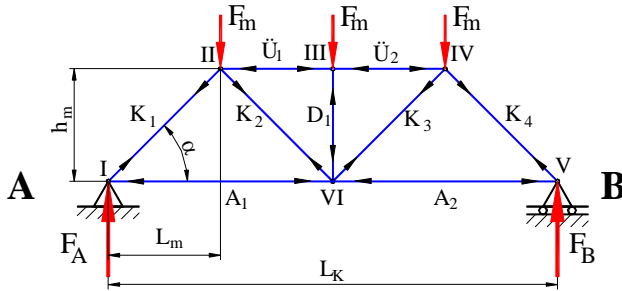
$$F_A = -\frac{6 \cdot L_m \cdot F_m}{4 \cdot L_m} = -1,5 \cdot F_m$$

$$\underline{F_A = F_B = -1,5 \cdot F_m}$$

Sistemin açıları:

$$\alpha = \arctan(h_m / L_m) = \arctan(1) = 45^\circ$$

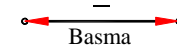
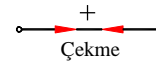
Sonra F_A nın ucundan çizime başlanır. Yuvarlak içinde verilmiş olan numaraları ① çizim sırasını gösterir. Bütün çubuklar resimdeki yönlerine göre Cremona Planına alınır ve çubuk çizimleri bitince kapalı bir sistem oluşmalıdır. Eğer çizim açıkta kalırsa bir yanlışlık olduğu ortaya çıkar. Şekil 13 deki diyagramda çubukların çalışma şekilleride verilmiştir. Ön işareti "+" olan çubuklar "**çekmeye çalışan**", ön işareti "-" olan çubuklar "**basmaya çalışan**" çubuklardır.



$$F_A = -1,5 \text{ kN}$$

$$F_B = -1,5 \text{ kN}$$

Çubuk kuvvetlerinin diyagramdan ölçülerek alınan büyüklükleri şöyledir;



$$K_1 = +2,120 \text{ kN}$$

$$K_2 = +0,71 \text{ kN}$$

$$K_3 = +0,71 \text{ kN}$$

$$K_4 = +2,120 \text{ kN}$$

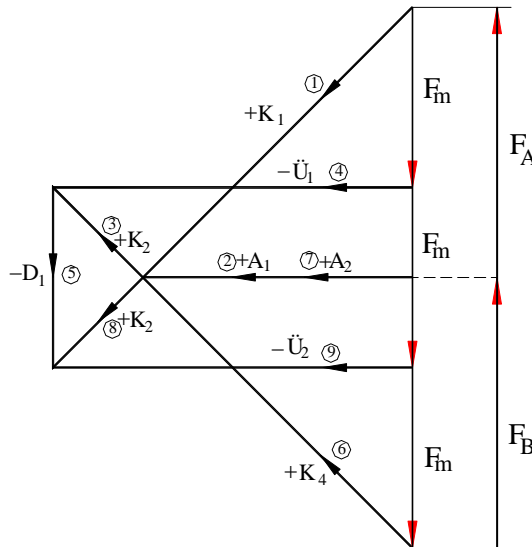
$$\dot{U}_1 = -2,0 \text{ kN}$$

$$\dot{U}_2 = -2,0 \text{ kN}$$

$$A_1 = +1,5 \text{ kN}$$

$$A_2 = +1,5 \text{ kN}$$

$$D_1 = -1,0 \text{ kN}$$



Şekil 13, Örnek kafes kiriş

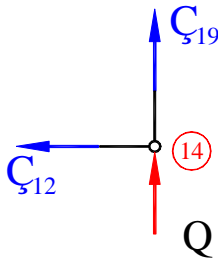
1.3.3. Analitik çözüm

Çubukları zorlayan kuvvetler genelde analitik olarak üç metotla bulunur:

1. **Düğümde Denge Metodu, DDM**
2. **Ritter Kesiti Metodu, RKM**
3. **Virtüel İş Prensibi, VIP**

1.3.3.1. Düğümde Denge Metodu, DDM

Düğümde denge denklemleri ile her düğümde çubuk kuvvetleri ve cinsleri (Sıfır çubuğu, Çeki veya bası çubuğu) kolaylıkla hesaplanır. Yalnız başlangıç doğru seçilmelidir. Genelde ilk olarak sistemin başlangıç düğümü seçilir. Kuvveti bilinmeyen 2 çubuktan fazla düğümler seçilmemelidir. Köşegen çubukların kuvvetleri yatay ve dikey bileşenlerine ayrılarak hesaplanır. Bunun içinde kafes kirişin geometrisinin bilinmesi gereklidir. Çubuk kuvveti "Ç" ile, çubuk numarasında indisde verilir. Hesaplamalar şöyle yapılır:

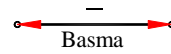


Şekil 14, 14 numaralı düğümde DDM

Şekil 14 de $\Sigma F_{V14} = 0$

$$Q + \Ç_{19} = 0 \quad \boxed{\Ç_{19} = -Q}$$

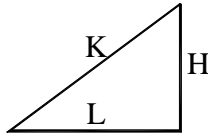
Ç19 un ön işareti "-" eksidir ve basmaya zorlanır.



$$\Sigma F_{h14} = 0$$

$$\Ç_{12} = 0 \quad \boxed{\Ç_{12} = 0}$$

Şekil 16 ile görülen düğüm noktasının hesabını yapmak için kafes kirişin geometrisi bilinmelidir.



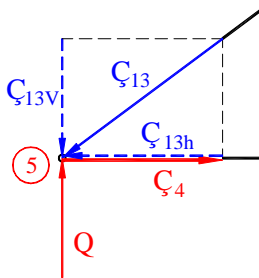
Şekil 15, Kafes kirişin geometrisi

Kafes kirişin geometrisini Şekil 15 verilen oranlarda kabul edelim.

H Dikmelerin birim boyu

L Alt ve üst kuşak çubuklarının birim boyu

K Köşegenlerin birim boyu



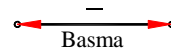
Şekil 16, 5 numaralı düğümde DDM

Şekil 16 de $\Sigma F_{V5} = 0$

$$Q + \Ç_{13v} = 0 \quad \Ç_{13v} = -Q$$

$$\Ç_{13} = \Ç_{13v} \cdot 5/3 \quad \boxed{\Ç_{13} = -Q \cdot K/H}$$

Ç13 un ön işareti "-" eksidir ve basmaya zorlanır.



$$\Sigma F_{h5} = 0$$

$$\Ç_4 + \Ç_{13h} = 0$$

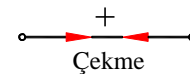
$$\Ç_4 = -\Ç_{13h}$$

$$\Ç_{13h} = \Ç_{13} \cdot L/H$$

$$\Ç_{13h} = -Q \cdot (K/H) \cdot L/K$$

$$\boxed{\Ç_4 = Q \cdot L/H}$$

Ç4 ün ön işareti "+" artıdır ve çekmeye zorlanır.



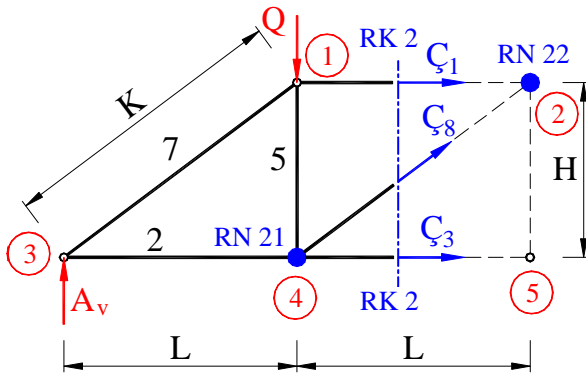
Böylece Düğümde Denge Metodu "DDM" ile her düğümde çubuk kuvvetleri ve cinsleri belirlenir. Örnek ve alıştırmalarda daha geniş ve detaylı durumlar görülecektir.

Bu metot daha çok bütün çubuk kuvvetlerinin hesaplanacağı problemlerde kullanılır.

1.3.3.2. Ritter Kesiti Metodu

Ritter kesiti "RK" en fazla üç çubuğu kesecek şekilde yapılır ve kesit numarası verilir bkz Şekil 17, ikinci Ritter kesiti "RK 2" gibi. İki çubuğun kesiştiği noktalar Ritter-Noktaları "RN" olarak kabul edilir ve numaralanır. İkinci Ritter kesitinin birinci Ritter noktası "RN 21" ve ikinci Ritter noktası "RN 22" gibi. Böylece momentler denge şartı yazıldığında, hesaplanacak yalnız bir çubuğun geriye kaldığı görülür. Kafes kirişte bilmemiz gereken bir kuralda şudur: Sistemde alt ve üst kuşak çubukları momentten oluşan normal kuvvetleri, köşegen ve dikme çubukları dik kuvvetleri taşırlar. Moment hesaplarında yalnız sistemin dış kuvvetleri dikkate alınır, çubuk kuvvetleri iç kuvvet olup hesaplarda dikkate alınmazlar. Bundan dolayı Ritter Kesiti Metodu ile yalnız alt ve üst kuşak çubukları hesaplanır. Dikme ve köşegen çubukları "DDM" ile hesaplanırlar.

Ritter-Noktalarının ön işaret kuralı:



Şekil 17, Ritter Kesiti Metodu

Şekil 17 ile görüldüğü gibi biri sanal tarafta diğeri hakiki kiriş tarafında iki Ritter noktası vardır.

Sanal taraf RN 22 için ön işaret kuralı:

Herhangi bir kuvvet "RN" sını saat yönünde çeviriyorsa ön işareti "+", saat yönünün tersine çeviriyorsa ön işareti "-" kabul edilir.

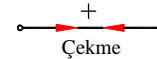
Gerçek taraf RN 21 için ön işaret kuralı:

Herhangi bir kuvvet "RN" sını saat yönünde çeviriyorsa ön işareti "-", saat yönünün tersine çeviriyorsa ön işareti "+" kabul edilir.

"RN 21" deki moment denge şartını yazalım:

$$\Sigma M_{RN21} = 0 \quad -A_v \cdot L - \zeta_1 \cdot H = 0 \quad A_v \text{ ve } \zeta_1 \text{ kuvvetleri 4 numaralı düğümünü (Ritter noktası RN 21 i) saat yönünde çevirdiklerinden ön işaretleri "-" eksidir.} \quad \zeta_1 = A_v \cdot \frac{L}{H}$$

ζ_1 in ön işareti "+" dır ve ζ_1 çubuğu çekmeye zorlanır.



"RN 22" deki moment denge şartını yazalım:

$$\Sigma M_{RN22} = 0 \quad A_v \cdot 2 \cdot L - Q \cdot L - \zeta_3 \cdot H = 0 \quad A_v \text{ kuvveti 2 numaralı düğümünü (Ritter noktası RN 22 yi) saat yönünde çevirdiğinden ön işaretleri "+" dır. Q ve } \zeta_3 \text{ kuvvetleri 2 numaralı düğümünü (Ritter noktası RN 22 yi) saat yönünün tersine çevirdiklerinden ön işaretleri "-" eksidir.}$$

$$\zeta_3 = A_v \cdot \frac{2 \cdot L}{H} - Q \cdot \frac{L}{H}$$

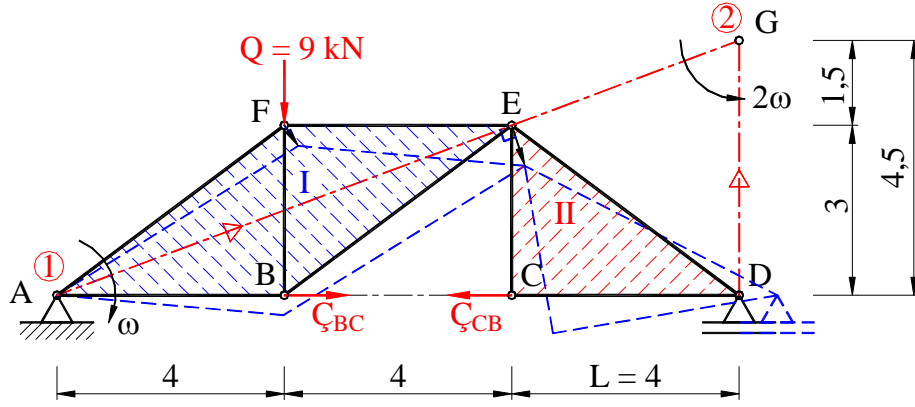
Burada değerler yerleştirdikten sonra çubuğun zorlama değeri ve cinsi belirlenir.

1.3.3.3. Virtüel İş Prensibi Metodu

Virtüel İş Prensibinde hesabı yapılacak çubuk yok kabul edilerek sistemin reaksiyonu düşünülür ve düğüm noktalarındaki sanal güçler eşitliği kurulur, bkz Şekil 18.

Örneğin; ζ_3 çubuğunu yok kabul edersek sistem iki mekanizma olur. Bu mekanizmaların rotasyon merkezleri ve rotasyon hızları " ω " bulunur. Sonra gereken geometrik büyüklükler tespit edilir. Bütün bu işlemlerden sonra sanal hız ve sanal güç denklemlerini düğüm noktaları için yazılır.

Hesaplar yapılarak aranan çubuğun kuvveti bulunur.



Şekil 18, Virtüel İş Prensibi Metodu

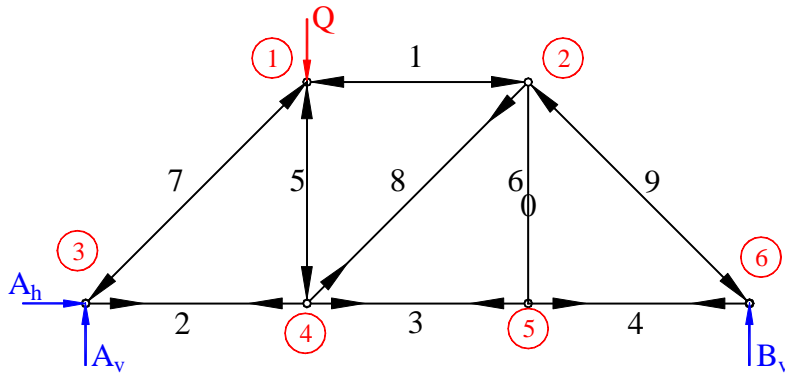
İlerde yapılan örnekte daha geniş ve detaylı işlemler görülecektir.

1.4. Sistemde çubuk kuvvetlerinin gösterilmesi ve sistemin özeti

Sistemde kuvvetler düğüm noktalarına göre gösterilir, bkz. Şekil 19. Kuvvet yönü düğüm noktasına doğruysa, çubuk "**bası**" ile, düğüm noktasına ters ise, çubuk "**çeki**" ile zorlanır. Zorlamanın ön işaretine göre tanımlanması Şekil 19 ile, sistemde gösterilmesi Şekil 20 ile görülür.



Şekil 19, Sistemde kuvvetler

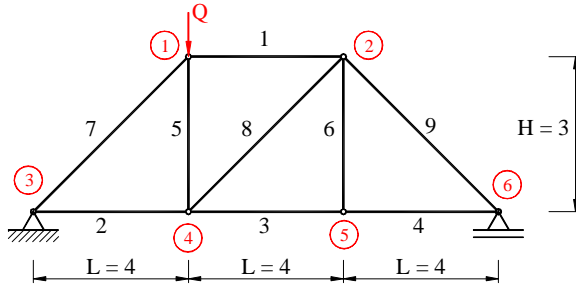


Şekil 20, Sistemde kuvvetlerin gösterilmesi

Kafes kiriş konstrüksiyonu düzlemde ve uzayda yapılır. Sistemi daha çabuk anlayabilmek için önce düzlemde kafes kirişleri ele alalım ve sonra uzaysal sistemine geçelim.

2. Örnek, Düzlemde basit kafes kiriş.

Sistemin çözümünü basit bir örnekle anlatalım. Dik üçgenlerden oluşan ve kenarları 3, 4 ve 5 birim olan Şekil 21 ile görülen basit kafes kirişi ele alalım. Dik kenarları 3, 4 birim büyüklüğünde olan dik üçgenin hipotenüsü 5 birimdir ve hesapların kafadan kontrolünde büyük kolaylık sağlar.



Şekil 21, Örnek, Düzlemde basit kafes kiriş

Düzlemde basit kafes kiriş örneği Şekil 21 ile gösterilmiştir. Zorlama kuvveti "1_d" düğüm noktasında dikey olarak "Q = 9 kN" ve şekilde verilen ölçü değerlerini kabul edelim.

Önce sistemin statik belirli ve rijit olup olmadığı kontrol edilir. Bu kontrolü daha önce 1.1.1 paragrafında yaptığımız halde örnek için burada tekrar edelim:

2.1. Sistemin statik analizi

Düğüm sayısı $n_d = 6$,
Çubuk sayısı $n_ç = 9$.
Reaksiyon sayısı $a = 3$ (A_h , A_v ve B_v)

Değerleri Formül F 1 ile hesaplırsak:

$$K_{Dü} = 2 \cdot n_d - a - n_ç$$

$$K_{Dü} = 2 \cdot 6 - 3 - 9 = 0$$

verir ve kafes kiriş konstruksiyonunun statik belirli olduğunu ve fonksiyonunu yapacağını gösterir.

2.2. Sistemin reaksiyon kuvvetlerinin hesabı

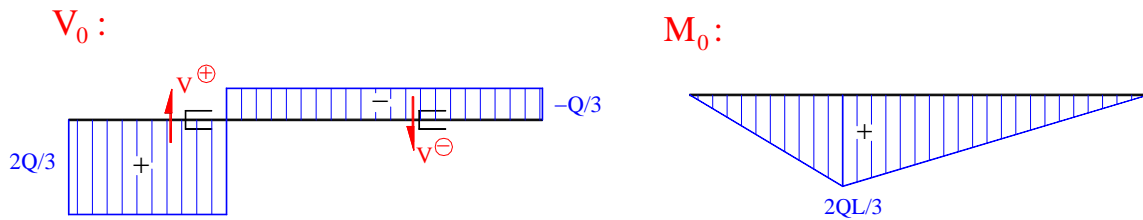
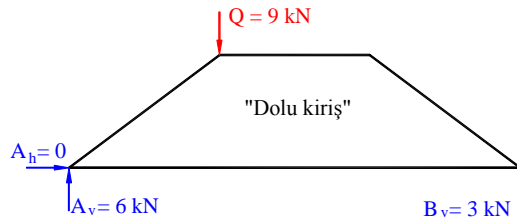
Önce destek kuvvetleri hesaplanır ve sistemin **Serbest Cisim Diyagramı "SCD"** yapılır. Sistem dolu kiriş olarak kabul edilir ve dayanak kuvvetleri hesaplanır (Bkz. Şekil 22).

DD 1: $\Sigma F_h = 0$ Sistemi etkileyen yatay kuvvet olmadığından. " $A_h = 0$ ".

DD 2: $\Sigma M_A = 0$ sol uç yatak, temel kural.

$$Q \cdot L + B_v \cdot 3 \cdot L = 0 \quad \boxed{B_v = -Q/3} \quad B_v = -9/3 \quad "B_v = -3 \text{ kN}"$$

DD 3: $\Sigma F_v = 0$ $Q + B_v + A_v = 0$ $A_v = -Q - B_v$ $A_v = -Q + Q/3$
 $\boxed{A_v = -2 \cdot Q/3}$ $A_v = -2 \cdot 9/3$ " $A_v = -6 \text{ kN}$ "



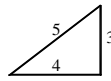
Şekil 22, Kafes kirişin dolu kiriş olarak SKD, V_0 ve M_0 dağılımları

Burada şunlar unutulmamalıdır:

- Dolu kiriş olarak hesaplanan moment " M_0 " kafes kirişte alt ve üst kuşak çubukları tarafından normal kuvvet olarak karşılanır. Bu Ritter kesiti metodunda açıkça görülür.
- Dolu kirişte moment " M_0 " "+" pozitif ise alt kuşak çubukları "çeki", üst kuşak çubukları "bası" çubuklarıdır.
- Dolu kirişte dik kuvveti " V_0 " köşegen ve dik çubuklar karşılar. Köşegen çubuklar "+" pozitif dik kuvveti " V_0 " etkisindeyken çapraz yönlerine göre "çeki" veya "bası" çubuğu olurlar. Çelik konstrüksiyonda çapraz yönünü değiştirerek çubuğu flambaj etkisinden kurtararak çekmeye çalışması sağlanır.
- Bilinmeyen çubuk kuvvetleri önce çeki kuvveti olarak düşünülür. Hesaplarda kuvvet negatif "-" çıkarsa çubuk kuvveti bası kuvvetidir.
- Konstrüksiyonun cinsine göre çubukların zorlanması seçilir. Çelik konstrüksiyonda çubukların çekmeye, beton konstrüksiyonda ise basmaya çalışmaları avantajlıdır.

2.2.1. Kafes kirişin geometrisi

Kafes kirişin geometrisi Şekil 23 ile gösterilmiştir.

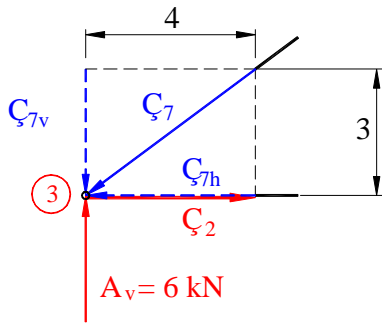


Şekil 23, Kafes kirişin geometrisi

2.3. Sistemde çubukların kuvvetlerinin bulunması

2.3.1. Düğümde Denge Metodu, DDM

Hesap örneği olarak yukarıdaki örneği ele alalım ve önce A yatağı, 3 numaralı düğümü ele alalım:



$$\Sigma F_{V3} = 0$$

$$A_V + C_{7V} = 0$$

$$C_{7V} = -A_V$$

$$C_{7V} = -6 \text{ kN}$$

$$C_7 = C_{7V} \cdot 5/3$$

$$\boxed{C_7 = -10 \text{ kN}}$$

Burada C_7 köşegeni basmaya çalışmaktadır. Bu durum beton konstrüksiyonsa avantajlı, çelik konstrüksiyonsa dezavantajlıdır. Çelik konstrüksiyonda son kafes üçgen şekli yerine iki üçgenli (kare) seçilir ve yönü değiştirilir.

Şekil 24, 3 numaralı düğümde DDM ile hesap

$$\Sigma F_{h3} = 0$$

$$A_h + C_{7h} + C_2 = 0$$

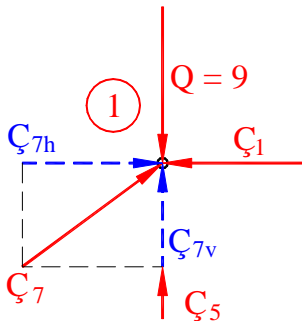
$$A_h = 0$$

$$C_{7h} = C_7 \cdot 4/5 = -8 \text{ kN}$$

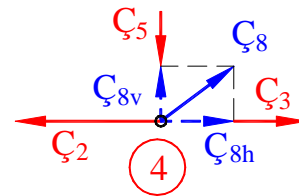
$$C_2 = -A_h - C_{7h}$$

$$C_2 = -0 + 8$$

$$\boxed{C_2 = 8 \text{ kN}}$$



Şekil 25, 1 numaralı düğümde DDM ile hesap



Şekil 26, 4 numaralı düğümde DDM ile hesap

$$\Sigma F_{h1} = 0$$

$$C_{7h} + C_1 = 0$$

$$C_1 = -C_{7h}$$

$$\boxed{C_1 = -8 \text{ kN}}$$

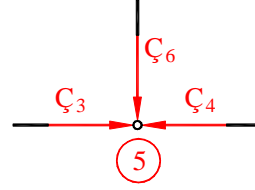
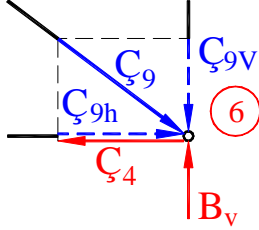
$$\Sigma F_{V1} = 0$$

$$C_{7V} + C_5 + Q = 0$$

$$C_5 = -C_{7V} - Q$$

$$\boxed{C_5 = -3 \text{ kN}}$$

$$\begin{aligned} \text{Şekil 26 de } \Sigma F_{V4} = 0 & \quad \zeta_{8V} + \zeta_5 = 0 & \quad \zeta_{8V} = -\zeta_5 & \quad \zeta_{8V} = 3\text{kN} \\ & \quad \zeta_8 = \zeta_{8V} \cdot 5/3 & \quad \zeta_8 = 3 \cdot 5/3 & \quad \boxed{\zeta_8 = 5\text{kN}} \\ \Sigma F_{H4} = 0 & \quad \zeta_{8h} + \zeta_3 + \zeta_2 = 0 & \quad \zeta_{8h} = \zeta_8 \cdot 4/5 & \quad \zeta_{8h} = 4\text{kN} \\ & \quad \zeta_3 = -\zeta_{8h} - \zeta_2 & \quad \zeta_3 = -4 + 8 & \quad \boxed{\zeta_3 = 4\text{kN}} \end{aligned}$$



Şekil 27, 6 numaralı düğümde DDM ile hesap

Şekil 28, 5 numaralı düğümde DDM ile hesap

$$\begin{aligned} \text{Şekil 27 de } \Sigma F_{V6} = 0 & \quad B_V + \zeta_{9V} = 0 & \quad \zeta_{9V} = -B_V & \quad \zeta_{9V} = -3\text{kN} \\ & \quad \zeta_9 = \zeta_{9V} \cdot 5/3 & \quad \zeta_9 = -3 \cdot 5/3 & \quad \boxed{\zeta_9 = -5\text{kN}} \\ \Sigma F_{H6} = 0 & \quad \zeta_{9h} + \zeta_4 = 0 & \quad \zeta_4 = -\zeta_{9h} & \quad \zeta_{9h} = \zeta_9 \cdot 4/5 \\ & \quad \zeta_{9h} = 5 \cdot 4/5 = 4 & & \quad \boxed{\zeta_4 = 4\text{kN}} \end{aligned}$$

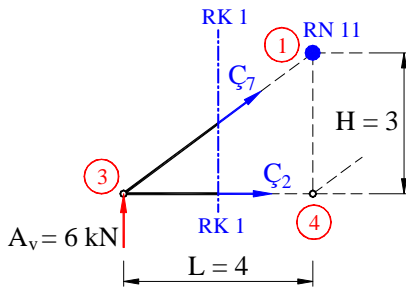
Şekil 28 de ζ_3 ve ζ_4 çubuk kuvvetleri daha önce hesaplanmış durumda ve $\zeta_3 = \zeta_4 = 4\text{ kN}$.

$$\Sigma F_{V5} = 0 \quad \text{Dikey kuvvet olmadığından}$$

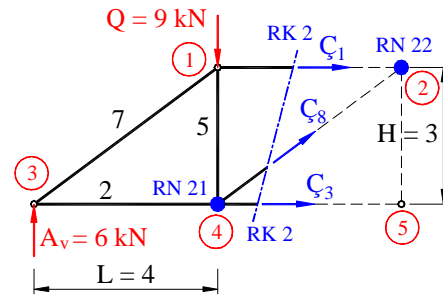
$$\boxed{\zeta_6 = 0}$$

2.3.2. Ritter Kesiti Metodu, RKM

Düğümde Denge Metodunda kabul ettiğimiz örneği buradada kullanalım.



Şekil 29, ζ_2 çubuğu için Ritter kesiti



Şekil 30, ζ_1 ve ζ_3 çubukları için Ritter kesiti

- a) Şekil 29 de birinci Ritter kesiti "**RK 1**" olarak 2 ve 7 numaralı iki çubuğu kesen doğruyu alalım. Alt kuşak çubuğu ζ_2 in hesaplanması için birinci Ritter Kesitinin birinci Ritter noktası "**RN 11**" olarak 1 numaralı düğüm seçilir. ζ_7 köşegen çubuğunun kuvvet doğrusu 1 numaralı düğümünden geçtiğinden moment etkisi yoktur.

"**RN 11**" deki moment denge şartını yazalım:

$$\Sigma M_{RN11} = 0 \quad A_v \cdot L - \zeta_2 \cdot H = 0 \quad \zeta_2 = A_v \cdot \frac{L}{H}$$

$$\text{Burada değerleri yerleştirirsek: } \zeta_2 = 6 \cdot \frac{4}{3}$$

$$\boxed{\zeta_2 = 8\text{ kN}}$$

bulunur.

ζ_2 in ön işareti "+" olduğundan çubuk çekmeye zorlanır.

- b) Şekil 30 de ikinci Ritter kesiti "**RK 2**" olarak 1, 3 ve 8 numaralı üç çubuğu kesen doğruyu alalım. Üst kuşak çubuğu ζ_1 in hesaplanması için ikinci Ritter Kesitinin birinci Ritter noktası

$$P_F = -v_F \cdot Q = -4 \cdot Q \cdot \omega$$

$$P_F = -4 \cdot Q \cdot \omega$$

B Düğümü için sanal güç. B noktasının yatay hızı

$$v_{Bh} = 0$$

$$P_{Bh} = v_{Bh} \cdot \zeta_{BC} = 0 \cdot \zeta_{BC} = 0$$

$$P_{Bh} = 0$$

C Düğümü için sanal güç

$$P_C = -\zeta_{BC} \cdot 2\omega \cdot 4,5$$

Genel olarak: $\Sigma P_i = 0$

$$P_F + P_B + P_C = 0$$

$$-4 \cdot Q \cdot \omega + 0 - \zeta_{BC} \cdot 9 \cdot \omega = 0$$

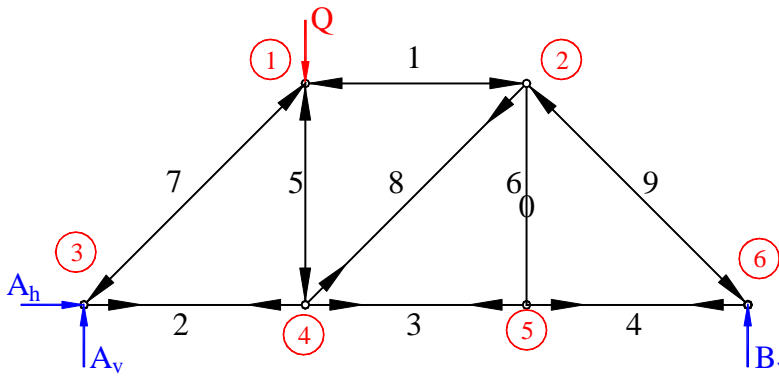
$$\zeta_{BC} = -4 \cdot 9 / 9$$

$\zeta_3 = \zeta_{BC}$ çubuğu kuvveti

$$\zeta_3 = -4 \text{ kN}$$

Görüldüğü gibi her üç metotla yapılan hesaplar aynı değerleri verir.

2.4. Sistemde çubuk kuvvetlerinin gösterilmesi ve sistemin özeti



Şekil 32, Virtüel İş Prensibi

	Ön işareti "+" Artı		Ön işareti "-" Eksi
--	---------------------	--	---------------------

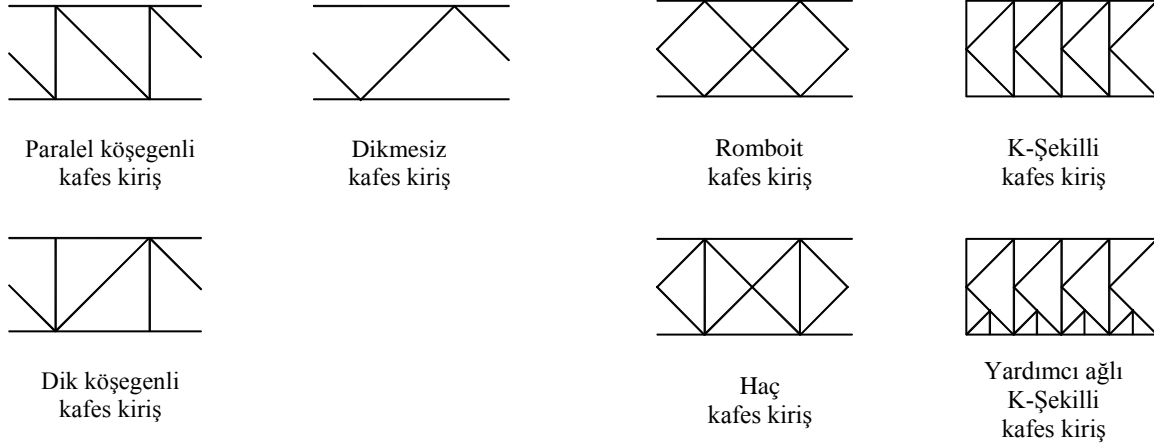
Çu Nr	Ç B	Çubuk kuvvetinin Q=9 kN a göre değeri	Çu Nr	Ç B	Çubuk kuvvetinin Q=9 kN a göre değeri	Çu Nr	Ç B	Çubuk kuvvetinin Q=9 kN a göre değeri
1	B	-8kN	4	Ç	4kN	7	B	-10kN
2	Ç	8kN	5	B	-3kN	8	Ç	5kN
3	Ç	4kN	6		Sıfır	9	B	-5kN

3. Özet

- **Hesaplarda en önemli husus, hesabı çok dikkatli ve sabırla yavaş yavaş yapmaktır.**
- **Gözden kaçan ufak bir hata veya ön işaret yanlışlığı büyük kayıplara yol açar. Zaman ve para gibi.**
- **Hesaplar önerilen yolda sabırla yapılmalıdır.**
- **Tekrar eden hesaplar gayet iyi kontrol edilmiş ya Mathcad veya Excel programı ile yapılmasında fayda vardır.**
- **Hesaplar bittikten sonra tekrar kontrolleri için ayrılacak zaman lüks değildir.**

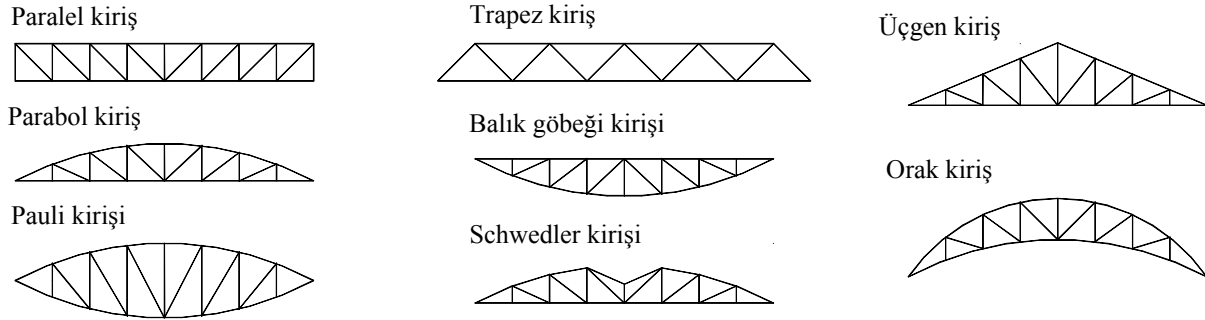
3.1. Kafes kiriş konstrüksiyon şekillerine genel bakış

Aşağıda Kafes çeşitleri (Şekil 33 ve Şekil 34) ile konstrüksiyon şekilleri (Şekil 35) görülmektedir.



Şekil 33, Basit ağ sistemi

Şekil 34, Karışık ağ sistemi



Şekil 35, Kafes kiriş konstrüksiyon çeşitleri

3.2. Kafes kiriş konstrüksiyonunda özel haller

Bu dosyaya ek olarak "**44_02_04_Kafes-Kirisler_Özel_Örnekler**" dosyasında vinç üretiminde kafes kiriş şekilleri detaylı hesapla verilecektir. Bu dosya vinç üreticileri ve vinç sanayisinde çalışan makina mühendisleri için değerli kaynak olacaktır.

4. Konu İndeksi

A		Kafes Kirişler	3
Açısal hız	15	Karışık ağ sistemi.....	16
Alt kuşak çubuğu	3	Kinematik rijitlik.....	5
B		Konstrüksiyon çeşitleri	16
Bası çubuğu	11	Köşegen çubuğu.....	4
Basit ağ sistemi	16	R	
D		Ritter Kesiti Metodu	10, 14
Dikme çubuğu.....	4	Rotasyon	15
Düğüm	3	S	
Düğümde Denge Metodu.....	13	Statik belirlilik	4
I		U	
İdeel kafes kiriş.....	3	Üst kuşak çubuğu.....	3
K		V	
Kafes çeşitleri	16	Virtüel İş Prensibi	15